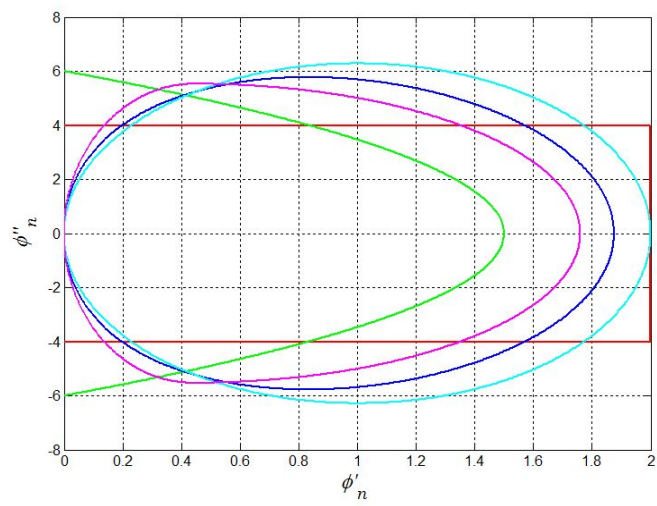


Bewegungstechnik & Bewegungsdesign
für Verarbeitungsmaschinen - **Teil 1** -

Skript zu Vorlesung und Übung



Teil 1

Bewegungstechnik & Bewegungsdesign für Verarbeitungsmaschinen

Tietze, S.; Majschak, J.-P.

Stand: 5. März 2018

<http://www.verarbeitungsmaschinen.de>

TU Dresden
Fakultät Maschinenwesen
Institut für Naturstofftechnik
Professur Verarbeitungsmaschinen/ Verarbeitungstechnik
Leitung: Prof. Dr.-Ing. J.-P. Majschak

Vorwort

In der Lehrveranstaltung Bewegungstechnik & Bewegungsdesign für Verarbeitungsmaschinen werden die Studenten in die Lage versetzt, Systeme zur Bewegung von Arbeitsorganen in Verarbeitungs- und Textilmaschinen konstruktiv zu entwerfen und zu dimensionieren. Im Blickpunkt stehen zyklische Bewegungen, zu deren Realisierung auch der Einsatz von Mechanismen sinnvoll ist. Die interdisziplinäre Betrachtung der Bewegungstechnik dient als Einführung in die Problematik und als Grundlage für nachfolgende Optimierungen. Diese sind Gegenstand des Teils 2.

Problemstellungen der Bewegungstechnik wurden an der TU Dresden, insbesondere auch an der Professur für Verarbeitungsmaschinen/ Verarbeitungstechnik, schon immer in den Blickpunkt von Lehre und Forschung gestellt. Spielten von der Zeit der Anfänge moderner Verarbeitungsmaschinen bis Ende der 1980er Jahre insbesondere Kurven- und Koppelgetriebe eine herausragende Rolle für Antrieb und Steuerung der Arbeitsorgane, so brachte die rasante Entwicklung der Leistungsdichte bei Elektromotoren sowie der digitalen Rechen- und Regelungstechnik in den 1990er Jahren interessante Alternativen hervor, die heute aus Verarbeitungsmaschinen nicht mehr wegzudenken sind. Auch Mitarbeiter unserer Professur haben als anerkannte Fachleute diese Entwicklungen in der Bewegungstechnik aktiv und durch wissenschaftliche Veröffentlichungen mitgestaltet, u.a.: Tränkner¹ [4, 88, 89, 90], Krzenciessa² [41, 42, 4, 43, 44], Nerge³ [51, 52, 53, 54, 4], Hugk⁴ [34, 4, 35], Stange⁵ [81, 82, 83, 84, 85], Schmidt⁶ [78, 15, 79, 80], Grzonka⁷ [28] und Lotze⁸ [47, 48].

Dieses Arbeitsmaterial basiert auf bewährten Unterlagen, die permanent aktuellen interdisziplinären Erfordernissen angepasst werden. Keine leichte Aufgabe, da die Innovationsgeschwindigkeit auf diesem Gebiet sehr hoch ist. Für sämtliche Hinweise zur Verbesserung des Materials sind wir daher selbstverständlich sehr dankbar.

Da die Anwendung moderner CAE-Hilfsmittel immer mehr an Bedeutung gewonnen hat, sollte auch Wert auf ein Verständnis der zugrundeliegenden Verfahren und Algorithmen gelegt werden. Die Numerik-Software *MatLab* [100] hat im ingenieurtechnischen Bereich eine herausragende Stellung gefunden und ist als Campus-Lizenz an der TU Dresden verfügbar. Daher sind im hinteren Teil des Scriptes auch gelegentlich Fragmente von Matlab-Code zu finden. Deren Entnahme per copy/paste und das Ausprobieren ist möglich. Falls MatLab nicht zur Verfügung steht, kann man freie Software wie *SciLab* [101] oder *GNU Octave* [102] benutzen. Deren Syntax und Handhabung ist der von MatLab weitgehend gleich. Einführungskurse und

¹Tränkner, Gottfried Prof.Dr.-Ing., Hochschullehrer und Lehrstuhlinhaber

²Krzenciessa, Herbert Dr.-Ing., Wissenschaftlicher Assistent und Obergeringenieur

³Nerge, Günter Dr.-Ing., Wissenschaftlicher Assistent

⁴Hugk, H. Dr.-Ing., Wissenschaftlicher Assistent

⁵Stange, Helmut Dr.-Ing. habil., Wissenschaftlicher Assistent und Dozent

⁶Schmidt, F.J. Dr.-Ing. habil., Wissenschaftlicher Oberassistent

⁷Grzonka, Holger Dr.-Ing., Wissenschaftlicher Mitarbeiter

⁸Behrendt, Alexander Dr.-Ing. geb. Lotze, Wissenschaftlicher Mitarbeiter

Tutorials hierfür sind im Internet ausreichend zu finden. Zu empfehlen ist auch das Ausprobieren aktueller Simulationssoftware wie z.B. *SimulationX*⁹.

Veränderungen dieser Version gegenüber der ersten vom 18. Januar 2018:

Im Wesentlichen sind in dieser Version jeweils eine Übungsaufgabe in Kapitel 4 und Kapitel 5 hinzugekommen. Die ehemals leere Seite 56 konnte vermieden werden, insgesamt macht der Zuwachs vier Seiten aus.

Ein inhaltlicher Bug befand sich unmittelbar vor der Abb. 4.40 auf S. 94 (jetzt S. 92): Dort musste es richtig heißen „eine Kubische Parabel“ anstelle „ein 3-4-5-Polynom“. In den Abbildungen 4.1, 4.3, 5.1 und 5.16 sind die Koordinatenachsen nun korrekt eingezeichnet. Ein paar kleine Schreib- und Formatierungsfehler sind behoben sowie url's aktualisiert worden.

⁹Diese ist zwar nicht frei, steht aber als Testversion für Studenten zum kostenlosen Download zur Verfügung [103]

Inhalt

Vorwort	I
Symbole und Abkürzungen	V
1 Bewegungsaufgaben in Verarbeitungsmaschinen	1
1.1 Einleitung	1
1.2 Bewegungsaufgaben und Güte	9
1.3 Produktbeanspruchung als Nebenbedingungen	13
1.4 Zur Entwurfsmethodik	17
1.5 Übungsaufgaben	22
2 Struktur des Antriebssystems	23
2.1 Allgemeines	23
2.2 Antriebselemente	23
2.3 Antriebsstrukturen	28
2.4 Gesteuert oder geregelt?	35
2.5 Übungsaufgaben	38
3 Bewegungsdesign Basics	39
3.1 Normierter Bewegungsverlauf am Bsp. R-R	39
3.2 Stückweise generierte Bewegungsverläufe	47
3.3 Übungsaufgaben	54
4 Vorgaben für schnelle Bewegungen linearer Systeme	55
4.1 Problemsituation	55
4.2 Anfahren	57
4.3 R-R-Bewegungsdesign ohne Restschwingung	59
4.4 Experiment am Computermodell	64
4.5 Experiment am physischen Modell	66
4.6 Zwischenfazit	69
4.7 Transiente Betrachtung	69
4.8 Resonanzvermeidung	73
4.9 Spektrales	76
4.10 Basics zur Harmonischen Synthese	89
4.10.1 Oszillierende Bewegungen	89
4.10.2 Fortlaufende Bewegungen	95
4.10.3 Harmonische Beschleunigungssynthese	102
4.10.4 Optimierungsmethoden	104
4.11 Zusammenfassung	104
4.12 Übungsaufgaben	105

5	Motor-G-Getriebe-Konfiguration	111
5.1	Allgemeines	111
5.2	Ein einfaches Beispiel	112
5.3	Grundlegende Aspekte zur Motorauswahl	114
5.4	Ein günstiges Getriebe	124
5.5	Übungsaufgaben	131
6	Motor-U-Getriebe-Konfiguration	137
6.1	Zu Mechanismen allgemein	137
6.2	Das Gliedergruppenkonzept	141
6.3	Ein Zweischlag	143
6.3.1	Kinematische Größen 0. Ordnung	143
6.3.2	Kinematische Größen 1. Ordnung	149
6.3.3	Kinematische Größen 2. Ordnung	151
6.4	Anwendungsbeispiel Modulmethode	153
6.5	Das reduzierte Trägheitsmoment	157
6.6	Spezialfall Eigenbewegung	166
6.7	Beispiel Siegelbackenantrieb (Schubkurbel)	171
6.7.1	Analyse Antriebsmoment	171
6.7.2	Zur Beeinflussung des Antriebsmoments	179
6.7.3	Kinematisches	183
6.7.4	Bewegungsvorgabe am Arbeitsorgan	187
6.8	Beispiel Transportrechen (Fünfgelenk)	193
6.8.1	Allgemeines	193
6.8.2	Bewegungsplanung Arbeitsorgan	196
6.8.3	Achskoordinaten	204
6.8.4	Erste Versuche	208
6.9	Übungsaufgaben	210
	Literaturverzeichnis	213

Symbole und Abkürzungen

Symbol	Bezeichnung/Größenart	Dimension	Einheit
a	Beschleunigung translatorisch	Länge/Zeit ²	m/s ²
A_{ka}	Beschl.-Fourierkoeffizient (cos-Term)	Länge/Zeit ²	m/s ²
A_{kv}	Geschw.-Fourierkoeffizient (cos-Term)	Länge/Zeit	m/s
A_{ks}	Weg-Fourierkoeffizient (cos-Term)	Länge	m
b	Bewegungszeitanteil	-	1
B_{ka}	Fourierkoeffizient (sin-Term) Beschl.	Länge/Zeit ²	m/s ²
B_{kv}	Fourierkoeffizient (sin-Term) Geschw.	Länge/Zeit	m/s
B_{ks}	Fourierkoeffizient (sin-Term) Weg	Länge	m
c	Federkonstante	Kraft/Längenänd.	N/m
c_a	Maximum der 2. Ableit. der norm. U-Fkt.	-	1
c_{ae}	Effektivwert der normierten Beschleunigung	-	1
c_j	Maximum der 3. Ableit. der norm. U-Fkt.	-	1
c_M	Dynamischer Momentenkennwert	-	1
c_v	Maximum der 1. Ableit. der norm. U-Fkt.	-	1
C_{ka}	Fourierkoeffizient Amplitude Beschl.	Länge/Zeit ²	m/s ²
C_{kv}	Fourierkoeffizient Amplitude Geschw.	Länge/Zeit	m/s
C_{ks}	Fourierkoeffizient Amplitude Weg	Länge	m
d	Konstante einer viskosen Dämpfung	Kraft/Geschwind.	N/(m/s)
D	Dämpfungsgrad (n. Lehr)	-	1
E_{kin}	Kinetische Energie	Masse·Länge ² /Zeit ²	Ws
E_{pot}	Potentielle Energie	Masse·Länge ² /Zeit ²	Ws
f	Frequenz	Anzahl/Zeit	Hz
f_0	Eigenfrequenz	Anzahl/Zeit	Hz
F	Kraft	Masse·Länge/Zeit ²	N
g	Erdbeschleunigung	Länge/Zeit ²	m/s ²
h	Auslenkung, Verschiebung	Länge	m
H	Höhe (Behälter, Füllhöhe)	Länge	m
i	Übersetzungsverhältnis	-	1
j	Jerk, Ableitung Beschleunigung nach Zeit	Länge/Zeit ³	m/s ³
J	Massenträgheitsmoment	Masse·Länge ²	kg · m ²
J_S	Massenträgheitsmoment um Schwerpunkt	Masse·Länge ²	kg · m ²
J_{red}	auf generalisierte Koordinate reduziertes J	Masse·Länge ²	kg · m ²
k	Ordnung der Harmonischen	-	1
l	Länge	Länge	m
l_a	Abschnittslänge (Hub)	Länge	m
m	Masse	Masse	kg
M	Moment	Masse·Länge ² /Zeit ²	Nm
M_{dN}	Motor-Dauernennmoment	Masse·Länge ² /Zeit ²	Nm
n_M	Motordrehzahl	Anzahl/Zeit	1/min
n_T	Taktzahl (= 60 s/ T_T)	Anzahl/Zeit	1/min
P	Leistung	Masse·Länge ² /Zeit ³	W
q	Lageabweichung/Wegdifferenz	Länge	m

Q	generalisierte Kraft	Kraft bzw. Moment	N, Nm
r	Radius	Länge	m
s	Weg	Länge	m
s_n	normierter Weg	-	1
s_H	Hub	Länge	m
t	Zeit (fortlaufend)	Zeit	s
T	Bewegungszeit (Abschnitt)	Zeit	s
T_R	Rastzeit (Abschnitt)	Zeit	s
T_T	Taktzeit	Zeit	s
U	norm. Übertragungsfunktion	-	1
v	Geschwindigkeit translatorisch	Länge/Zeit	m/s
w	Stützweite	Länge	m
x	kartesische Koordinate	Länge	m
y	kartesische Koordinate	Länge	m
z	normierte Zeit	-	1
α	Winkel	Winkel	rad
β	Winkel	Winkel	rad
η	lokale Koordinate	Weg	m
φ	Drehwinkel, meist Antrieb	Winkel	rad
$\ddot{\varphi}$	Winkelbeschleunigung	Winkel/Zeit ²	rad/s ²
φ_n	normierter Drehwinkel	-	1
λ	Längenverhältnis	-	1
ψ	Drehwinkel, meist Abtrieb	Winkel	rad
ω	Kreisfrequenz	$2\pi \cdot$ Frequenz	rad/s
ω_0	Eigenkreisfrequenz	$2\pi \cdot$ Eigenfrequenz	1/s
Ω	Winkelgeschwindigkeit (Erregung)	$2\pi \cdot$ Frequenz	rad/s
ξ	(xsi) lokale Koordinate	Weg	m

Abkürzung Volltext

AT	Arbeitstakte
EW	Energiewandler
GG	gleichmäßig übersetzendes Getriebe
HS	Harmonische Synthese
MC	Motion Control
NC	Numeric Control
PW	Programmweite
rms	root mean square (quadratischer Mittelwert bzw. Effektivwert)
SPS	Speicherprogrammierbare Steuerung
TCP	Tool Center Point
UG	ungleichmäßig übersetzendes Getriebe
VAT	Verarbeitungstechnik
VG	Verarbeitungsgut
VM	Verarbeitungsmaschinen
WP	Wirkpaarung

1 Bewegungsaufgaben in Verarbeitungsmaschinen

1.1 Einleitung

Viele Arbeitsorgane in Verarbeitungsmaschinen dienen der Positionierung, dem Transport oder der Formgebung von Packmitteln und Verarbeitungsgütern, wobei die Realisierung einer zyklischen Bewegung, deren Güte und Zykluszeit im Vordergrund steht, seltener vorrangig das Krafteinleiten wie z.B. bei einer Stanze¹.

Die an solchen Bewegungen maßgeblich beteiligten Komponenten bilden ein System, bestehend aus:

- lagegeregelten Servoantrieben (Motion-Control-System),
- gleichmäßig oder ungleichmäßig übersetzenden Getrieben,
- dem Arbeitsorgan sowie
- gegebenenfalls dem Produkt,

wobei sich großes Potential in der interdisziplinären Betrachtung der historisch gewachsenen Wissensgebiete

- Elektrische Antriebe,
- Steuerungstechnik,
- Getriebetechnik und Mechanismendynamik,
- Wirkpaarungstechnik und Konstruktion erschließen lässt.

Zu den gegenwärtigen Herausforderungen zählt unumstritten die Flexibilisierung technischer Systeme, die für komplexe Aufgaben wie das Herstellen von Konsum- oder Investitionsgütern dienen. Dezentrale Antriebstechnik, Robotik sowie neue Informationstechnologien haben diesen Innovationsprozess bereits seit einigen Jahren maßgeblich begünstigt, die Möglichkeiten sind jedoch bei weitem noch nicht ausgeschöpft. Nicht zuletzt durch die Reduktion des Materialeinsatzes, die erhöhte Sensibilität moderner Antriebe sowie aufgrund des Regeler-Verhaltens muss zunehmend auch der aus der Verarbeitungsaufgabe resultierenden Last mehr Aufmerksamkeit geschenkt werden. Forschungs- und Optimierungsschwerpunkte liegen deshalb heute häufig in der

¹oder den sogenannten Kraft- und Arbeitsmaschinen

- Prozessmodellierung, insbesondere Verarbeitungsgut-Modellierung, zur besseren Prognose des Systemverhaltens,
- Gewinnung von Informationen über den Fortschritt und die Qualität des eigentlich interessierenden Verarbeitungsvorganges,
- Ausloten von Chancen, Einfluss auf die Charakteristik der Abtriebsbewegung zur Verringerung der Verarbeitungsgutbelastung nehmen zu können,
- Erhöhung der Energieeffizienz,
- Nutzung von numerischen Methoden zum Finden optimaler Trajektorien.

Eine der vielen Gemeinsamkeiten von Verarbeitungsmaschinenantrieben ist, dass es zu jeder realisierten Lösung meist eine sehr lange Geschichte zu erzählen gibt. Das wollen wir hier nicht tun, sondern lediglich einige wenige Aspekte nennen.

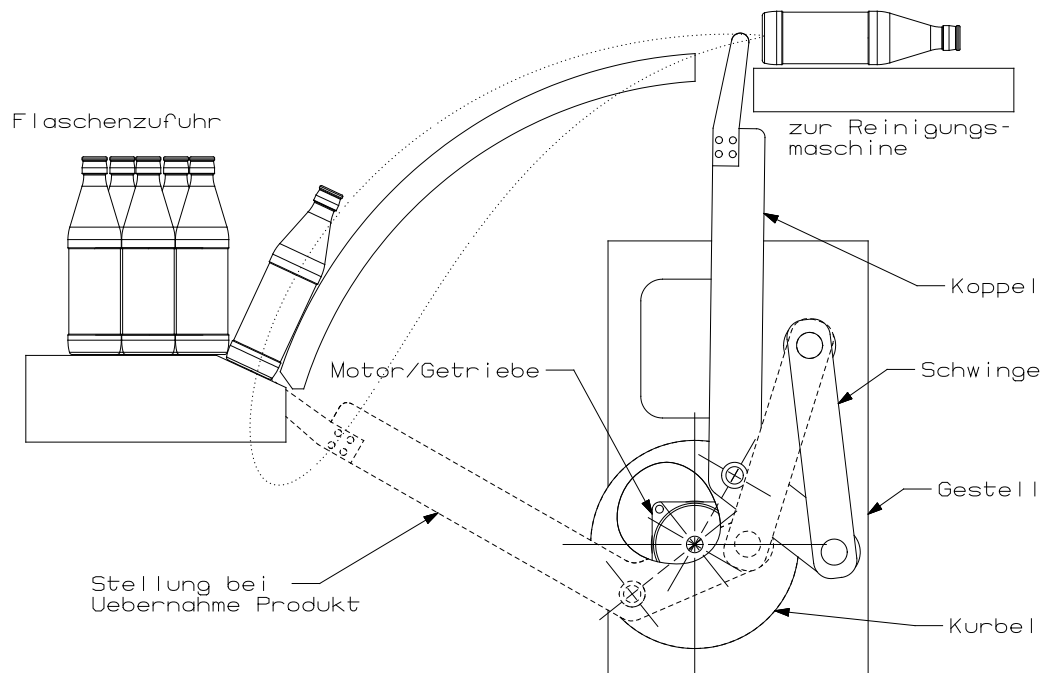


Abb. 1.1: Mögliche Variante zur Zuführung von Flaschen in eine Reinigungsmaschine

Zum Fördern von auf einem Drängeltisch stehenden Flaschen in eine Reinigungsmaschine kann ein Koppelgetriebe² nach Abb. 1.1 dienen³. Der Finger am Ende der Koppel wird durch den Mechanismus geführt. Ein Teil der Koppelkurve wird

²Insbesondere bei hohen Arbeitsgeschwindigkeiten oder auch schlechten Umgebungsbedingungen lassen sich hierdurch Vorteile nutzen.

³Es gibt hierzu natürlich auch andere konstruktive Lösungen, siehe [40].

zum Transport der Flaschen genutzt. Angetrieben wird der Mechanismus durch einen drehzahlgeregelten Motor. Mit dieser Variante können preiswerte Drehgelenke benutzt werden und es ist eine gute Trennung zwischen Antriebsraum, wo in der Regel die Energiewandlung stattfindet, und Prozessraum möglich.

Der prinzipielle Aufbau einer Dosierstation für hochviskose Produkte ist in Abb. 1.2 zu sehen. Bei hoher Maschinenausbringung sind physikalische Effekte wie Scherverflüssigung oder Scherverfestigung zu berücksichtigen. Die Bewegungscharakteristik des Dosierkolbens muss daher anpassbar sein an verschiedene abzufüllende Produkte.

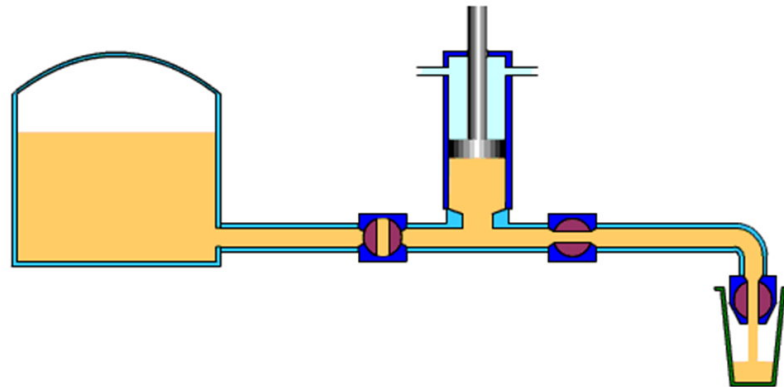
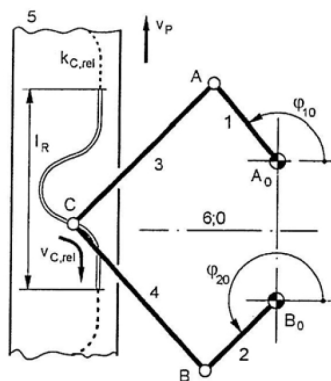


Abb. 1.2: Dosierstation

Zum Ausschneiden einer speziellen Kontur aus einem kontinuierlich laufenden Papierband muss ein spezielles Schneidwerkzeug entsprechend geführt und bewegt werden, siehe Abb. 1.3. Realisiert werden kann dies z.B. mittels eines Fünfgelenks und zweier lagegeregelter Elektromotoren. Man spricht von einem Mechanismus mit Laufgrad $F=2$. Hierbei kommt insbesondere der Flexibilität bei der Gestaltung der Schnittkontur große Bedeutung zu.

Kinematisches Schema



Rechnermodell

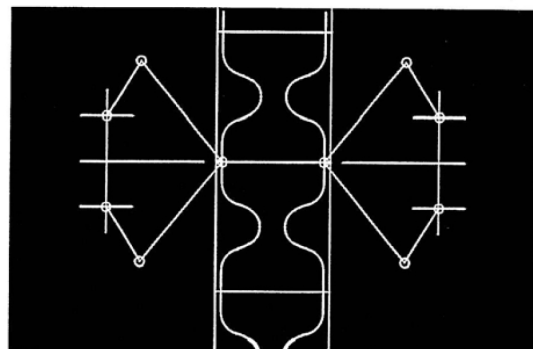


Abb. 1.3: Bahnführung eines Schneidwerkzeuges relativ zu einem laufenden Papierband [8]

Das Einlegen von Schokoladentafeln aus einem Stapel bzw. Speicher in eine Schachtel auf einem vorbeilaufenden Transportband kann durch Vereinzelung der Tafeln mittels Schieber erfolgen, siehe Abb. 1.4. Dieser beschleunigt genau eine Tafel soweit, dass diese dann mit entsprechender „Flugbahn“ genau in der dafür vorgesehenen Lücke landet. Der Schieber muss entsprechend schnell wieder zurückbewegt werden, kann dazu aber nicht den gleichen Weg nehmen um nicht mit der nächsten Tafel zu kollidieren. Außerdem muss er wieder auf die Geschwindigkeit Null gebracht werden, sofern eine Rast vorgesehen ist.

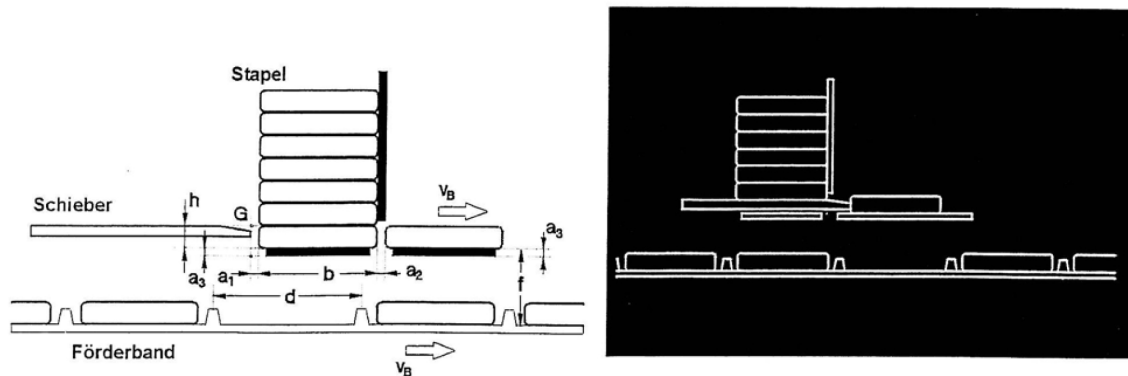


Abb. 1.4: Einrichtung zum Einlegen von Schokoladentafeln aus einem Stapel in ein laufendes Förderband [8, 10]

Das Ausführen bestimmter Vorgänge wie z.B. Abfüllen, Siegeln oder Trennen bei kontinuierlichem Stofffluss erfordert das Aufsynchronisieren der Arbeitsorganbewegung auf die Produktgeschwindigkeit, das Mitbewegen sowie eine schnelle Rückführung. Letzteres meist auf anderem Pfad, um eine Kollision mit dem nachfolgenden Produkt zu verhindern. Dabei entstehen zweidimensionale Bahnkurven zur Führung des Arbeitsorgans. Die sogenannten D-Kurven oder auch „Fliegende-Säge“-Anwendungen werden sehr häufig benutzt. Hierbei finden auch zunehmend Motion-Control-Systeme in Verbindung mit nichtlinear übersetzenden Getrieben Anwendung. Die ausführliche Beschreibung eines solchen Falles findet man z.B. in [31].

Anwendungen aus der klassischen Robotik sind auch für die verarbeitende Industrie interessant geworden. Für viele Handhabungsvorgänge zwischen einzelnen Verarbeitungsmaschinen finden universelle Knickarmroboter, Kartesische Roboter oder Parallelkinematiken seit ca. 15 Jahren verstärkt Anwendung und tragen insbesondere zur Flexibilisierung der Anlagen bei. Für innermaschinelle Transportvorgänge kamen sie jedoch bisher aufgrund des erforderlichen Bauraumes, relativ hoher Kosten, mangelnder Dynamik und auch aufgrund von Bedenken hinsichtlich garantierter Kollisionsvermeidung nicht in Betracht.

In Form-, Füll- und Verschließmaschinen werden in der Regel auf einer Formstation aus Packstoffen mit einem gewissen Vorfertigungsgrad die befüllbaren Packmittel hergestellt. Die Formstation in Abb. 1.5 dient insbesondere der Herstellung des Packungsbodens, siehe auch [56].

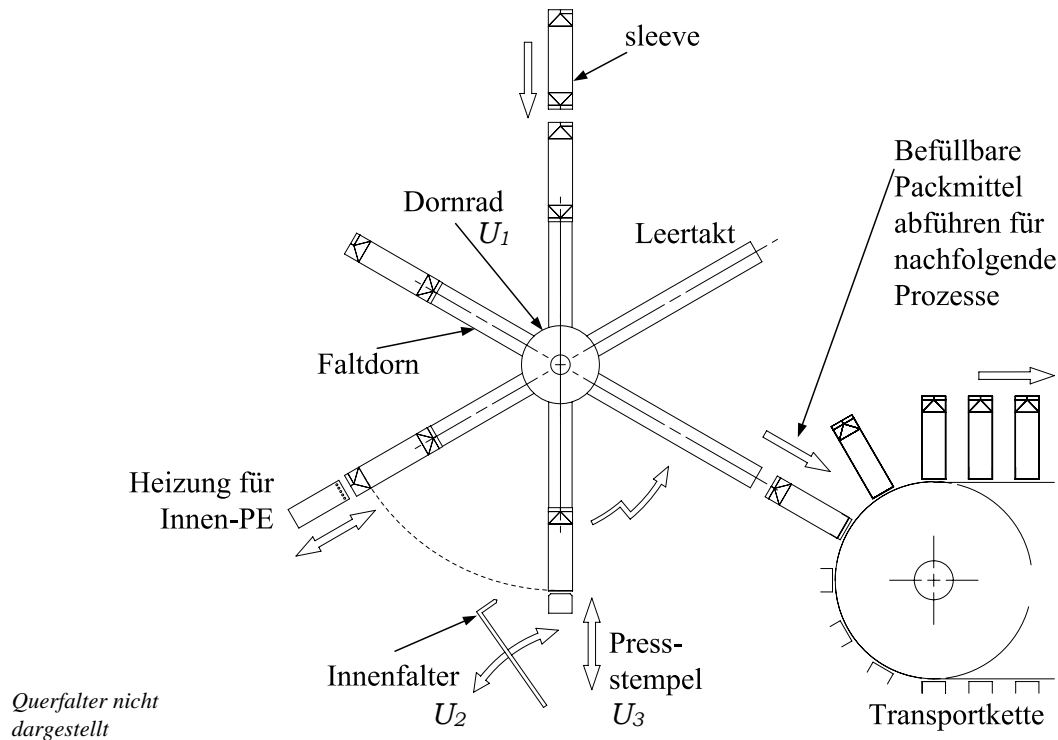


Abb. 1.5: Prinzip zur Herstellung befüllbarer Schachteln (Getränkekartons)

Bei Stillstand des Dornrades U_1 wird auf den oben stehenden Faltdorn ein vorfertigter Packstoff-Mantel⁴ aufgeschoben. Anschließend kann das Dornrad weiterdrehen und das nächste Arbeitsorgan bei diesem Mantel beispielsweise eine innere Siegelschicht aufschmelzen oder Klebstoff auftragen. Dem schließt sich der nachfolgend noch beschriebene Faltvorgang an, bei dem die Lagefunktionen der drei Arbeitsorgane Dornrad U_1 , Innenfalter U_2 sowie Pressstempel U_3 exakt aufeinander abgestimmt werden müssen. Unmittelbar darauf folgend wird durch Pressen und Abkühlen die endgültige Bodenform gebildet und im nächsten Takt der befüllbare Behälter ausgeschoben. In loser oder fester Verkettung mit nachfolgenden Prozessen können so komplexe und leistungsfähige Anlagen für die Verpackung von flüssigen oder schüttfähigen Packgütern gebildet werden. Eine qualitativ hochwertige Packung bei einer Ausbringung von mehr als einem Stück je Sekunde stellt hohe Anforderungen an die Bewegung und den Antrieb der beteiligten Arbeitsorgane. Voraussetzung sind optimale, synchronisierte Bewegungsabläufe. Im Blickpunkt liegen dabei auch die Packstoffbeanspruchung sowie die Minimierung unvermeidlich auftretender Schwingungen [20].

⁴auch bezeichnet als sleeve

Die Realisierung des Faltvorganges erfordert eine etwas weiter ausdifferenzierte Betrachtung⁵. Der Pressstempel wird zunächst feststehend belassen, so dass wir uns auf die Drehung des Dornrades als Masterbewegung beziehen können. Die Grundidee besteht nun darin, den Faltprozess in insgesamt 5 wesentliche Zustände und drei Phasen zu unterteilen, siehe Abb. 1.6, 1.7.

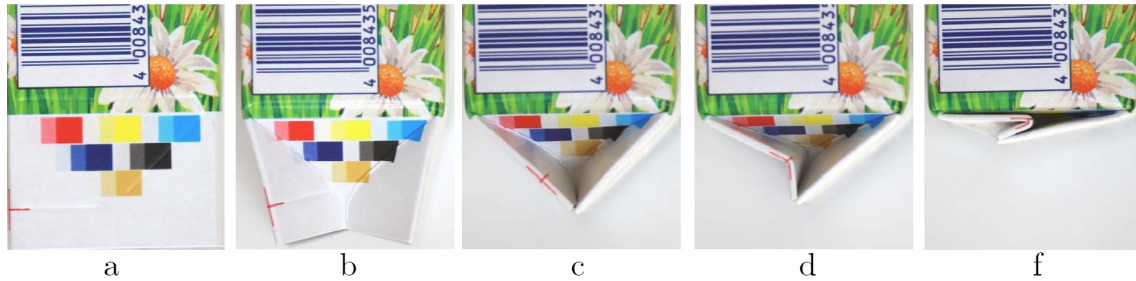


Abb. 1.6: Zustände des Bodenfaltens

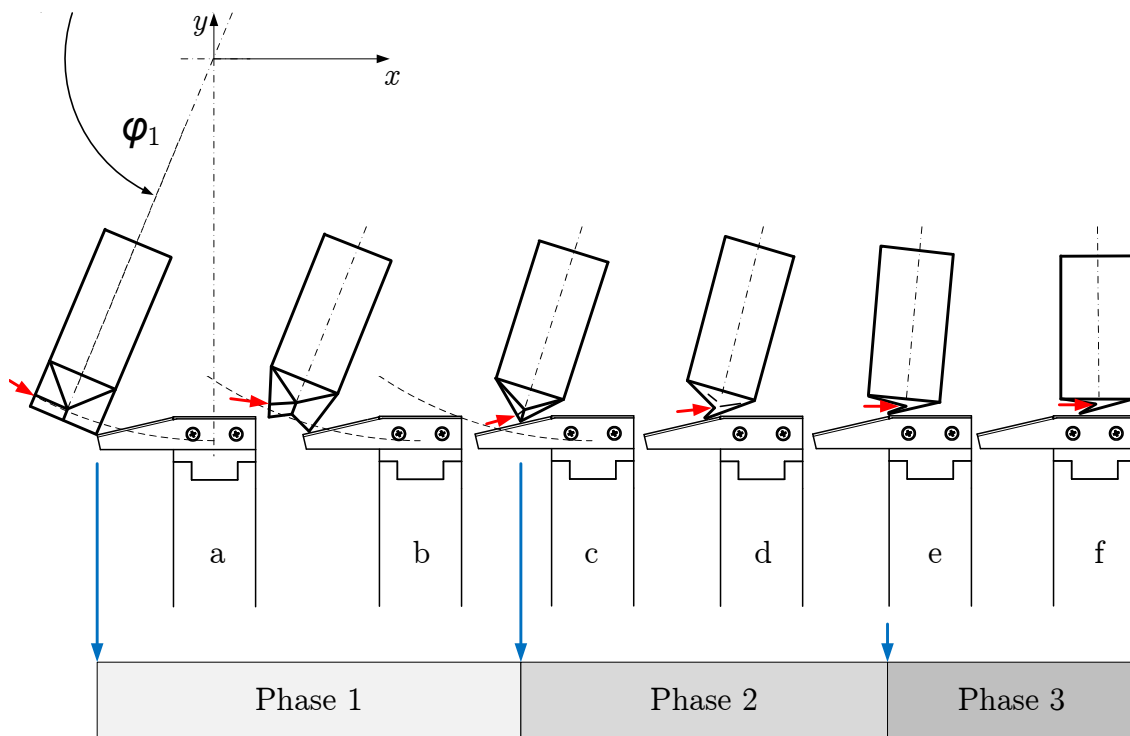


Abb. 1.7: Faltphasen

⁵Als Beispiel für dieses Szenario wurde hier bewusst ein nichttriviales gewählt, welches kompakt die Vielfalt an Problemstellungen in Verarbeitungsmaschinen gut kennzeichnet und zur Beschäftigung mit den Themen der folgenden Kapitel motivieren sollte.

Der dem Dorn überstehende Teil des Sleeves wird im Zustand a zu einem bestimmten Zeitpunkt am Pressstempel auftreffen. Es beginnt Phase 1. Zu diesem Zeitpunkt muss ein Hilfswerkzeug an der Rilllinie⁶, kleines rotes Kreuz in Abb. 1.6 in irgendeiner geeigneten Weise nachhelfen, damit der Faltprozess wie gewünscht abläuft. Sobald der Zustand c eintritt, also die Giebelkanten aufeinandertreffen, muss ein Einknicken des Kartons an der Faltrille in die richtige Richtung erfolgen. Der Beginn der Phase 2. Phase 3 unterscheidet sich dann von Phase 2 nur dadurch, dass die Giebelkanten nun auf einer Horizontalen gleiten. Da die Giebelkanten in Kontakt bleiben sollen, ergibt sich die Position des Pfeil-Angriffspunktes zwangsläufig aus der Winkelstellung φ_1 . Für eine konkrete Konfiguration, siehe hierzu auch [33], kann man die interessierenden Koordinaten des o.g. „roten Pfeils“ abschnittsweise durch Ersatz-Koppelgetriebe berechnen, siehe Abb. 1.8, Punkt P .

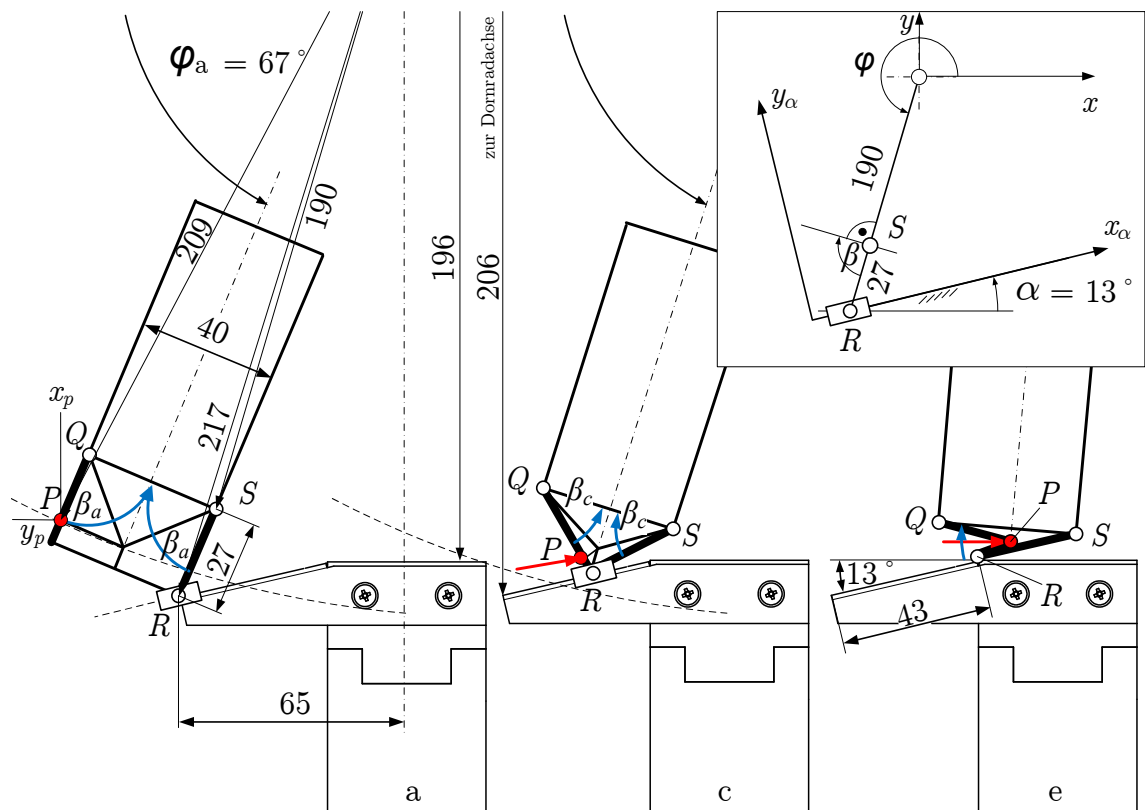


Abb. 1.8: Kinematikmodell zur inversen Berechnung der benötigten Koordinaten des Punktes P

Wie man in Abb. 1.9 erkennen kann, enthält die erforderliche Kurve einen Knick am Beginn der Phase 2, da an dieser Stelle durch das Einknicken des Kartons eine zusätzliche, quasi nach oben gerichtete Bewegung erforderlich ist. Man ahnt hier bereits, daß das sicher nicht von Vorteil bei kurzen Zykluszeiten sein wird.

⁶in der Ebene betrachtet an einem bestimmten Punkt, siehe roter Pfeil in Abb. 1.7



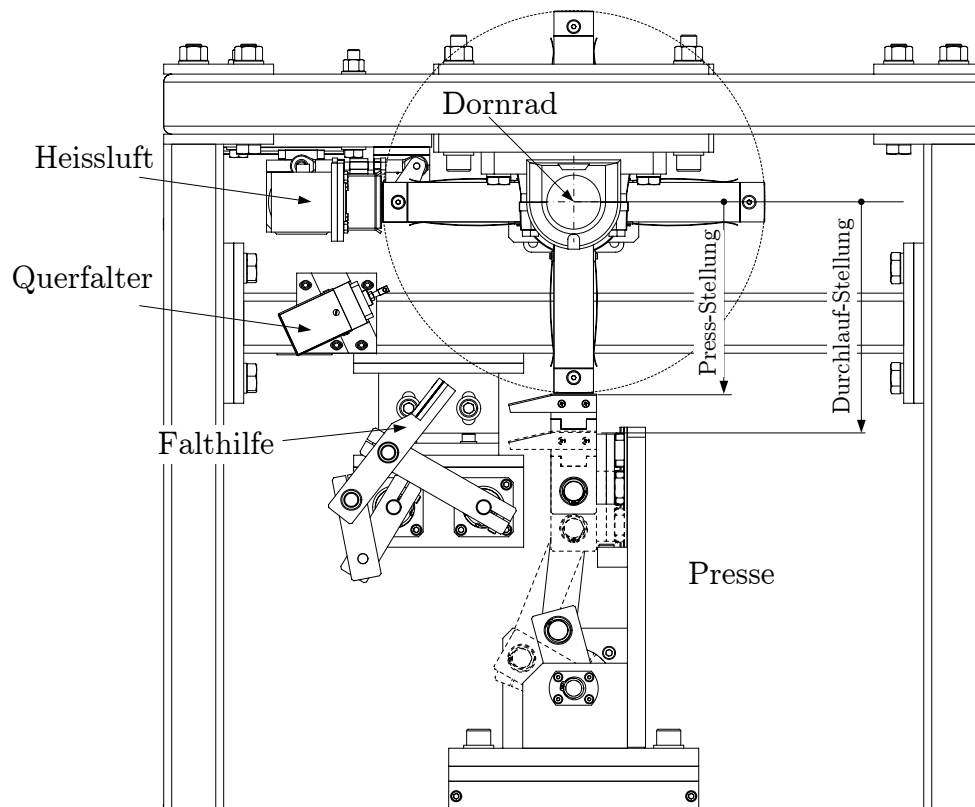


Abb. 1.11: Gesamtansicht Faltmaschine

Demgegenüber ließen sich natürlich auch andere Prinzipien zum Antrieb des Arbeitsorganes nutzen, wie Kurvengetriebe oder auch die in [30] vorgestellte Lösung mit einem Räderkoppelgetriebe.

1.2 Bewegungsaufgaben und Güte

Die Spezifikation der Anforderungen an einen Antrieb resultiert aus dem eigentlichen Verarbeitungsvorgang und kann damit höchst unterschiedlich sein. Die Vielfalt an Verarbeitungsprozessen und deren Anforderungen erschwert die Erstellung einer allgemein gültigen Klassifizierung von Antriebsaufgaben in Verarbeitungsmaschinen. Tatsache ist, dass der wissensintensive Engineering-Anteil bei der Inbetriebnahme solcher Antriebe gegenwärtig noch sehr hoch ist. Nachfolgende Ausführungen sind daher als Versuch zu sehen, zunächst einen kleinen Überblick über mögliche Ansprüche zu geben. Die Verarbeitungsprozesse können dabei zunächst grob gemäß Abb. 1.12 unterteilt werden.

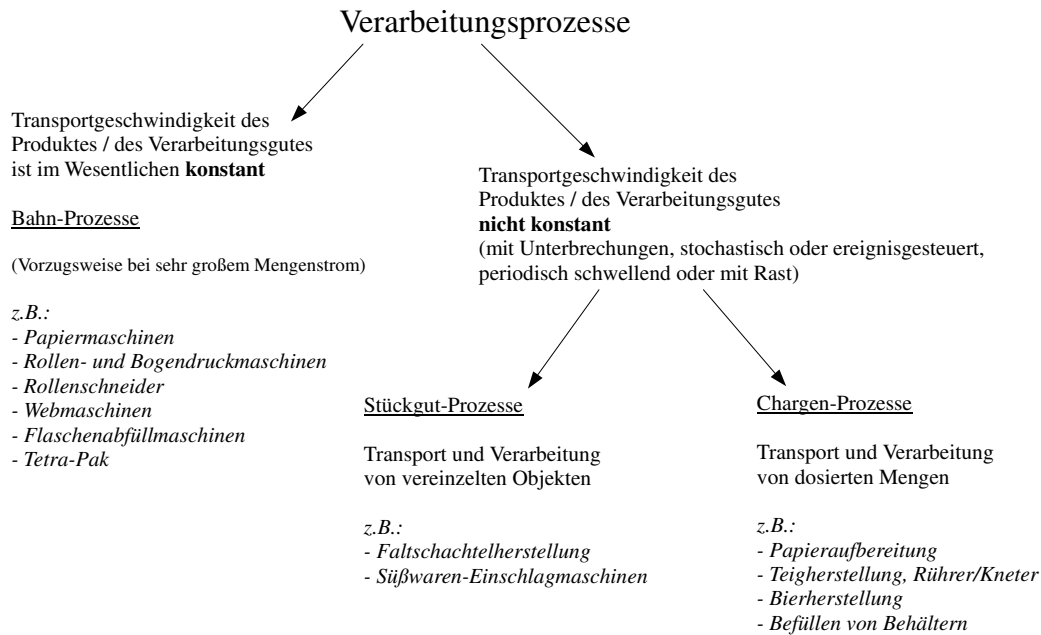


Abb. 1.12: Mögliche Klassifikation der Verarbeitungsprozesse hinsichtlich ihrer Bewegungsaufgaben, in Anlehnung an [85]

Aus der Art der Verarbeitungsgutbewegung lässt sich aber leider nicht zwangsläufig auf alle Arbeitsorganbewegungen schließen. Obwohl man natürlich bestrebt sein wird, Arbeitsorgane möglichst mit konstanter Geschwindigkeit zu bewegen, lässt sich dies nicht immer realisieren⁷. Nichtkonstante Arbeitsorganbewegungen sind daher von großem Interesse, weisen aber meist auch einen höheren Auslegungsbedarf auf.

Die Bewegungen folgen vor allem den technologischen Anforderungen! Wie in Abb. 1.13 gezeigt, kann man sich zunächst mit einer schematischen Darstellung der gewünschten Bewegungen einen guten Überblick über die zeitliche Reihenfolge verschiedener Vorgänge verschaffen. Eine solche Darstellung mit mehreren Arbeitsorgan-Aktionen wird in der Verarbeitungstechnik als Arbeitsdiagramm bezeichnet [2], in der Maschinendynamik auch als Zyklogramm [17]. Es muss an dieser Stelle betont werden, dass es sich hierbei noch nicht um die noch zu erörternde Arbeitsorgan-Sollbewegungen handelt, sondern eher um einen Plan hierfür.

⁷ da Herstellkosten, Betriebskosten und Bauraum auch eine nicht unerheblichen Rolle spielen

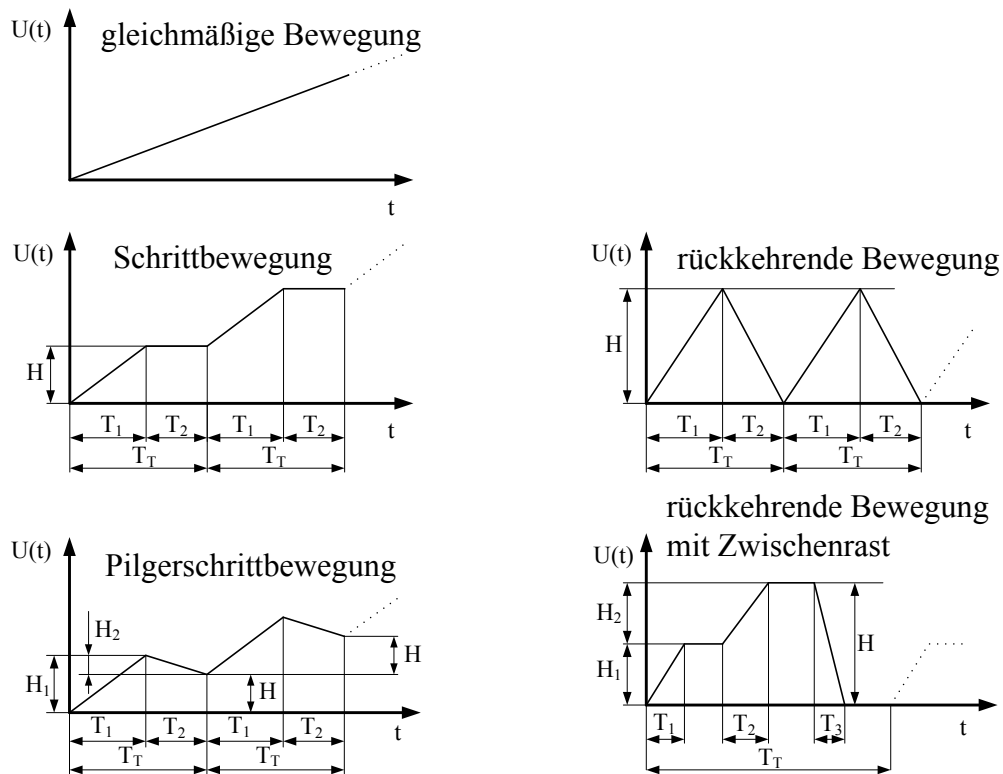


Abb. 1.13: Planung von Arbeitsorganbewegungen (Auswahl)

Es hat sich als zweckmäßig erwiesen, im Zeitbereich immer wiederkehrende Zyklen oder Perioden mit einer mehr oder weniger ausgeprägten Rast als Takt zu bezeichnen. Ein Takt geht dabei in der Regel immer mit dem Ausstoß eines fertigen Produktes am Ende der Maschine einher. Je Takt wird von einem Arbeitsorgan mit eigenem Antrieb an einer Station ein einzelner Verarbeitungsvorgang realisiert, wie z.B. das Trennen eines Packmittelsabschnittes oder der Weitertransport gefüllter Behälter. Innerhalb dieses Taktes müssen diese Einzelschritte natürlich zueinander sinnvoll synchronisiert sein: Es kann das Weitertransportieren eines Behälters erst erfolgen, wenn das Füllen beendet ist. Eine häufig auf der Hand liegende Forderung bei periodisch arbeitenden Verarbeitungsmaschinen ist die nach einer möglichst langen Rastphase, sie wird z.B. zum Abfüllen, Erwärmen oder Abkühlen benötigt. Die meist „unproduktive“ Bewegungsphase sollte dagegen möglichst kurz sein, was die Ansprüche an die Bewegungsgestaltung natürlich erhöht. Aus verschiedenen Gründen, siehe z.B. Kap. 1.3, wird bei der Realisierung von Bewegungen zusätzlich die Einhaltung kinematischer Randbedingungen gefordert. Eine kleine Auswahl ist in den Abbildungen 1.14, 1.15 dargestellt.

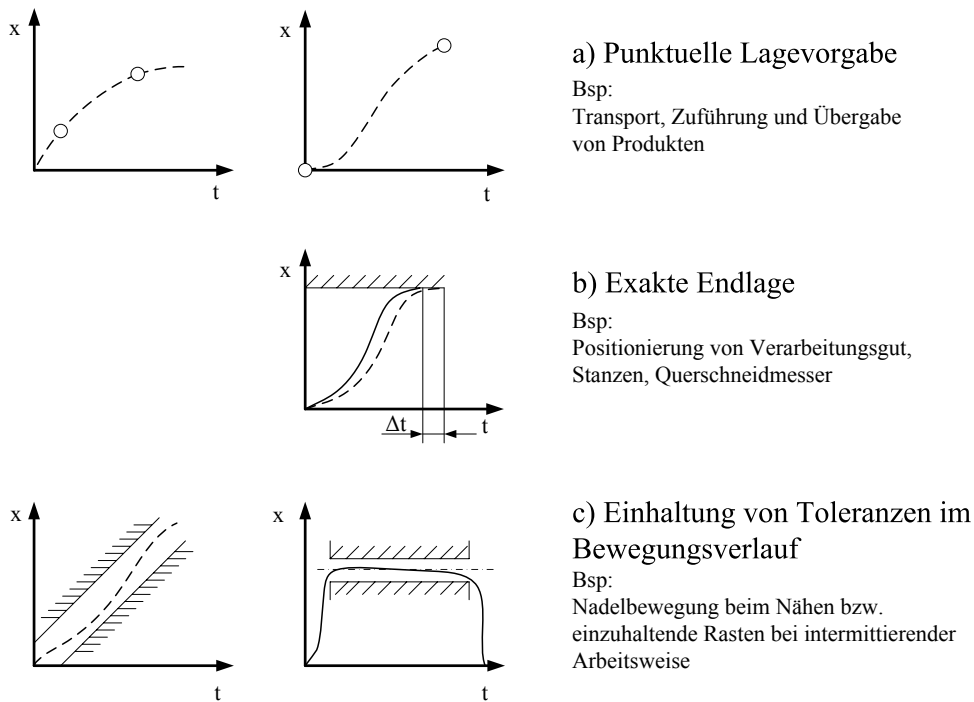


Abb. 1.14: Auswahl an Weganforderungen

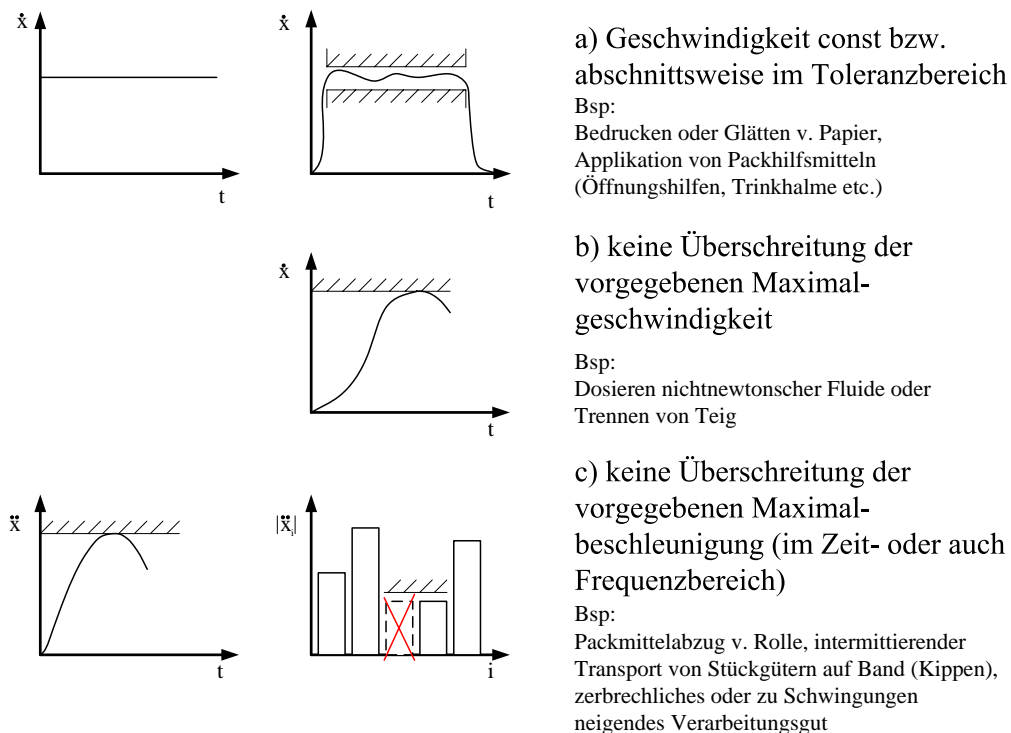


Abb. 1.15: Auswahl an Geschwindigkeits- und Beschleunigungsanforderungen

Für eine günstige Planung der Bewegungsabläufe ist es wichtig anzuerkennen, dass ein *exaktes* Einhalten einer geforderten Bewegung in der Regel unmöglich ist. Bei näherer Betrachtung ist dies auch meist nicht nötig. Vielmehr sollte man frühzeitig darüber nachdenken, welche Toleranzen und Grenzwerte zulässig sind. Oft reicht es auch, dass das Arbeitsorgan nur „punktuell“ möglichst genau zu einem bestimmten Zeitpunkt eine gewisse Lage erreicht, was letztlich mehr Spielraum für Bewegungsoptimierung gibt.

Bei vielen „schnellen“ Verarbeitungsmaschinen wird man mit dynamischen Problemen konfrontiert sein. Sei es aufgrund mangelnder Steifigkeit von Struktur oder Regelung, zu wenig verfügbaren Antriebsmoments oder aufgrund der Anregung einer Struktur- oder Produkteigenschwingung: Mit vertretbarem Aufwand lässt sich immer nur eine endliche Güte erreichen. Siehe hierzu auch [25].

Die Beurteilung der Güte von Bewegungen ist daher aber auch ein schwieriges Unterfangen. Nach der Richtlinie VDI/VDE 3547 wird unter der „Güte“ eines technischen Systems der Grad der Annäherung an das Idealverhalten verstanden:

„... Die Richtlinie verfolgt das Ziel, objektive Kriterien zur vergleichenden Bewertung von Bewegungssystemen und Bewegungsabläufen bereitzustellen, die unabhängig von der Art ihrer technischen Realisierung gültig sind. Neben den klassischen Kriterien wie

- Lagefehler
- Geschwindigkeitsfehler
- Beschleunigungsfehler

für lagegeführte Systeme sollen im Sinne wirtschaftlicher, ergonomischer und ökologischer Überlegungen auch Kriterien berücksichtigt werden wie

- gerätetechnischer Aufwand
- Energieverbrauch
- Verschleiß.“ [70]

Über diese bisher genannten Forderungen hinaus kann gerade bei Hochleistungsmaschinen ein Optimum letztlich häufig nur durch Berücksichtigung mehrerer Forderungen erreicht werden (multikriterielle Optimierung).

1.3 Produktbeanspruchung als Nebenbedingungen

Problematisch ist generell, dass in einer Maschine mehrere verschiedene Verarbeitungsgüter mit schwankenden Eigenschaften gleichzeitig verarbeitet werden müssen. Zudem weisen die zu verarbeitenden Produkte meist eine extrem hohe Empfindlichkeit gegenüber mechanischen und thermischen Belastungen auf. Nachfolgend seien exemplarisch einige repräsentative Beispiele genannt, die für die Thematik *Produktbeanspruchung* als Nebenbedingung sensibilisieren sollen.

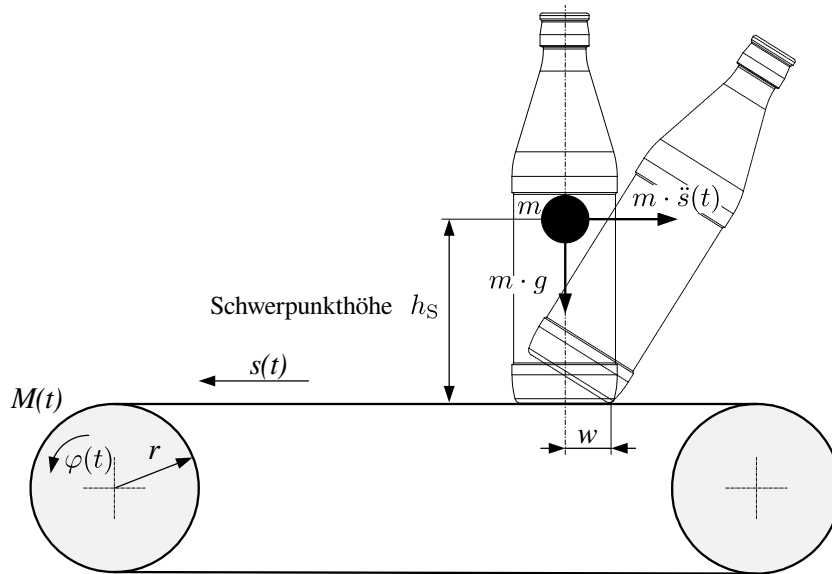


Abb. 1.16: Maximale Beschleunigung von Stückgut auf einem Band

Für den relativ einfachen Fall des Transports stehender Behälter⁸ auf einem Förderband, siehe Abb. 1.16, kann aus kinetostatischen Überlegungen für die Bandbeschleunigung $\ddot{s}(t)$ ein Maximalwert angegeben werden, unter welcher ein sicherer Transport ohne Umkippen möglich ist:

$$\hat{\ddot{s}} \leq \frac{w}{h_S} \cdot g. \quad (1.1)$$

Niedrigviskose Flüssigkeiten werden beim periodischen Transport „schwappen“, siehe Abb. 1.17. Erreicht die Auslenkung der Fluidoberfläche den Behälterrand, so kann dies nicht nur Produktverlust und Maschinenverschmutzung bedeuten, sondern aufgrund der Benetzung der Siegelzone auch ein hohes Risiko für die später geforderte Dichtheit der Packung darstellen. Betrachtet man den Sachverhalt zunächst nur statisch, also bei sehr lang andauernder, gleichmäßig beschleunigter Bewegung⁹, gilt für den Auslenkungswinkel β :

$$\tan \beta = \frac{\ddot{s}}{g} = \frac{h}{q/2}, \quad (1.2)$$

mit der Fluidauslenkung h bei einer Behälterbreite q .

Daraus folgt:

$$h = \frac{q}{2} \cdot \frac{\ddot{s}}{g}. \quad (1.3)$$

⁸in der Regel Starrkörper

⁹es gibt also eine resultierende, konstante Beschleunigung, zu der sich die Oberfläche ausrichtet

Bei einer Behälterbreite von z.B. $q = 60$ mm und einer zulässigen max. Schwapphöhe von $h_{zul} = 20$ mm könnte man so bereits einen statischen Beschleunigungsgrenzwert \hat{s} von ca. 6.5 m/s^2 für das horizontale Beschleunigen/ Abbremsen finden.

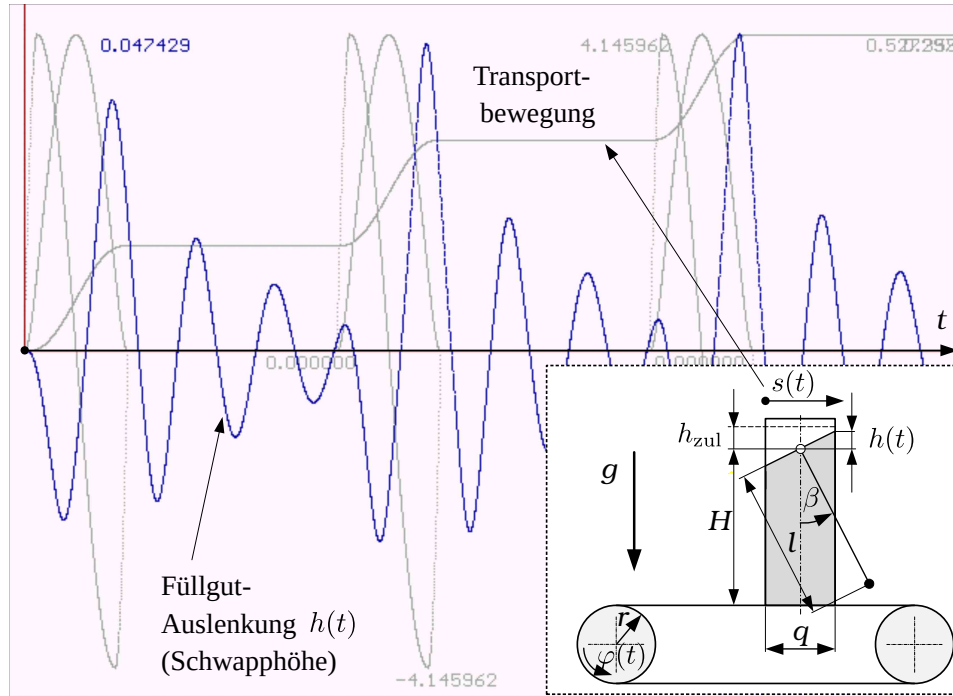


Abb. 1.17: Modell zur Abschätzung des Schwappverhaltens

Aber auch bereits bei wesentlich kleineren Beschleunigungswerten kann es aufgrund der Dynamik, der Periodizität bzw. des „Aufschaukelns“ zu unzulässigen Amplituden kommen. Steigen die Amplituden von Takt zu Takt, liegt eine Resonanz mit einer Erregerharmonischen vor, siehe hierzu auch Kap. 4.

Aus Grundlagenuntersuchungen für niedrigviskose Flüssigkeiten w. z. B. Saft oder Milch ist bekannt, dass die Widerspiegelung der dynamischen Schwapphöhe auch mit einem einfachen mechanischen Ersatzmodell möglich ist [77, 36, 15, 71]. Gedanklich wird hier der Gesamteffekt auf die Überlagerung von Fluid-Eigenschwingungen reduziert. Verwirbelungen, Oberflächeneffekte oder Spritzer werden vernachlässigt. Es zeigte sich, daß bei kleinen Schwapphöhen < 5 mm, einem Höhen/ Breiten-Verhältnis $H/q > 2$ sowie einer Breite in Bewegungsrichtung q von ca. 60 mm die Realität bereits mit der Betrachtung der ersten Fluid-Eigenschwingung aussagefähig idealisiert wird. Die Ermittlung der Fluideigenschaften ist mit einem einfachen Versuchsaufbau möglich. Nach Fluidanregung durch kurzeitiges Bewegen z.B. mittels Linearantrieb sowie mit einer Videoaufzeichnung kann die Anzahl von Schwingungen pro Zeiteinheit ausgezählt werden. Für das im Bild 1.17 gezeigte mathematische Pendel¹⁰ gilt dann in den o.g. Grenzen der einfache mathematische Zusammenhang:

$$\omega_0^2 = \frac{g}{l} = g \cdot \frac{\pi}{q}. \quad (1.4)$$

¹⁰zur Abbildung der Eigenfrequenz, asymmetrischer Mode $m = 1$

Die Festlegung genereller Grenzwerte, die meistens aus der zulässigen Produktbelastung resultieren, ist schwierig. In [91] wurde beispielsweise als Grenzwert für die maximal zulässige Relativgeschwindigkeit beim Auftreffen des Arbeitsorgans auf das Produkt¹¹ empirisch ein Wert von 3.1 m/s gefunden. Ab diesem Wert konnten optische Beschädigungen auf der Schokoladenoberfläche festgestellt werden, was bereits einen Qualitätsverlust und gegebenenfalls Ausschuss darstellt.

Auch dem Abziehen bzw. Transportieren von bahnförmigen Flachformgütern, insbesondere dünner Kunststofffolien, kommt bei vielen Verpackungsmaschinen eine besondere Bedeutung zu, da weit über 50 Prozent der heutigen Verpackungslösungen durch flexible Packstoffe abgedeckt werden [46]. Bei Schlauchbeutelmaschinen werden diese Folien über eine speziell geformte Formschulter gezogen, wodurch nach Längsnahtbildung ein befüllbarer Schlauch entsteht. Aufgrund dieses massiven Einsatzes wird bei modernen Packstoffen eine geringe Materialintensität bei gleichzeitig hoher Dichtigkeit und Mindesthaltbarkeit angestrebt. Erreicht werden kann dies nur mit speziell entwickelten Barrierschichten, z.B. durch transparente anorganische Silizium- und Aluminiumoxide, welche jedoch leider eine sehr hohe Empfindlichkeit gegenüber Dehnung aufweisen.

Zu nennen sind auch noch weitere, meist negativ wirkende physikalische Effekte wie z.B.:

- Entmischung von Dispersionen bei zu großer Beschleunigung
- Ablagerungen von Feststoffen aus Suspensionen bei zu geringer Strömungsgeschwindigkeit
- Beeinflussung der Mechanik oder des Verarbeitungsgutes durch den Luftwiderstand bei schnellen Bewegungen
- Scherverfestigung oder Scherverflüssigung viskoser Güter,

wohingegen man diese natürlich auch positiv nutzen kann, z.B. zum Bruchtrennen hochviskoser Produkte [21].

Nicht zuletzt seien aber auch strukturdynamische Effekte genannt, welche es zu berücksichtigen gilt. Insbesondere ist es häufig schwierig, die dynamische Steifigkeit des Antriebsstranges bzw. des Bewegungssystems bereits während der Entwurfsphase sicher zu kontrollieren. Daher werden bestimmte Bauteile häufig großzügiger dimensioniert, was bei stationären Maschinen durchaus sinnvoll ist. Auch Massen und Steifigkeiten der Maschinengestelle, Decken oder Fundamente spielen eine große Rolle sowie Störeinflüsse, z.B. durch Unwuchten anderer Maschinen. Als weiterführende Literatur ist hier besonders [18] zu empfehlen.

¹¹ein Schokoriegel

1.4 Zur Entwurfsmethodik

Die funktionelle Unterteilung des Systems Verarbeitungsmaschine in Teilbereiche, siehe Abb. 1.18, macht insbesondere für den konstruktiven Entwicklungsprozess als Denkansatz in der Entwurfsphase Sinn. Gab es früher häufig Spezialisten für die einzelnen „Blöcke“, wird die endgültige Auswahl, Auslegung und Optimierung eines Antriebs heute, aus den in den folgenden Lehrveranstaltungen noch zu beleuchtenden Gründen, kaum noch losgelöst von den anderen Teilsystemen erfolgen können, etwa durch Experten für Motoren, Steuerungen oder Maschinenelemente. Vielmehr ist zunehmend eine vertikale Betrachtung durch die gesamte Maschine erforderlich, um eine marktreife Lösung zu finden.

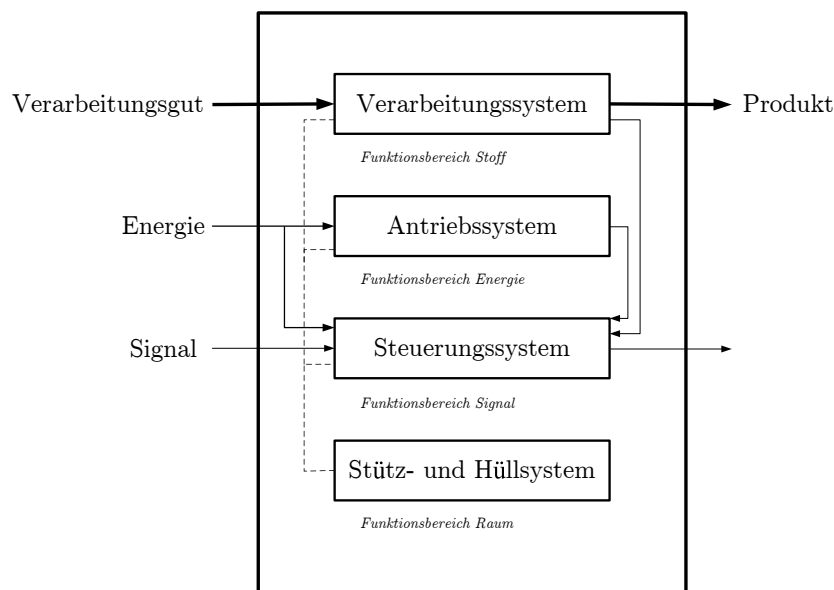


Abb. 1.18: Die Verarbeitungsmaschine in ihren Teilbereichen [1]

Die im Bewegungsplan, siehe z.B. Abb. 1.13, vereinfacht als gleichförmig angenommenen Arbeitsorgan-Bewegungen müssen in technisch realisierbare und günstige Bewegungsvorgaben überführt werden. Dieser Optimierungsprozess zielt meist auf eine Minimierung der Produkt- oder Strukturbelastung, der Zykluszeiten oder des benötigten Antriebsmomentes, aber auch auf die Minimierung von störenden Schwingungen. Während dieser Phase wird man auch dazu genötigt sein, von eventuell zu hoch gestellten Anforderungen abzuweichen, um die Ziele und insbesondere auch den eigentlich gewünschten Verarbeitungsvorgang mit einer gewissen Güte zu erreichen. Diese aufbereiteten Bewegungsvorgaben werden dann entweder für die Berechnung und Fertigung einer Kurvenscheibe oder auch als Sollwertvorgabe für ein modernes Motion-Control-System benötigt. Bei letzterem spricht man häufig auch von „elektronischer Kurvenscheibe“. Die übergeordnete Koordination der verschiedenen Arbeitsorgane innerhalb einer Verarbeitungsmaschine erfolgt in der Regel durch Software auf einer SPS oder einem PC. Die Erstellung dieser Software

erfolgt mit speziellen Entwicklungsumgebungen, z.B. CODESYS [99], und in der Regel nach der Europäischen Norm EN 61131 bzw. dem Standard PLCopen. Eine Übersicht zum Vorgehen liefert hierzu auch Abb. 1.19.

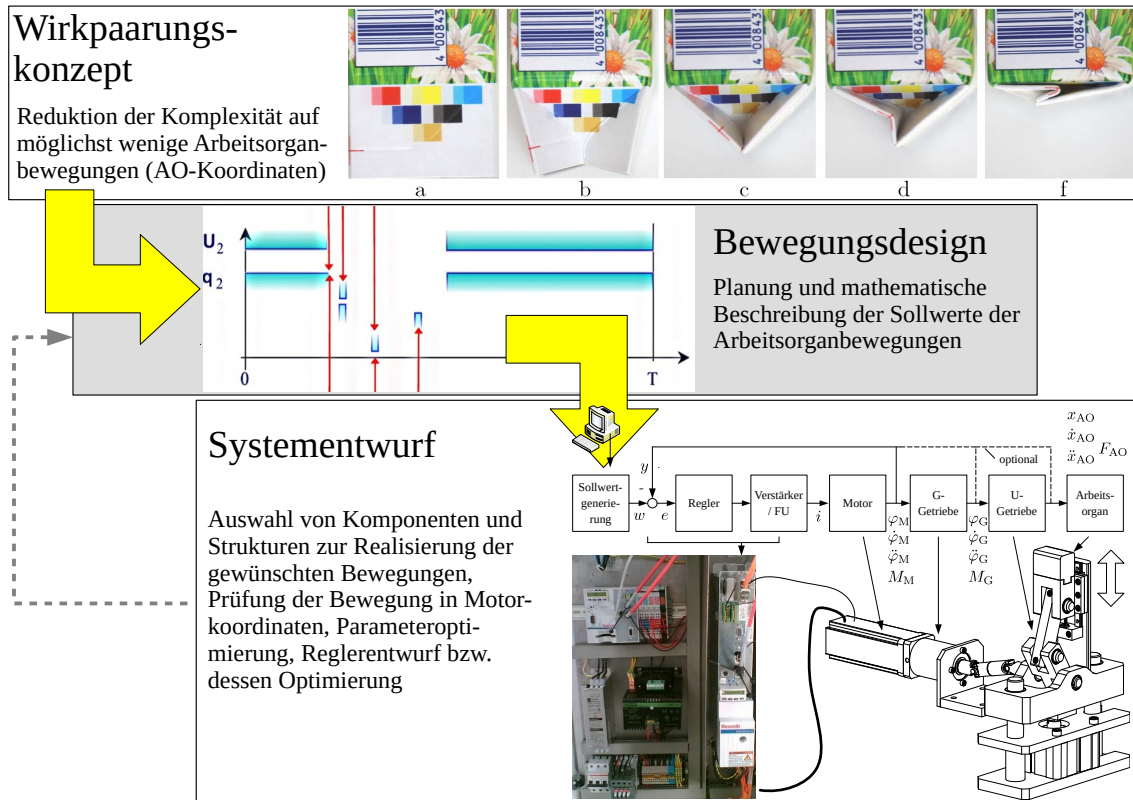


Abb. 1.19: Teilaufgaben beim Entwurf der Bewegungstechnik

Als grundsätzliche Vorgehensweise zur Strukturfindung ist die des konstruktiven Entwicklungsprozesses [3, 65, 66, 75, 76] zu empfehlen, siehe Abb. 1.20, und man sollte sich auch zu folgenden Punkten Gedanken machen:

- Klassifikation der gewünschten Bewegungen, ggf. auch Approximation durch einfache, zumindest glatte Abschnitte,
- Suche nach mechanischen Strukturen, die bereits in gewisser Ähnlichkeit Führungsaufgaben, Bewegungssteuerung oder auch beides übernehmen können,
- Recherchen zum Stand der Technik (Patente, Publikationen),
- Konstruktionskataloge, z.B. VDI2727 [67], Online Wissenspeicher, z.B. dmgLib [97]
- Spezialsoftware zur Startauswahl von Koppelgetrieben, z.B. KOPAK [39],
- Verfahren der Getriebesynthese, vgl. [50]
- Erfahrungen sowie eigene oder die Intuition anderer.

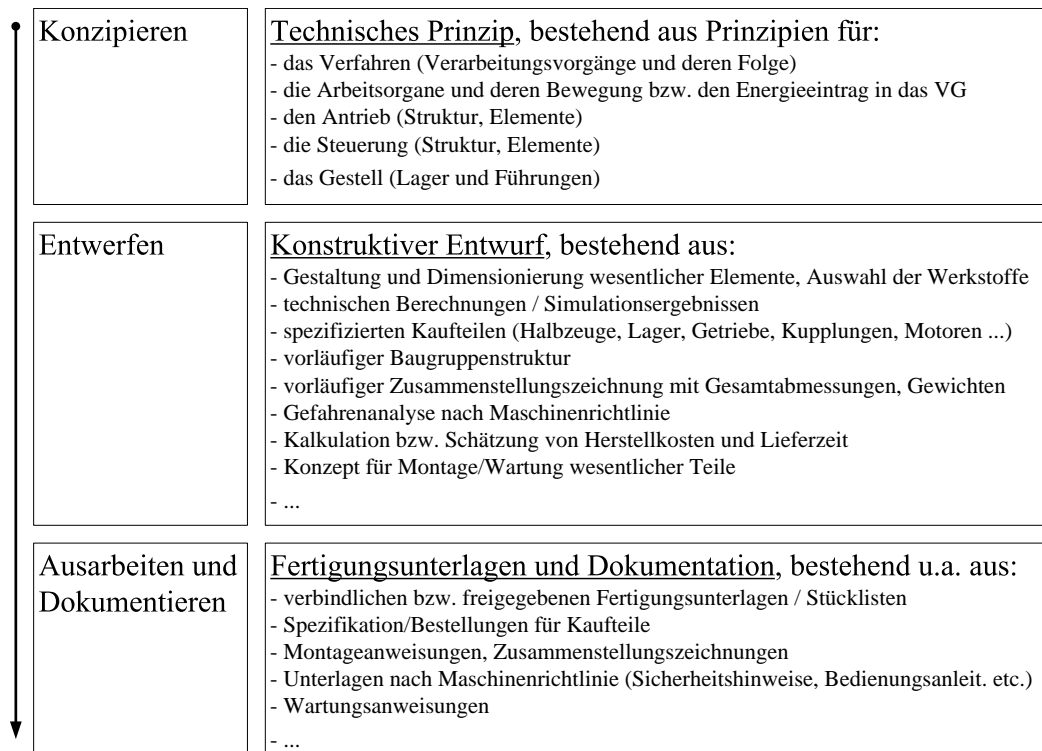


Abb. 1.20: Konstruktive Entwicklung im Verarbeitungsmaschinenbau

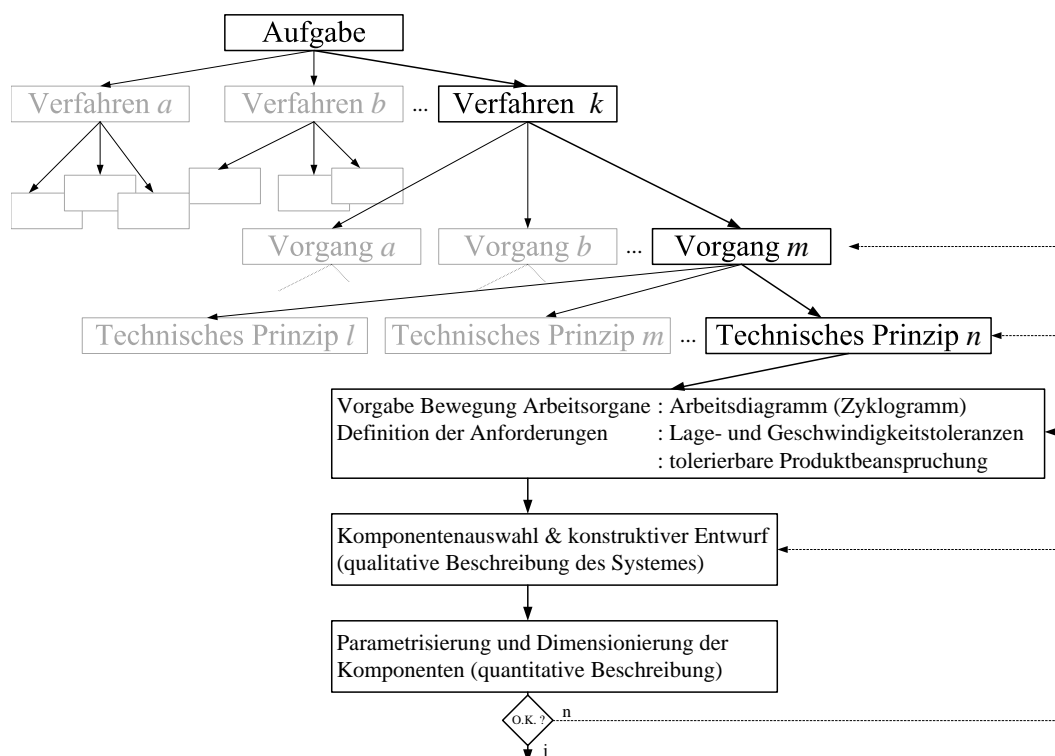


Abb. 1.21: Komplexität bei der Entscheidungsfindung zur Antriebsgestaltung

Für eine bestimmte Bewegungsaufgabe kann es unterschiedliche technische Prinzipie zur Realisierung geben, siehe Abb. 1.21. Wenn beispielsweise ein Packmittelabschnitt periodisch gefördert werden muss, weil das Verfahren es so vorschreibt, kann dies mit Zangen/Greifern und einem Schrittschaltgetriebe oder mehrgliedrigem Koppelgetriebe erfolgen, oder auch direkt mittels Transportwalzen und Schritt- oder Servomotor. Auch das periodische Absenken/Anheben kontinuierlich laufender Transportwalzen ist möglich. Durch die Auswahl dieses technischen Prinzips ist die Struktur des Antriebssystems maßgeblich festgelegt. Das heißt auch, die Suche nach einer als günstiger erscheinenden Antriebslösung oder Konfiguration kann nie losgelöst von der Frage nach alternativen Prinzipien zur Realisierung dieses bestimmten Vorganges oder gar des gesamten Bearbeitungsprozesses erfolgen. Diese Tatsache erschwert natürlich den Vergleich von Bewegungssystemen, weshalb man auch kaum absolute und seriöse Aussagen zum Wert einer bestimmten Antriebslösung finden wird.

Als problematisch erweist sich auch, dass bereits die Definition „günstig“ und das Auffinden von Vergleichskriterien schwierig ist. Unterstellt man die gleiche erzielbare Bewegungsgüte am Arbeitsorgan, siehe Kap. 1.2 und 1.3, können als mögliche Kriterien dienen:

- Verhältnis installierte Leistung/Ausbringung,
- Verhältnis tatsächlich abgerufener Leistung / für Prozess benötigter
- Ungleichförmigkeitsgrad, Steuerbarkeit, Wechselwirkungen mit elektrischem Antrieb/ Regelkreis,
- Auswirkung auf Umwelt (Schwingungen, Lärm, Schmier- und Kühlmittel),
- Herstellkosten, Bauraum,
- Prozesskosten (Energiebedarf, Ausfall- und Reparaturrate),
- Wartungsaufwand (Stillstandszeiten, Reinigung etc., erforderliche Qualifikationen des Personals),
- Standzeiten der Maschinenelemente.

Viele Aufgabenstellungen der Antriebs- und Bewegungstechnik werden heute auch mit bekannten Methoden und Simulationswerkzeugen bearbeitet. Und sofern bereits beim Entwurf der Antriebe Informationen über Lasten oder über auftretende Störungen vorliegen und diese modellierbar sind, können so auch Überdimensionierungen und unzureichende Wirkungsgrade frühzeitig vermieden werden. Vor diesen Analysen muss jedoch zunächst ein technisches Prinzip bzw. ein Strukturentwurf her, mit dem sinnvolle Analysen überhaupt erst durchgeführt werden können. Mit einer groben Dimensionierung der beteiligten Komponenten kann durch Simulation die Einhaltung oben genannter Vorgaben zunächst abgeschätzt werden.

Voraussetzung für alles Genannte ist aber in jedem Fall, dass die Bewegungsvorgaben vom Entwickler/ Konstrukteur überhaupt formuliert wurden. Obwohl man an dieser Stelle nach allgemeinen Erfahrungen die größten Einflußmöglichkeiten hat, wird dieser Tatsache viel zu wenig Aufmerksamkeit geschenkt. Eine Forderung nach entsprechender Würdigung der Thematik stammt von Prof. Braune [7]:

„In den Vordergrund tritt damit die Aufgabe, überhaupt erst einmal genau festzulegen, wie die zu realisierenden Bewegungsabläufe von einzelnen oder koordiniert zusammenwirkenden Arbeitsorganen in einer Maschine überhaupt sein sollen, um eine gestellte technologische Aufgabe bestmöglich zu erfüllen, z.B. in kürzest möglicher Zeit bei Einhaltung geforderter Randbedingungen. Dieses Aufgabenfeld soll hier als *Bewegungs-Design* bezeichnet werden ...“

In den nachfolgenden Kapiteln wird es im Wesentlichen um diese Thematik gehen. Die Ausführungen sollen eine Unterstützung bei der Entwicklung von Antriebslösungen in Verarbeitungsmaschinen bieten, können aber die erforderliche Intuition und Kreativität beim Entwickeln nicht ersetzen.

1.5 Übungsaufgaben

1. Nennen Sie Besonderheiten von Antriebsaufgaben in Verarbeitungsmaschinen gegenüber anderen Ihnen bekannten Anwendungsfällen.
2. Welche Aufgaben haben Bewegungssysteme in Verarbeitungsmaschinen zu erfüllen?
3. Beschreiben Sie mögliche Bewegungsarten von Arbeitsorganen in Verarbeitungsmaschinen.
4. Nennen Sie Beispiele für kinematische Bewegungsanforderungen.
5. Wodurch wird die Ausbringung von Verarbeitungsmaschinen-Antrieben in der Regel begrenzt? Untersetzen Sie mit Beispielen!
6. Nach welchen Kriterien sollten unterschiedliche Varianten von Bewegungssystemen, bei gleicher Bewegungsaufgabe, hinsichtlich physikalischer Gesichtspunkte beurteilt bzw. miteinander verglichen werden?
7. Welche Eingangsinformationen sind für den Entwurf eines VM-Bewegungssystems erforderlich?
8. Erklären Sie den Begriff *Bewegungsdesign*.

2 Struktur des Antriebssystems

2.1 Allgemeines

Der eigentliche Beginn der Automatisierung ist vermutlich kaum auszumachen. Bereits seit vielen Jahrhunderten ist man bemüht, physikalische Effekte zur Erleichterung menschlicher Arbeit zu nutzen. Wind- und Wasserkraft, als verfügbare und scheinbar unerschöpfliche Ressource, werden schon lange genutzt. Die von einem Fluss getragene Bewegungsenergie brauchte nur geeignet umgeleitet und auf eine gewisse Anzahl von z.B. Webstühlen, Mahlwerken oder auch Sägen verteilt zu werden. Aus heutiger Sicht sind diese historischen Maschinen gekennzeichnet durch einfachen und logischen Aufbau sowie eine pragmatische Ausführung. Im 19. Jahrhundert gab es dann eine Reihe bahnbrechender Entwicklungen zur Nutzung weiterer Energiearten. Dampfmaschine, Verbrennungsmotor und Elektromotor hatten das Potential, das Wasserrad abzulösen und befreien die Nutzer von dem Zwang zur Lage am Fluss. Die Industrialisierung konnte sich somit ungebremsst entfalten. Das noch verbliebene Problem der Energie- bzw. Bewegungsversorgung innerhalb einer Fabrik wurde gelöst durch ein im Gebäude verankerten zentralen Antriebsstrang und via Riementrieb jeweils angekoppelte Abnehmer, bekannt als Transmission. Die Transmission wurde dann durch lokale Elektromotoren ersetzt. Leichter Zugang zu Elektrizität sowie fallende Preise für Elektromotoren trugen wesentlich dazu bei, ebenso die Entwicklung der Motoren-Baugröße, vgl. [14].

2.2 Antriebselemente

Bei Antriebssystemen kann man als wesentliche **Elemente** ausmachen:

Energiewandler (EW)	ändert Energieart von einer zu anderen Energiearten: mechanisch, thermisch, strahlend, elektrisch chemisch
Transformator (T) Übersetzer	multipliziert Verhältnissgrößen innerhalb einer Energieart mit einem konstanten Faktor (i), z.B. mech. Moment + Winkelgeschwindigkeit oder el. Spannung + Strom, i.d.R. gleichmäßig übersetzendes Getriebe GG
Umformer (U)	ändert bzw. beeinflusst Energiefluss: Steller, Umrichter auch Schritgetriebe, i.d.R. ungleichmäßig übersetzend UG
Energieleiter (EL)	Transport von Energie, Riemen, Seile, Wellen, Kupplungen, Hydraulikschläuche ...
Energiespeicher (ES)	speichert Energie zur zeitl. Anpassung von Bereitstellung und Bedarf, Kondensator, Druckspeicher, Schwungrad.

Als **Energiewandler** zur Bewegungserzeugung kommen in Verarbeitungsmaschinen vorzugsweise elektrische Antriebe zum Einsatz. Abb. 2.1 vermittelt hier einen aktuellen Überblick über in Frage kommende Elektromotoren und Abb. 2.2 zeigt den Aufbau eines in Verpackungsmaschinen weit verbreiteten Servomotors¹.

Stromart	Stromwendermaschine	Asynchronmaschine	Synchronmaschine	Typische Einsatzgebiete	Leistungsbereich
Gleichstrom	Permanentmagnet-			Feinwerktechnik, Kfz-Elektrik	< 0,001 ... 10 kW
	Fremderregt-			Hebezeuge, Walzwerke	1 ... 10 MW
	Reihenschluss-			Kfz-Anlasser, Bahnantriebe	0,3 ... 500 kW
	Nebenschluss-			Hebezeuge, Walzwerke	0,3 ... 50 kW
Wechselstrom	Universal-			Elektrowerkzeuge, Haushaltsgeräte	0,05 ... 2 kW
	Reihenschluss-			Bahnantriebe 16 ⅔ und 50 Hz	100 ... 1000 kW
		Spaltpol-		Lüfter, Pumpen, Haushaltsgeräte	5 ... 150 W
		Kondensator-		Lüfter, Kompressoren, Werkzeuge, Haushaltsgeräte	50 ... 2000 W
			Hysteres-	Uhrwerke, Feinwerktechnik	< 1 ... 20 W
			Reluktanz-	Gruppenantriebe in Textilindustrie, Extruder	0,1 ... 10 kW
Drehstrom	Nebenschluss-			Druck- und Papier-, Textilmaschinen	1 ... 150 kW
		Kafigläufer-		Industrie-Standardantrieb, Servoantriebe	100 W ... 50 MW
		Schleifringläufer-		Windkraftanlagen, Pumpen, Verdichter	bis 10 MW
			Reluktanz-	Gruppenantriebe in Textilindustrie, Extruder	0,1 ... 10 kW
			Permanentmagnet-	Servoantriebe	0,1 ... 30 kW
			Schenkelpol-	Wasserkraftgenerator, Notstromgenerator	0,01 ... 1000 MW
Impulsstrom			Vollpol-	Kraftwerk-Turbogenerator, Schwerlastantrieb	0,1 ... 1500 MW
			Schritt-	Uhrwerke, Drucker, Positionierantriebe	10 μW ... 500 W
			Reluktanz-	Uhrwerke, Drucker, Positionierantriebe	10 μW ... 500 W

Abb. 2.1: Einsatzgebiete und Leistungsbereiche elektrischer Maschinen [94]

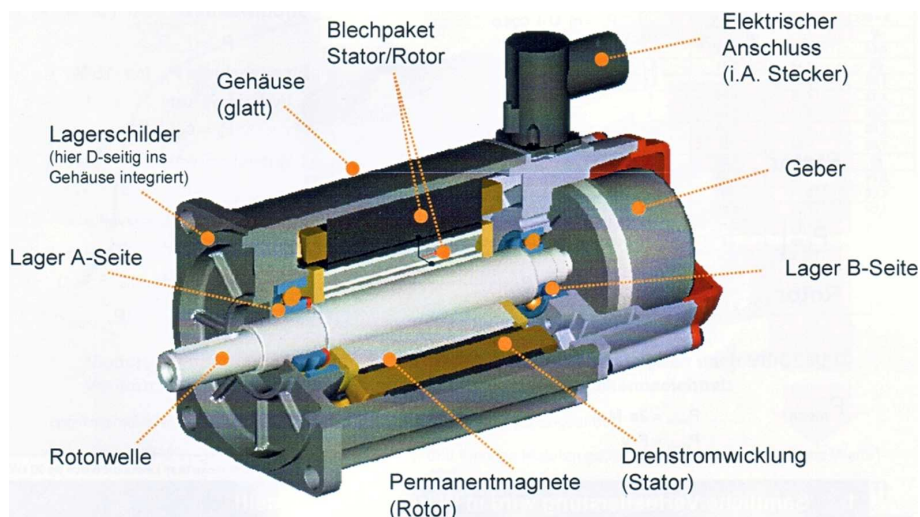


Abb. 2.2: Beispiel für Servomotor [94]

¹Abbildungen 2.1, 2.2 mit freundlicher Genehmigung der Bosch Rexroth AG

Als Beispiel für **Transformatoren** in Verpackungsmaschinen kommen

- Zahnrädergetriebe,
- Zahnriemengetriebe,
- sowie Gewindetriebe in Betracht.

Diese Komponenten werden zunehmend auch als komplette Antriebsbaugruppe zugekauft, etwa als Getriebemotoren, Linearachsen oder Vorschubeinheiten. Für Verarbeitungsmaschine nach wie vor interessant sind auch Getriebe mit nichtkonstanter Übersetzung, wie z.B. Kurven-, Kurvenschrittgetriebe und Koppelgetriebe. Zu diesem Thema kann auf eine ganze Reihe von Standardliteratur zurückgegriffen werden, hervorzuheben sei hier insbesondere auch die Online-Datenbank DMG LIB² [97]. Getriebe bzw. Transformatoren lassen sich bekanntlich in zwei Klassen unterteilen: Gleichmäßig und ungleichmäßig übersetzende Getriebe, **G-Getriebe** und **U-Getriebe**. Letztere werden in der Regel auch als Mechanismen bezeichnet.

Für den Entwurf des Antriebssystems sollte man sich immer die Frage stellen, wozu ein **G-Getriebe** oder **U-Getriebe** im vorliegenden Fall überhaupt dienen kann. Von Vorteil ist es zweifellos, wenn man auf beide verzichten kann. Es gibt aber auch sehr gute Gründe für ihren Einsatz, siehe hierzu auch [9]. Meist liegen mehrere Gründe gleichzeitig vor, die selten wirklich unabhängig voneinander betrachtbar sind. Gute Gründe für ein **G-Getriebe** sind in der Regel:

- Last- bzw. Momentanpassung,
- Drehzahlanpassung,
- Anpassung der Bewegungsart: rotatorisch, translatorisch, beides,
- Sicherstellung aufeinander abgestimmter Relativbewegungen mehrerer Arbeitsorgane bzw. deren zeitliche Synchronisation und/oder Kollisionsverhinderung, siehe auch Abb. 2.3; insbesondere auch bei ungewollten Maschinenzuständen wie Stromausfall, Packmittelstau oder Notaus,
- mechanische Energieverzweigung via Differential,
- Leistungsausgleich, Speicherung kinetischer Energie.

²Digitale Mechanismen- und Getriebebibliothek

Darüber hinaus kann ein U-Getriebe allein bzw. zusätzlich von Vorteil sein für:

- Umleitung von äußeren Kräften/Störungen am Arbeitsorgan in das Gestell und nicht in den Motor, z.B. durch Strecklage von Zweischlägen oder Selbsthemmung bei Gewindetrieben,
- Ausnutzung eines kurzzeitig unendlich hohen Übersetzungsverhältnisses, Kniehebeleffekt, siehe Abb. 2.4,
- Arbeitsorganführung; zwangläufiges Führen der Arbeitsorgane auf bestimmten Bahnkurven, Maschinensicherheit
- Endlagenbegrenzung durch Totlagen,
- Antriebsentlastung bei dynamischer Betriebslast,
- Speicherung der Weg-Sollwerte und Gewährleistung der Periodizität durch „Index“ eines Schrittgetriebes.

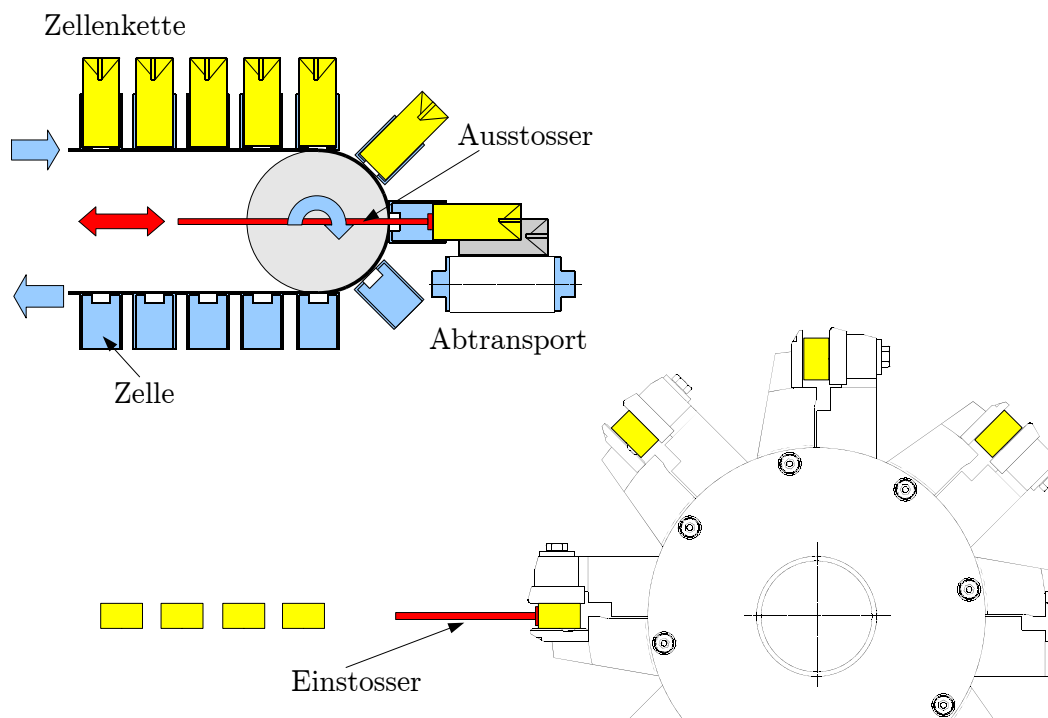


Abb. 2.3: Beispiele zur Notwendigkeit einer Kollisionsverhinderung

Ein anschauliches Beispiel für den sinnvollen Einsatz eines U-Getriebes ist eine Hubstanze, eine Presse, ein Querschneider etc., bei der bzw. bei dem nur für extrem kurze Dauer innerhalb eine Periode ein großer Arbeitswiderstand zu überwinden ist, siehe Abb. 2.4.

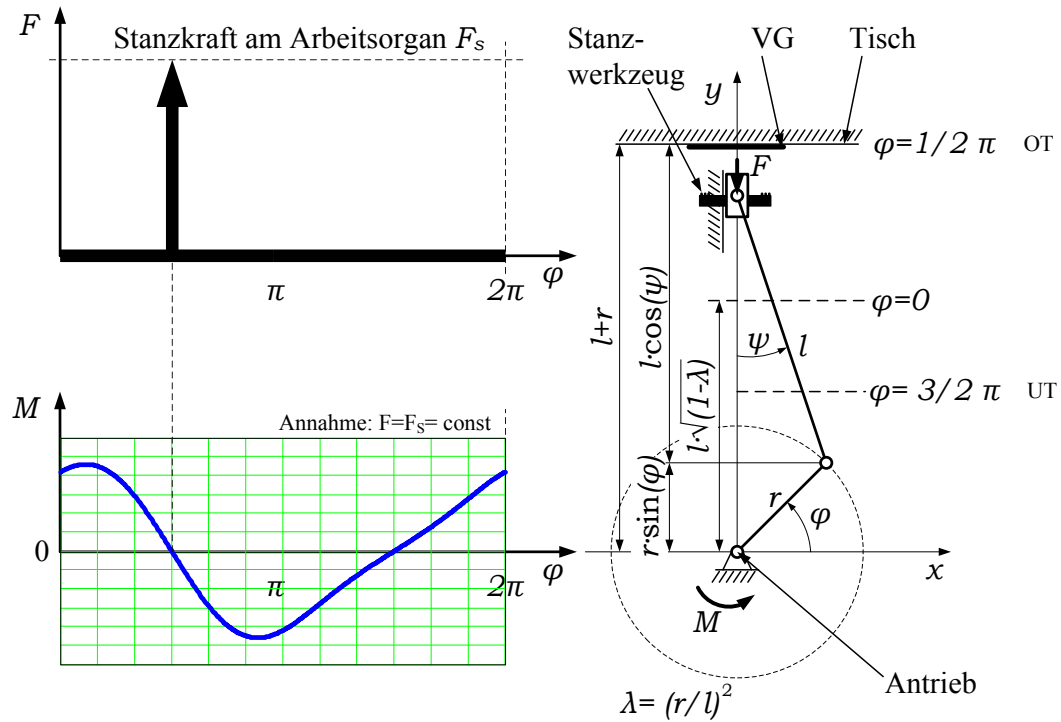


Abb. 2.4: Prozesslast bei einer Stanze und Anpassung durch Mechanismus

Hier ist die Verwendung eines ungleichmäßig übersetzenden Getriebes sicher eine gute Idee, bei dem das Übersetzungsverhältnis im entscheidenden Moment gegen ∞ geht. Bei einer Schubkurbel in Strecklage, oder auch bei sehr kleinem λ , wird so mit minimalem Motormoment eine maximale Stanzkraft erzeugt.

Grundlegende Überlegungen zur Thematik, insbesondere zur Kombination lagegeregelter Elektromotoren mit Mechanismen, sind in den letzten Jahren am Institut für Getriebetechnik in Hannover gemacht und auch veröffentlicht worden [9, 11, 12, 38]. Aufgrund des höheren Entwicklungsaufwandes für solche Kombinationen besteht allerdings auch großer Bedarf an unterstützenden Informationen/Methoden. Diese werden u.a. für die VDI-Richtlinie VDI 2742 [69] entwickelt.

Neben Wellen und Zugmitteln aller Art sind auch Kupplungen als **Energieleiter** erwähnenswert. Diese unverzichtbaren Maschinenelemente dienen insbesondere der Montage und Wartung des Antriebsstranges. Sie können in gewissen Grenzen Fluchtungsfehler ausgleichen, Distanzen überwinden und Schwingungen filtern. Vor allem bei periodischen Bewegungen ist bei der Auswahl auf ein möglichst geringes Massenträgheitsmoment bei hoher Torsionssteifigkeit zu achten. Bei zu erwartendem Vorzeichenwechsel im Momentenverlauf sind Klemmverbindungen gegenüber Passfedern vorzuziehen.

Ob bewusst oder unbewusst trägt der Antriebsstrang durch sein unvermeidliches Trägheitsmoment zur Glättung des Momentenverlaufes, zur Reduktion der Ungleichmäßigkeit und damit zu Laufruhe bei. Dieser Effekt, u.a. unter der Überschrift

Leistungsausgleich behandelt, wird seit langem auch durch Schwungräder erzeugt bzw. ergänzt. Diese kommen als kinetische **Energiespeicher** zum Einsatz. Als effizienter Energiespeicher zur Kurzzeitpufferung für schwache Netze und dezentrale Energieerzeugung ist das Schwungrad bereits in den Blickpunkt des Interesses von Energieversorgern gerückt, bei denen Schwungradmassenspeicher z.B. eine Leistung von 2 Megawatt über 20 Sekunden in das Mittelspannungsnetz abgeben können [98]. Im kleinen Maßstab existieren solche Lösungen unter dem Label *kinetic buffering* für Einzelantriebe in Verarbeitungsmaschinen [95]. Simple Lösungen zur Speicherung potentieller mechanischer Energie in Maschinen sind Druckspeicher (Pneumatik, Hydraulik), Federn oder auch Ausgleichsgewichte bei Aufzügen.

2.3 Antriebsstrukturen

Man kann auf eine historisch nachvollziehbare Entwicklung bei den Antriebsstrukturen von Verarbeitungsmaschinen blicken. Heute existieren Verarbeitungsmaschinen mit 30 und mehr synchron bewegten Arbeitsorganen, um eine komplexe Verarbeitungsaufgabe zu erfüllen. Bei Textilmaschinen kann diese Zahl durch einzeln angetriebene Arbeitsorgane wie Nadeln oder Fadenführungen sogar in dreistellige Größenordnung kommen.

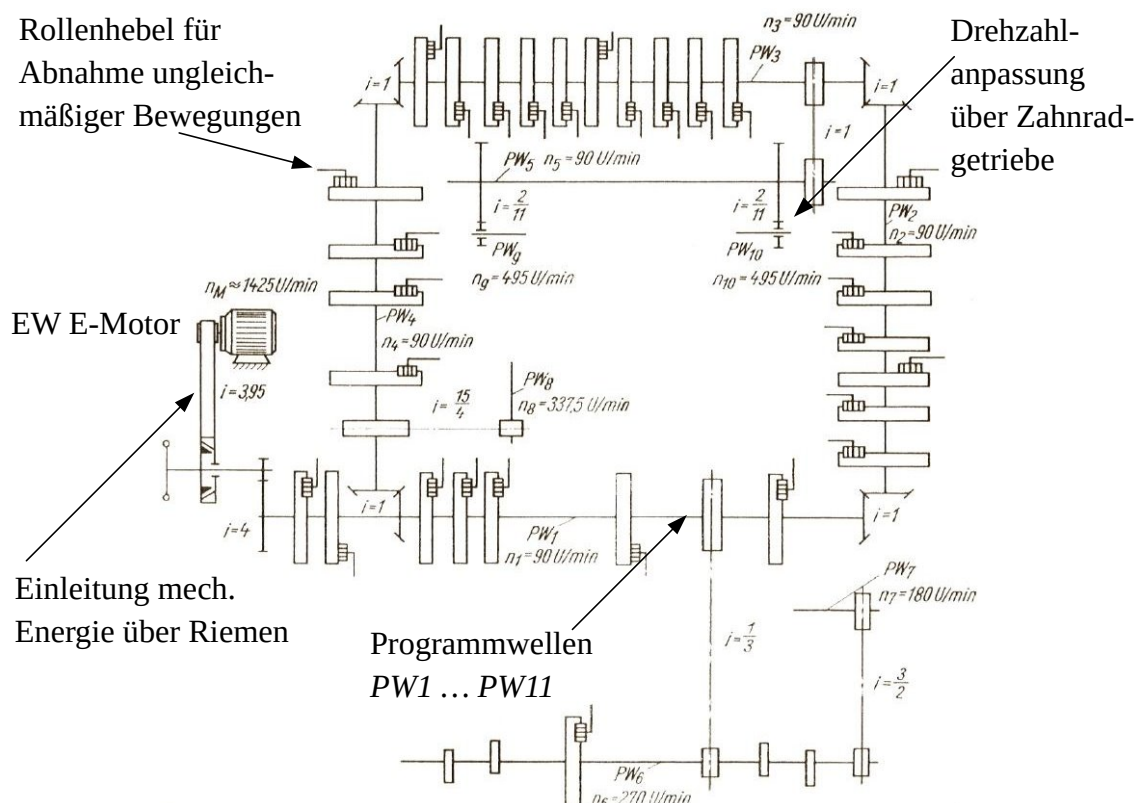


Abb. 2.5: Historischer Antrieb mit 30 Arbeitsorganen [2]

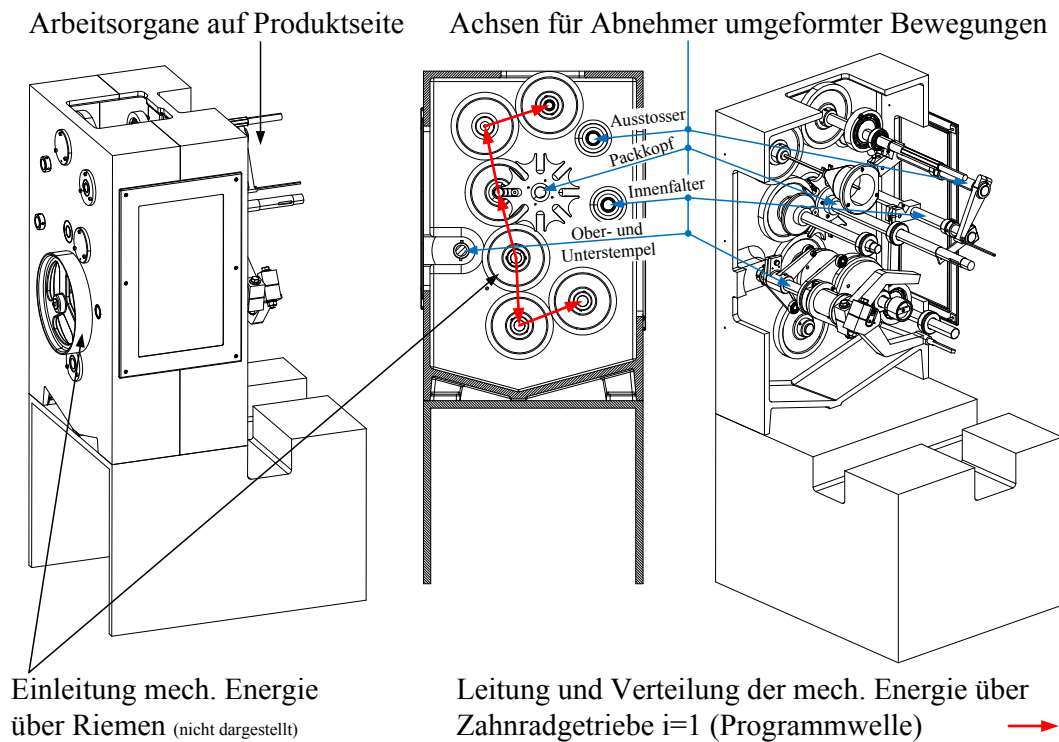


Abb. 2.6: Antrieb der Hartkaramellen-Verpackungsmaschine EU3

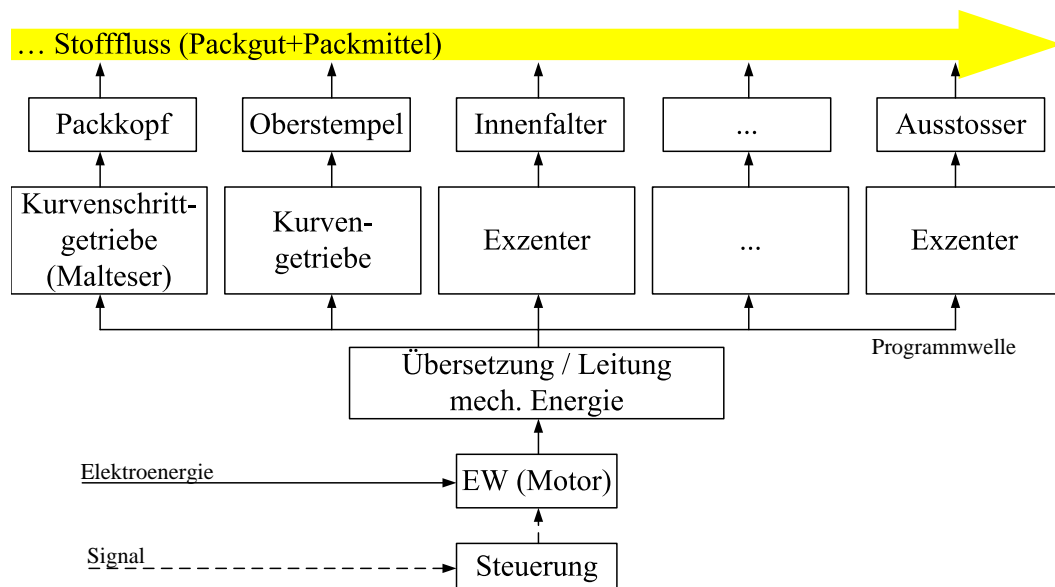


Abb. 2.7: Auszug aus dem Antriebsschema Antrieb EU3

In den Abb. 2.5 und 2.6 treibt *ein* lokaler Energiewandler eine gemeinsame, auf konstante Drehzahl geregelte *zentrale* Welle an. Die gewünschten periodischen Arbeitsorganbewegungen werden mittels Rollenhebel von einer Kurvenscheibe oder durch ein Koppelgetriebe „abgegriffen“. Abb. 2.5 zeigt ein technisches Prinzip, dessen konstruktive Ausführung natürlich erheblich komplexer sein kann.

Als weiteres Beispiel dient die Verpackungsmaschine EU3 mit insgesamt 13 Arbeitsorganen, von denen in den Abb. 2.6, 2.7 aber nur fünf dargestellt sind.

Im Gegensatz dazu wurde die in Abb. 2.8 dargestellte Faltmaschine zur Herstellung befüllbarer Schachteln aus Verbundmaterial, also Getränkekartons, ohne mechanische Programmwelle ausgerüstet, siehe hierzu auch [33, 26]. Es dienen lageregelte Direktantriebe zur Realisierung der gewünschten Arbeitsorganbewegungen.

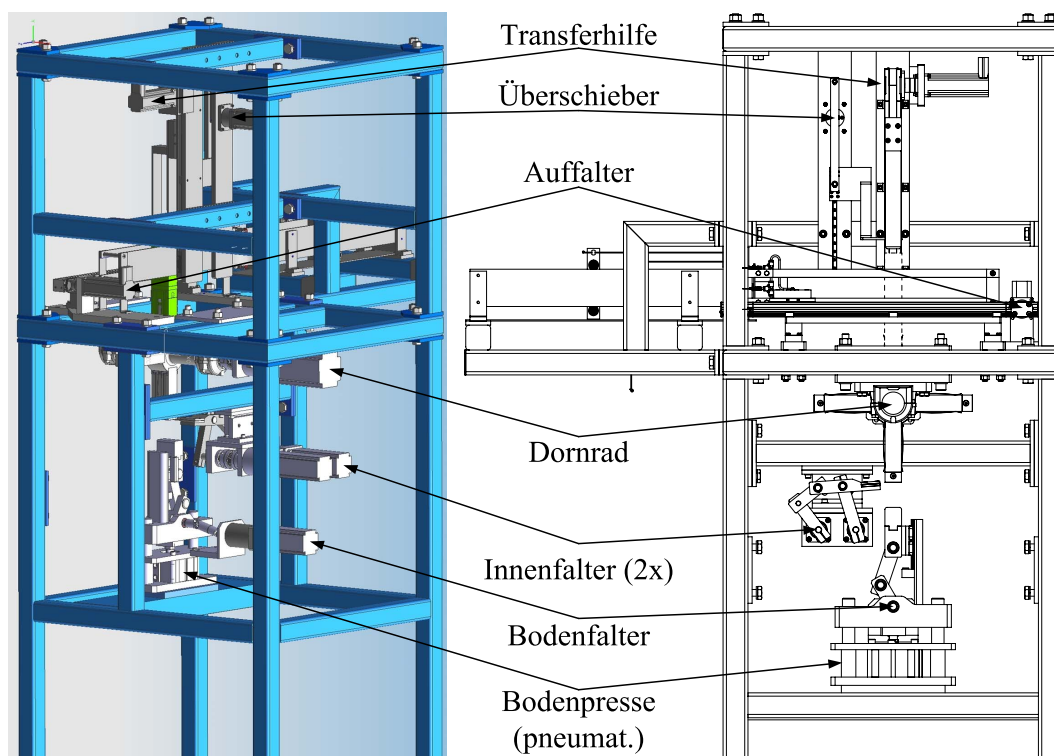


Abb. 2.8: Faltmaschine für Getränkekartons

Trotz der Vielfalt kann man im Wesentlichen zwei Arten von Antriebsstrukturen ausmachen, die man als **zentral** und **dezentral** klassifiziert. Womit aber praktisch nur der Wegfall des gemeinsamen verzweigten Transportes mechanischer Energie nebst Signal (Lagezuordnung) über Wellen oder Zugmittel innerhalb der Verarbeitungsmaschine/Anlage gemeint ist³, siehe Abb. 2.9.

³Anstatt dessen befinden sich in einer dezentralen Struktur mehrere Energiewandler „vor Ort“

Als Merkmale einer **zentralen** Antriebsstruktur kann man nennen:

- nur ein EW für alle Arbeitsorgane, je Betrachtungseinheit,
- mechanische, unnachgiebige Energieverzweigung nach dem EW,
- alle Arbeitsorgane sind zwangsläufig miteinander verbunden,
- Energie- und Signalfluss gemeinsam über mechanischen Antriebsstrang, über Programmwelle oder Koppelgetriebe,
- Entwicklungsarbeit eher konstruktiv.

Als Merkmale einer **dezentralen** Antriebsstruktur gelten:

- ein EW je Arbeitsorgan (AO),
- eher kurze Distanz⁴ zwischen EW und AO,
- flexible, biegsame Energiezuleitung via Kabel oder Schlauch,
- keine mechanische Kopplung der AO untereinander,
- Bewegungskoordination über separate Steuerung,
- getrennter Energie- und Signalfluss,
- Entwicklungsarbeit eher mechatronisch.

in unmittelbarer Nähe zum Arbeitsorgan bzw. der zugeordneten Wirkpaarung. Die nötige Bewegungssteuerung erfolgt hingegen weiterhin zentral, denn sonst wäre keine Koordination und Synchronisation der Arbeitsorgane möglich. Sie erfolgt in den meisten Fällen über eine SPS und sogenannte *MotionControl*-Systeme mit virtueller „Programmwellen“.

⁴Eher deshalb, da *kurz* relativ ist. Bei einer Deltakinematik befindet sich der E-Motor natürlich auch in einer gewissen Distanz zum AO

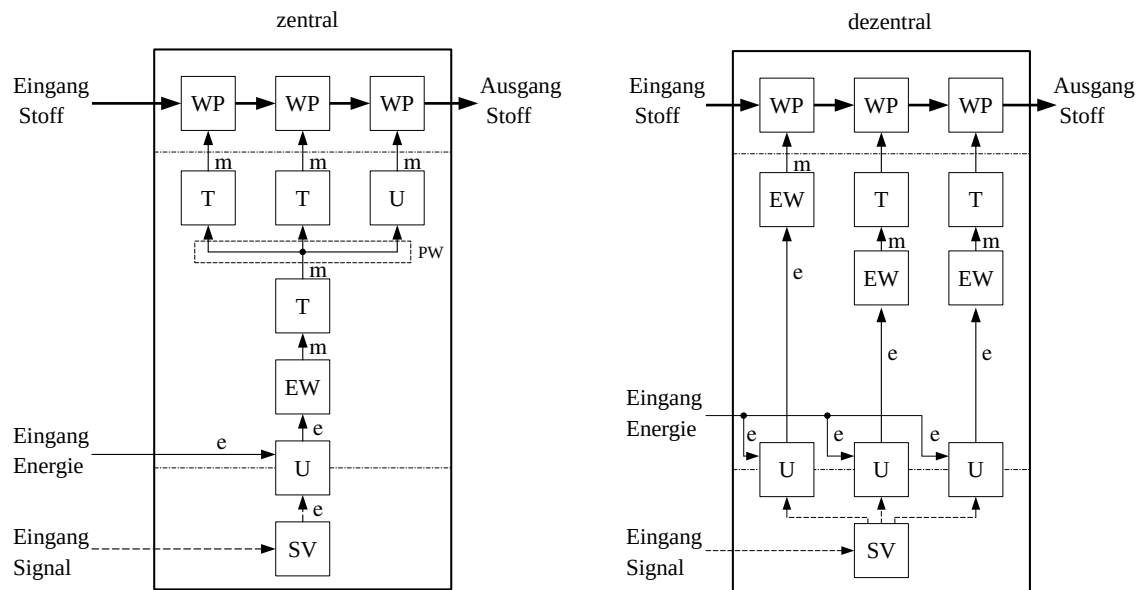


Abb. 2.9: Antriebsstrukturen in Verarbeitungsmaschinen; e-elektrische Energie, m-mechanische Energie, SV-Signalverarbeitung; nach [3]

Als jeweiligen Vor- und Nachteil kann man, ohne Anspruch auf Vollständigkeit, folgendes benennen:

Vorteile **Zentralantrieb**:

- geeignet für hohe Arbeitsgeschwindigkeiten,
- gutes Notlauf-Verhalten, z.B. schnelles Herunterfahren o. Energieausfall,
- einfache Steuerung, nur Drehzahlregelung des EW,
- hohe Bewegungsgüte und Synchronisation erreichbar,
- Leistungsausgleich innerhalb der Mechanik meist einfach mgl.

Nachteile **Zentralantrieb**:

- lange festkörpermechanische Energieleitung, dadurch meist mehr Lager,
- daher Reibungskräfte größer, ggf. auch die Massenkräfte,
- hohes Maschinengewicht,
- beschränkte Flexibilität.

Vorteile Dezentralantrieb:

- einfacherer mechanischer Aufbau,
- erleichtert Modularität von Maschinen und Anlagen,
- hohe Flexibilität hinsichtlich Umrüstung und Formatvielfalt,
- Dimensionierung des EW kann gezielter durchgeführt werden, da weniger Unwägbarkeiten,
- Anpassung an Anzahl von Parametern der Verarbeitungsgüter leichter möglich,
- Anpassung an Streuung der Parameter leichter möglich, auch während des Betriebes; dadurch höhere Sensibilität.

Nachteile Dezentralantrieb:

- hoher numerischer, messtechnischer und steuerungstechnischer Aufwand zur Bewegungskoordination und für Maschinensicherheit,
- kein mechanischer Zwanglauf,
- Zykluszeiten der Steuerung begrenzen mögliche Ausbringung, insbesondere für Maschinensicherheit und Kollisionsprüfungen,
- Herstellkosten der Maschine sind in der Regel höher,
- Qualifikationsanforderungen sowohl an Entwickler, als auch an Wartungs- und Servicepersonal sind hoch.

Ausgehend vom klassischen Zentralantrieb wurden bereits Anfang der 90er Jahre einzelne Arbeitsorgane von der mechanischen Programmwelle abgekoppelt und mittels Servoantrieb oder auch Schrittmotor bewegt. Mit der Entwicklung der Leistungsfähigkeit dieser Motoren und sinkenden Preisen stieg dann die Anzahl der Installationen von Servo-Achsen. Wenn man auch von einem „Trend“ in der Entwicklung ausgehen kann und sich dezentrale Lösungen anzahlmäßig selbstverständlich durchgesetzt haben, so sind doch bei weitem nicht alle Arbeitsorgane heute und auf absehbare Zeit auf diese Weise sinnvoll anzutreiben. Aus den oben genannten Ausführungen ist ersichtlich, dass eine pauschale Aussage zur generell günstigen Antriebsstruktur kaum möglich ist, es muss vielmehr fallspezifisch entschieden werden.

Während viele Auslegungsansätze vereinfacht von konstanten Lasten bzw. Bedingungen ausgehen, ist dies bei Verarbeitungsmaschinen meist nicht sinnvoll. In Abb. 2.10 sind einige mögliche Verläufe gezeigt, die natürlich auch gemischt auftreten können. Arbeitsorganbewegungen in Verarbeitungsmaschinen verlangen zudem häufig, dass die Motordrehzahl nicht konstant ist, sondern zur Realisierung der geforderten Bewegungsaufgabe einem entsprechend geforderten Winkelgeschwindigkeits-Profil folgt, was noch viel anspruchsvoller ist. Es kann demnach nicht ausreichen nur zu

prüfen, ob das effektive Lastmoment über einer gemittelten Drehzahl vom Motor irgendwie aufgebracht werden könnte, weil dann immer noch die Gefahr einer zu großen temporären Lageabweichung des Arbeitsorganes vom Sollwert bestünde.

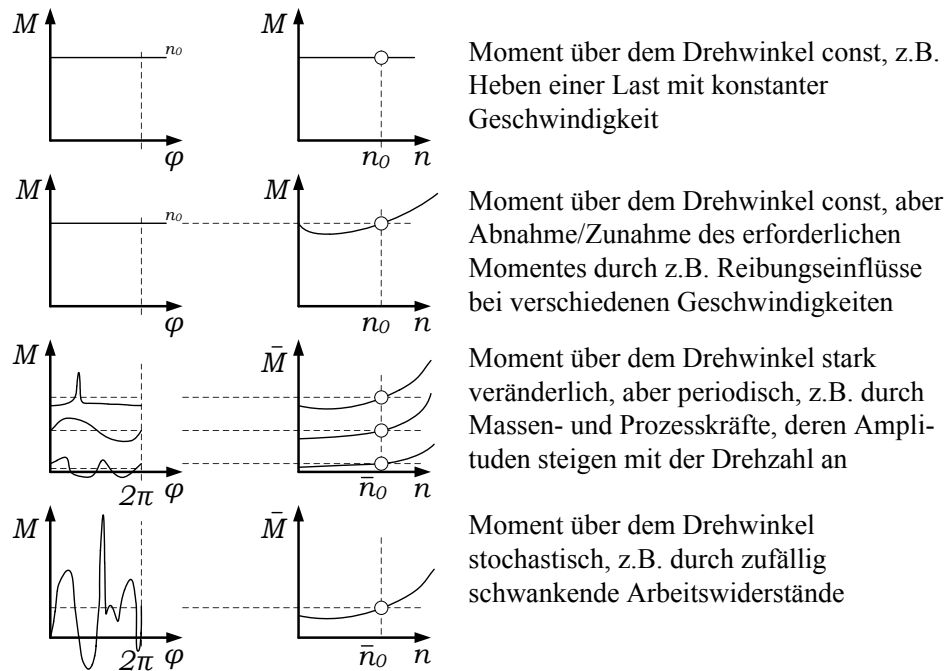


Abb. 2.10: Szenario möglicher Lastkennlinien, nach [3]

Was sind nun die entscheidenden Argumente zur Auswahl oder Gestaltung einer Antriebsstruktur? In Auswertung der oben genannten Vor- und Nachteile einer zentralen/ dezentralen Struktur kann man folgende Auswahlkriterien nennen:

- Anforderungen an Flexibilität,
- die Zyklusgeschwindigkeit bzw. Ausbringung,
- Anforderungen an Notlaufverhalten bei Not-Aus oder Defekt,
- Anforderung an die Güte der Arbeitsorganbewegungen
- Anforderung an die Koordination/Synchronisation aller Arbeitsorgane der Maschine, sowohl im Normalbetrieb, als auch im instationären Fall wie Einrichtbetrieb, Hochlauf, Störung
- die räumlichen Bedingungen innerhalb der Maschine
- Verfügbarkeit und Preis der Komponenten
- Lastkennlinien

Der Systemvergleich zwischen möglichen unterschiedlichen technischen Prinzipien ist eine lohnende, aber auch anspruchsvolle Aufgabe. Insbesondere dann, wenn man den Gründen für einen Vor- oder Nachteil auf die Spur kommen möchte.

2.4 Gesteuert oder geregelt?

Die Regelungstechnik muss als eigenständiges methodisches Fachgebiet mit umfangreicher Fachliteratur angesehen werden [23, 92, 60], deren Studium für tiefgründigere Arbeiten sehr zu empfehlen ist. Hier sollen nur kurz einige Aspekte genannt werden, die für das grundsätzliche Verständnis eines servogetriebenen Bewegungssystems vonnöten sind. Ausgehend von der Betrachtung eines dynamischen Systems, dessen Ein- und Ausgangsgrößen zueinander in Relation gebracht werden, kann man zunächst grundsätzlich zwischen linearen und nichtlinearen Systemen unterscheiden. Als linear gelten Systeme, bei denen man vom sogenannten Superpositionsprinzip ausgehen kann: Die Reaktion auf die Summe verschiedener Eingangsverläufe ist die gleiche, als wenn man die Eingangsverläufe einzeln nacheinander „testet“ und das Ergebnis dann summiert. Ist das nicht der Fall, so ist das System nichtlinear.

Möchte man nun eine bestimmte Größe wie z.B. Drehzahl, Füllstand oder Temperatur beeinflussen, kann man das steuern oder regeln. Beim **Steuern** wird von einem Steuergerät, ggf. in Abhängigkeit von darin hinterlegten Steuerkennlinien (Sollwert w), ein Stellglied (z.B. Potentiometer oder Ventil) betätigt. Es fließt mehr Strom oder Wasser etc. und dadurch wird die eigentlich interessierende Größe beeinflusst. Eventuelle Störgrößen, z.B. Abfluss durch Leckage oder Lastmomentschwankungen, finden dadurch natürlich keine Berücksichtigung und beeinträchtigen das Ergebnis. Bei einer **Regelung** hingegen wird die zu beeinflussende Größe tatsächlich gemessen (Istwert bzw. Regelgröße y). Erst nach dem Vergleich von Istwert y und Sollwert w wird mit der Regelabweichung $e = w - y$ und deren Verarbeitung das Stellglied betätigt. Man kann noch zwischen zwei Aufgaben der Regelung unterscheiden: Die **Festwertregelung** oder Störgrößenregelung hat die Aufgabe, z.B. in einem stationären Prozess Störeinflüsse zu beseitigen, damit bestimmte Größen (Regelgrößen) die vorgegebenen Sollwerte einhalten. Häufig sollen aber auch die Regelgrößen sich ändernden Sollwerten nachgeführt werden. Hierbei spricht man von einer **Folgeregelung** bzw. Nachlaufregelung. Ein sich ändernder Sollwert wird auch als **Führungsgröße** bezeichnet. In beiden Fällen muss die Regelgröße kontinuierlich gemessen und mit dem Sollwert verglichen werden. In Abhängigkeit von der Regelabweichung wird mit einer Regelverstärkung K ein geeigneter Eingriff in das System über das Stellglied vorgenommen und die Regelgröße ändert sich nun mehr oder weniger schnell entsprechend Systemträgheit. Dabei kann es natürlich passieren, dass der Sollwert signifikant über- bzw. unterschritten wird. Es kommt zu normalerweise abklingenden Schwingungen um den Sollwert. Bei ungünstiger Konstellation kann es allerdings auch zum Aufschaukeln der Regelgröße kommen, die Regelung wird **instabil**. Zusammenfassend kann gesagt werden:

Die Steuerung stellt einen offenen Wirkungsablauf dar, kann nur den Störgrößen entgegenwirken, auf die sie ausgelegt wurde, kann aber nicht instabil werden. Die Regelung stellt einen geschlossenen Wirkungsablauf dar (Regelkreis), kann aufgrund dessen (ungeplanten) Störungen entgegenwirken, kann aber auch instabil werden. Eine Schwierigkeit besteht nun darin, den Regler so zu entwerfen bzw. einzustellen, dass dessen Verhalten auf jeden Fall stabil ist, die verbleibende Abweichung der Istwerte vom Sollwert möglichst klein wird und der Zeitbedarf minimal ist.

Es existiert eine Vielfalt von Antriebsaufgaben, für die bestimmte Motoren mit Steuer- und Regelkonzepten mehr oder weniger geeignet sind. Der einfachste Anwendungsfall ist sicher eine lediglich ein- bzw. auszuschaltende Transportkette, Pumpe, Verdichter oder Lüfter. Demgegenüber ist die nahezu exakte Einhaltung von Drehwinkel (Lage), Drehzahl (Geschwindigkeit) und Winkelbeschleunigung (Beschleunigung) die Voraussetzung für Handlings- und Positionierungsaufgaben in Verarbeitungs- und Werkzeugmaschinen. Servoantriebssysteme können aufgrund ihrer Reglerstruktur sehr genau die vorgegebenen Zeitverläufe für Drehzahl und Drehwinkel einhalten, trotz Störeinfluss durch z.B. wechselnde Last oder auch durch Änderung des Massenträgheitsmomentes des mechanischen Antriebsstranges.

Als Aufgaben solcher geregelter Antriebe kann u.a. die Realisierung vorgegebener Bewegungsverläufe, die Kompensation von Störgrößen, der Überlastschutz für das Antriebssystem und die Fehlererkennung im System durch Drehmomentüberwachung (Motorstrom) genannt werden [74]. In den folgenden Kapiteln wird es sich ausschließlich um solche lagegeregelter Servoantriebssysteme handeln.

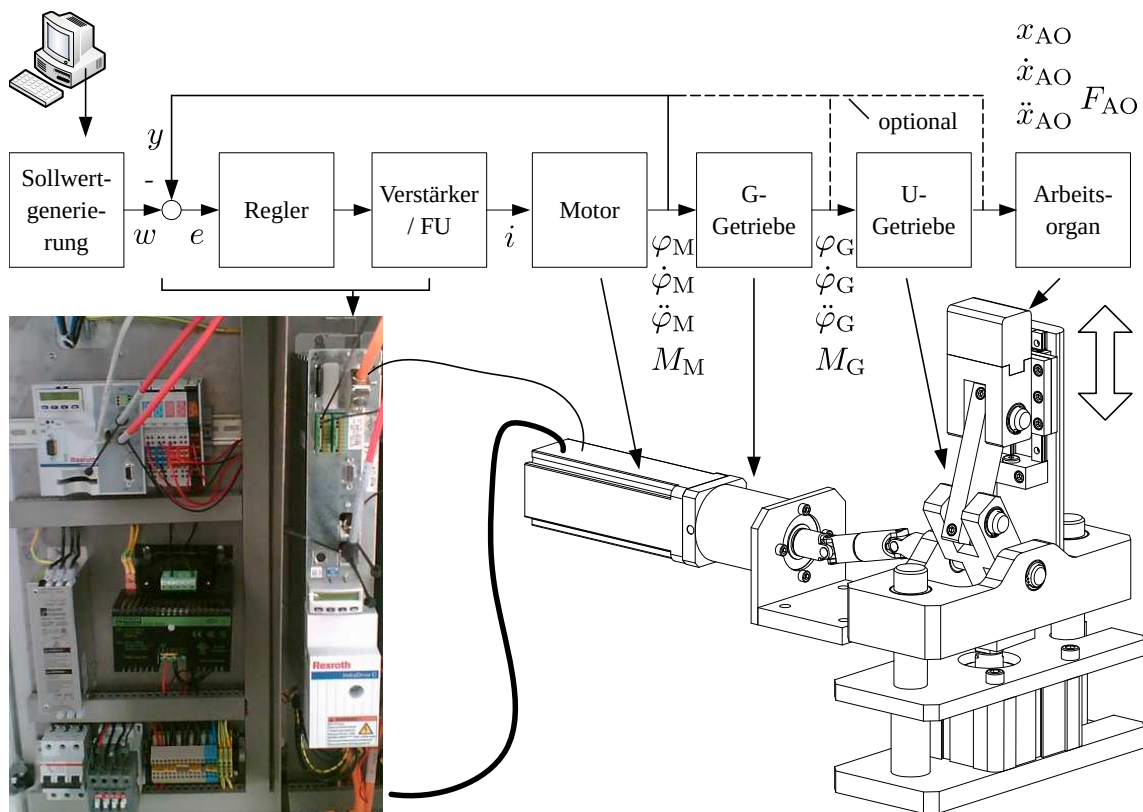


Abb. 2.11: Strukturbeispiel eines lagegeregelter Bewegungssystems, hier: Bodenfalter- und Presse, Faltbewegung durch E-Motor, Presskraft pneumatisch, G-Getriebe=gleichmäßig übersetzend, U-Getriebe=ungleichmäßig übersetzend

In Abb. 2.11 wird der Aufbau eines geregelten Servomotors mit den zugehörigen Hardwarekomponenten gezeigt.

Der Regleraufbau, die Kaskadenregelung, ist stark vereinfacht in Abb. 2.12 dargestellt. Der Motorgeber gibt ein Lagesignal an das Leistungsstellglied oder an die Steuerung, worin der Lageregler je nach Differenz zwischen Soll- und Istlage ein Drehzahlsignal an den Drehzahlregler im Leistungsstellglied übergibt. Im Drehzahlregler wird zwischen der Soll- und der Istzahl verglichen und ein Sollwert dem unterlagerten Stromregelkreis übergeben. Dieser vergleicht ebenfalls zwischen Soll- und Iststrom und übergibt dem Motor einen geregelten Motorstrom, um die durch äußere, schwankende Lasten entstehende Differenz zwischen Soll- und Istlage zu verringern (auszuregeln). Der tatsächliche Aufbau des Lagereglers ist wesentlich komplexer. Die entsprechenden Informationen sind den Herstellerunterlagen zu entnehmen, wie z.B. [61]. Für das Verständnis der nachfolgenden Kapitel sollten diese Betrachtungen zur Regelungstechnik vorerst genügen. Wir gehen zunächst davon aus, dass aufgrund der hohen Regelgüte heutiger Antriebe und bei hoher Steifigkeit des Antriebsstranges die Arbeitsorgane der gewünschten Bewegungsvorgabe folgen. Für die meisten Anwendungsfälle wird diese Vereinfachung auch zulässig sein und dafür sorgen, dass bereits mit einfachen Mitteln günstige Bewegungsvorgaben erzeugt werden können.

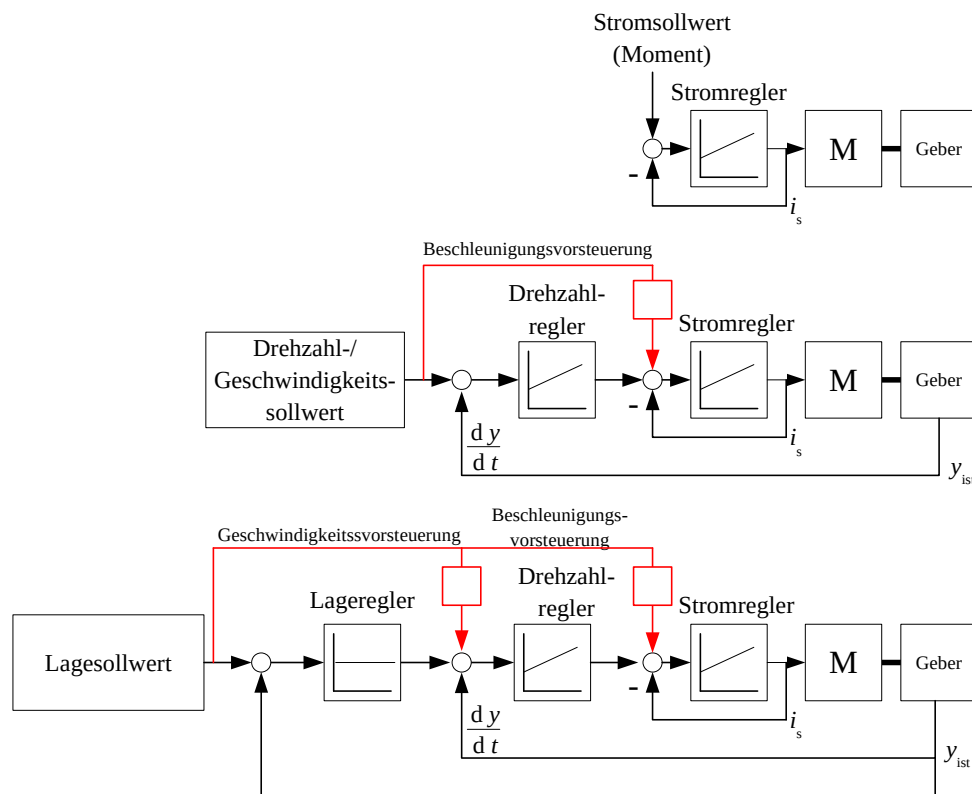


Abb. 2.12: Aufbau einer Reglerstruktur zur Lageregelung

2.5 Übungsaufgaben

1. Die Bewegungssynchronisation von mehreren Arbeitsorganen innerhalb einer Verarbeitungsmaschinen erfolgt entweder über einen klassischen Zentralantrieb oder über einen sogenannten Dezentralantrieb. Nennen Sie Merkmale dieser beiden unterschiedlichen Strukturen (jeweils mindestens drei) !
2. Recherchieren und nennen Sie hierzu Beispiele!
3. Worin bestehen die Vor- und Nachteile der jeweiligen Struktur?
4. Welche wesentlichen Bestandteile eines Bewegungs- /Antriebssystems kennen Sie?
5. Erläutern Sie die Begriffe Energiewandler, Umformer und Transformator anhand eines Beispiels!
6. Warum kann die Nutzung von Getrieben / Mechanismen trotz Einsatz eines lagegeregelten Servomotors sinnvoll oder gar notwendig sein?
7. Erläutern Sie mögliche Lastkennlinien in Verarbeitungsmaschinen!
8. Beschreiben Sie den Unterschied zwischen einem gesteuerten und einem geregelten Antrieb!
9. Aus welchen wesentlichen Komponenten besteht ein lagegeregeltes Bewegungssystem in Verarbeitungsmaschinen? Skizzieren Sie ein Blockschaltbild!

3 Bewegungsdesign Basics

3.1 Normierter Bewegungsverlauf am Bsp. R-R

Am **Beispiel** der Hub-Rast-Bewegung, also einer Rast-in-Rast-Bewegung R-R, werden in diesem Kapitel grundlegende Aspekte der Bewegungsgestaltung diskutiert. Wir beschränken uns der Einfachheit halber auf nur einen Freiheitsgrad, da die Erkenntnisse dann prinzipiell auch auf komplexere Bewegungen übertragbar sind.

Innerhalb einer Füllmaschine, siehe Abb. 3.1, müssen befüllbare Packmittel wie Getränkekartons, Becher oder Flaschen von Station zu Station gefördert werden, z.B. um Vorgänge wie Sterilisation, Trocknung, Befüllen oder Verschließen zu realisieren. Für die Verarbeitung solcher vereinzelter Elemente hat die intermittierende Arbeitsweise Vorteile, da sich hiermit relativ preisgünstige und zuverlässige Maschinen gestalten lassen.

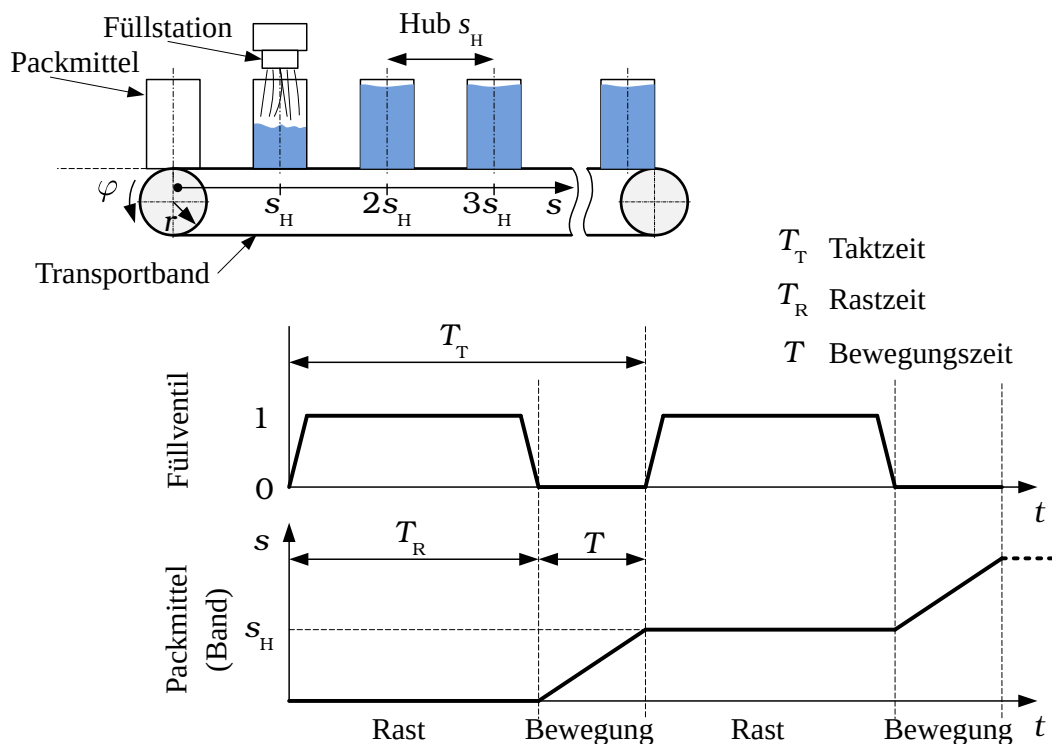


Abb. 3.1: Beispiel Rast-in-Rast-Bewegung R-R, Füllstation einer Füllmaschine (Bewegungsplan)

Pro Zeiteinheit T_T , also je Takt, müssen verschiedene Vorgänge realisiert werden. Hierbei gilt es also, den Anteil der Rastzeit T_R zu maximieren, damit z.B. genügend Zeit zum Abfüllen des Produktes oder zum darauffolgenden Siegeln und Abkühlen des Packstoffes verbleibt. Den meist „unproduktiven“ Zeitanteil T zum Fördern bzw. zum Transport des Packmittels wünscht man sich hingegen klein. Das Verhältnis der Zeiten T zu T_T ist der Bewegungszeitanteil¹ b :

$$b = \frac{T}{T_T}. \quad (3.1)$$

Ein naheliegendes Mittel zur Erhöhung der Maschinenausbringung ist die Verkürzung der Zyklus- bzw. Taktzeit T_T . Da man noch genügend absolute Rastzeit T_R für den jeweiligen Verarbeitungsprozess je Zyklus benötigt, geht dies nur zu Lasten der Bewegungszeit T . Der Bewegungszeitanteil b muss dann also verkleinert werden. Doch auch der Transport des Produktes muss schonend erfolgen, die Standzeiten der Maschinenelemente sowie der finanzielle Aufwand etwa für große Motoren spielen eine Rolle. Das deutet bereits darauf hin, dass es immer um die Abwägung gegensätzlicher Interessen geht.

Für viele Teilaspekte des Antriebsentwurfes wie z.B. für die Abschätzung der Struktur- und Produktbelastung oder auch für die Vorauswahl eines erforderlichen Motors ist häufig nur die Bewegungszeit T interessant, sofern z.B. kein nennenswertes Haltemoment während der Rast erforderlich ist. Daher werden wir uns meist auf die Betrachtung der Bewegungszeit T beschränken.

Für die mathematische Beschreibung der Bewegung s benutzt man häufig die normierte bzw. dimensionslose Darstellung $s_n = s_n(z)$, siehe Abb. 3.2, da sie den Vorteil der besseren Vergleichbarkeit unterschiedlicher Lösungen bietet sowie alle wesentlichen Informationen enthält.

Die „reale“ Zeit t und die normierte Zeit z sind zueinander direkt proportional:

$$z(t) = \frac{t}{T} \quad \text{mit } 0 \dots t \dots T. \quad (3.2)$$

Der tatsächlich zurückgelegte Weg $s(t)$ ergibt sich aus der normierten Wegfunktion zu:

$$s(t) = s_H \cdot s_n(z(t)) \quad \text{mit } 0 \dots t \dots T. \quad (3.3)$$

¹Bei mechanischen Kurvengetrieben ist ein Takt in der Regel über eine Umdrehung der Kurvenscheibe bzw. Programmwelle geometrisch abgebildet. Das Verhältnis der Zeitanteile für Rast und Bewegung am Abtrieb wird dort auch als Schaltwinkel bezeichnet.

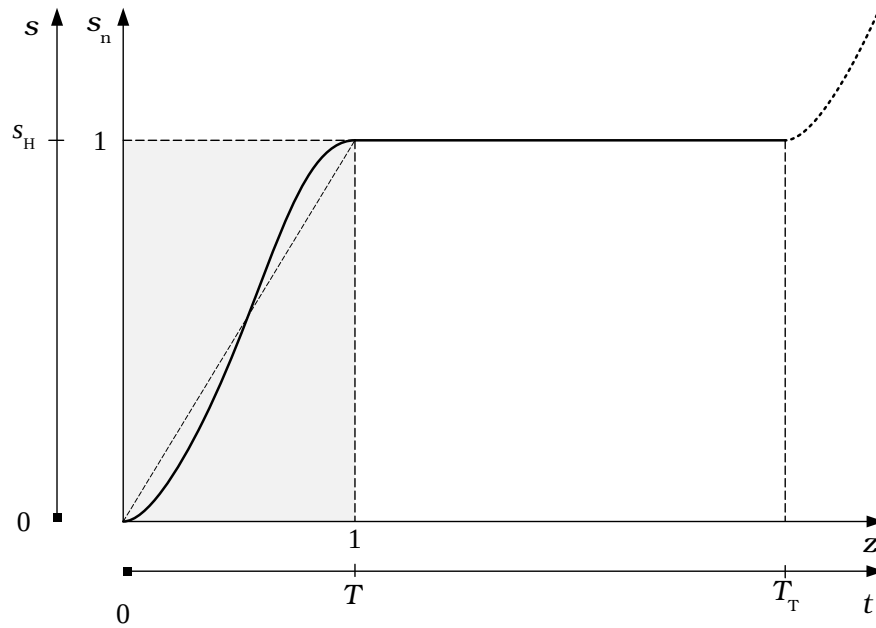


Abb. 3.2: Normierter und realer Weg-Zeit-Verlauf

Für Geschwindigkeit und Beschleunigung kann man hieraus formal, nach der Kettenregel für mittelbare Funktionen, [58] S.48-49, folgendes ableiten:

$$v = \dot{s}(t) = s_H \cdot \frac{d}{dt} s_n(z(t)) \cdot \frac{dz}{dz} = s_H \cdot \frac{ds_n}{dz} \cdot \frac{dz}{dt} = \frac{s_H}{T} \cdot s'_n(z(t)) \quad (3.4)$$

$$a = \dot{v}(t) = \frac{s_H}{T} \cdot \frac{d}{dt} s'_n(z(t)) = \frac{s_H}{T} \cdot \frac{d}{dt} s'_n(z(t)) \cdot \frac{dz}{dz} = \frac{s_H}{T^2} \cdot s''_n(z(t)) \quad (3.5)$$

$$j = \dot{a}(t) = \frac{s_H}{T^2} \cdot \frac{d}{dt} s''_n(z(t)) = \frac{s_H}{T^2} \cdot \frac{d}{dt} s''_n(z(t)) \cdot \frac{dz}{dz} = \frac{s_H}{T^3} \cdot s'''_n(z(t)) \quad (3.6)$$

Erste allgemeingültige Schlussfolgerungen über den Einfluss der zwei Größen s_H und T können bereits aus den Gln. 3.4 oder 3.5 gezogen werden: Wird beispielsweise durch Verdopplung der Einstellausbringung die Bewegungszeit halbiert, treten bei gleicher Bewegungscharakteristik vierfache Beschleunigungswerte auf!

Da sich die Bewegungscharakteristik von Takt zu Takt nicht ändert, reicht es aus, *einen* normierten Bewegungsverlauf bzw. *eine* Funktion $s = s_n = f(z)$ als Übertragungsfunktion 0. Ordnung zu finden. Diese Funktion wird zur Beschreibung der Bewegung und Berechnung der Zwischenwerte (Stützstellen), also für die Sollwertvorgaben, sowohl für ein MotionControl-System als auch für die NC-Fertigung von

Kurvenscheiben benötigt. Wie kommt man aber effektiv zu einer solchen Funktion? Sehr einfach gelingt dies z.B. mittels Polynom-Interpolation. Als Eingangsgrößen dienen bekannte oder einzuhaltende Weg-Randbedingungen des Bewegungsintervalls, Stoßfreiheit sowie minimale Anfangsbeschleunigung für ruhigen Lauf:

$$\begin{aligned}s_n(0) &= 0 \quad , \quad s_n(1) = 1 \\ s'_n(0) &= 0 \quad , \quad s'_n(1) = 0 \\ s''_n(0) &= 0 \quad , \quad s''_n(1) = 0.\end{aligned}$$

Wählt man nun für das gesuchte Polynom den Ansatz:

$$s_n(z) = \sum_{i=0}^5 A_i \cdot z^i, \quad (3.7)$$

$$s_n(z) = A_0 + A_1 \cdot z + A_2 \cdot z^2 + A_3 \cdot z^3 + A_4 \cdot z^4 + A_5 \cdot z^5 \quad (3.8)$$

$$s'_n(z) = A_1 + 2 \cdot A_2 \cdot z + 3 \cdot A_3 \cdot z^2 + 4 \cdot A_4 \cdot z^3 + 5 \cdot A_5 \cdot z^4 \quad (3.9)$$

$$s''_n(z) = 2 \cdot A_2 + 6 \cdot A_3 \cdot z + 12 \cdot A_4 \cdot z^2 + 20 \cdot A_5 \cdot z^3, \quad (3.10)$$

dann können mit den o.g. 6 Zwangsbedingungen 6 Gleichungen aufgestellt werden. In diesem Fall liefern die ersten drei Null-Randbedingungen am Intervallanfang in die jeweilige Gleichung eingesetzt: $A_0 = 0, A_1 = 0, A_2 = 0$.

Aus den restlichen Angaben folgt:

$$\begin{aligned}A_3 + A_4 + A_5 &= 1 \\ 3 \cdot A_3 + 4 \cdot A_4 + 5 \cdot A_5 &= 0 \\ 6 \cdot A_3 + 12 \cdot A_4 + 20 \cdot A_5 &= 0\end{aligned}$$

Um zu den gesuchten Polynomkoeffizienten zu gelangen, wird das lineare Gleichungssystem gelöst:

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix} A_3 \\ A_4 \\ A_5 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 5 \\ 6 & 12 & 20 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} A_3 \\ A_4 \\ A_5 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 10 & -4 & 0.5 \\ -15 & 7 & -1 \\ 6 & -3 & 0.5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ -15 \\ 6 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Für das gesuchte Polynom ergibt sich also:

$$s_n(z) = 10 \cdot z^3 - 15 \cdot z^4 + 6 \cdot z^5 \quad (3.11)$$

Die Funktion nach Gln. 3.11, welche mit den o.g. Randbedingungen gefunden wurde, wird üblicherweise 3-4-5-Polynom oder auch Polynom 5. Grades genannt. In

Abb. 3.3 sind die Verläufe des Polynoms sowie der ersten und zweiten Ableitung nach der Variablen z dargestellt. Die Funktion $s'_n(z)$ weist an der Stelle $z = 0.5$ ein Maximum auf mit dem Wert $s'_n(z) = 1.875$. Für die zweite Ableitung findet man zwei Extrema: $s''_n(\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{12}}) = \mp 5.7735$. Der Maximalwert der ersten Ableitung der normierten Übertragungsfunktion wird auch kurz „ c_v -Wert“ genannt, der Maximalwert der zweiten Ableitung „ c_a -Wert“. Beide gelten als *kinematische Kennwerte*:

$$c_v = \max s'_n(z) \quad (3.12)$$

$$c_a = \max s''_n(z) \quad (3.13)$$

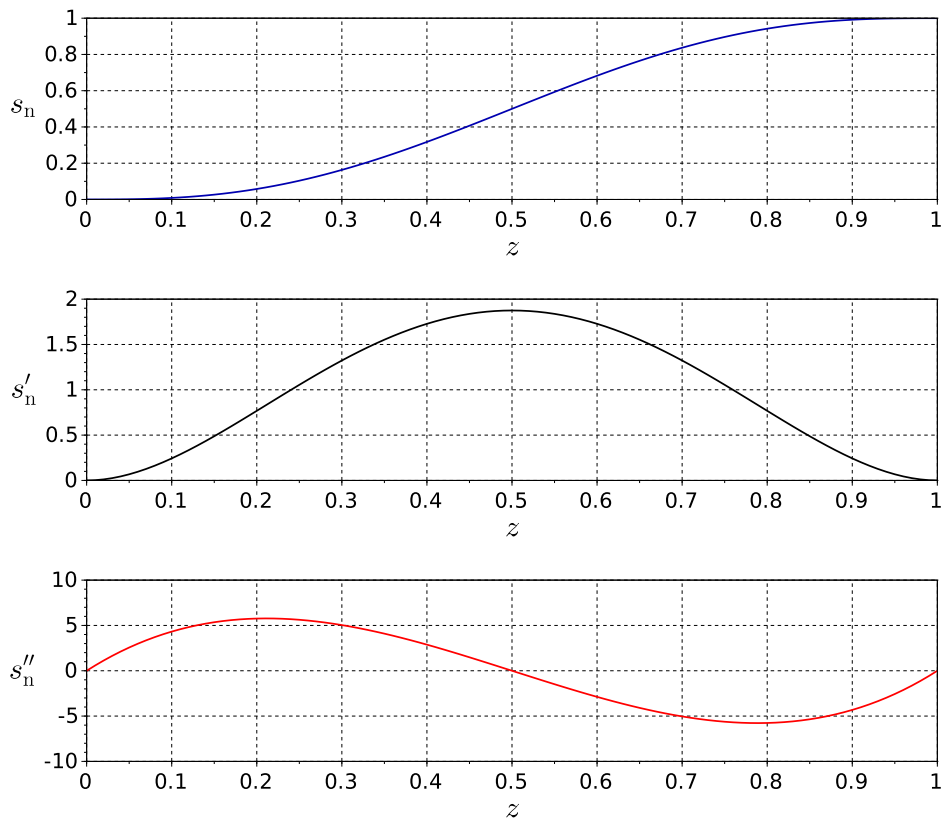


Abb. 3.3: Polynom 5. Grades

Neben dem Polynom gibt es natürlich noch andere Möglichkeiten, zu einer mathematischen Beschreibungsform für die Bewegungsvorgabe zu gelangen. Zum Beispiel kann man auch anstelle von Gl. 3.7 einen Ansatz mit trigonometrischen Funktionen wählen [93]. Anschaulich ist Folgendes: Der Beschleunigungsverlauf in Abb. 3.3 sieht einer Sinusfunktion sehr ähnlich. Unterstellt man einen symmetrischen Verlauf der Beschleunigung für das gesuchte Bewegungsgesetz, müsste die Annahme eines rein

sinusförmigen Verlaufes der Beschleunigung gemäß Gl. 3.14 auch zum Ziel führen:

$$s_n''(z) = \sin(2\pi \cdot z) \quad (3.14)$$

Die Integration über z liefert die Verläufe der normierten Geschwindigkeit, siehe Gl. 3.15. Die nochmalige Integration die des normierten Hubes, Gl. 3.16.

$$\begin{aligned} s_n'(z) &= \int_0^z \sin(2\pi \cdot \tilde{z}) d\tilde{z} + s_{n0}' \\ &= \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi \cdot z} \sin(u) du + s_{n0}' \\ &= \frac{1}{2\pi} \cdot \left[-\cos(u) \right]_0^{2\pi \cdot z} + s_{n0}' \\ s_n'(z) &= \frac{1}{2\pi} \cdot \left[-\cos(2\pi \cdot z) + 1 \right] + s_{n0}' \end{aligned} \quad (3.15)$$

$$\begin{aligned} s_n(z) &= \int_0^z (s_n'(\tilde{z})) d\tilde{z} + s_{n0} \\ &= \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^z (1 - \cos(2\pi \cdot \tilde{z}) + 2\pi \cdot s_{n0}') d\tilde{z} + s_{n0} \\ &= \frac{1}{2\pi} \cdot \left[(1 + s_{n0}') \cdot z - \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi \cdot z} \cos(u) du \right] + s_{n0} \\ s_n(z) &= \frac{1}{2\pi} \cdot \left[(1 + s_{n0}') \cdot z - \frac{1}{2\pi} \cdot \sin(2\pi \cdot z) \right] + s_{n0} \end{aligned} \quad (3.16)$$

Für die Anfangsbedingungen $s_{n0} = 0$ und $s_{n0}' = 0$ ergibt sich eine ansteigende Kurve mit dem Maximalwert $s_n(1) = \frac{1}{2\pi}$. Da wir jedoch einen Maximalwert von 1 zur Vergleichbarkeit benötigen, wird Gl. 3.14 einfach mit 2π multipliziert.

Wir erhalten:

$$s_n(z) = z - \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot z). \quad (3.17)$$

Dieses Bewegungsgesetz wird „Sinoide von Bestehorn“ genannt, siehe Abb. 3.4.

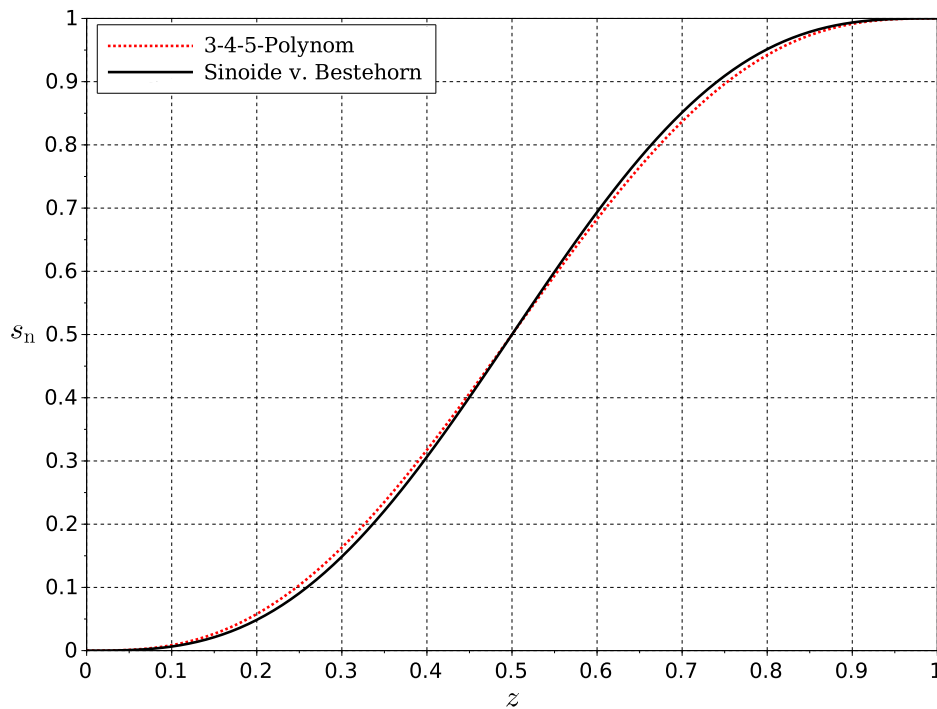


Abb. 3.4: Sinoide von Bestehorn vs. 3-4-5-Polynom

Eine Zusammenstellung weiterer Bewegungsgesetze findet man insbesondere in der Richtlinie VDI2143 [62] sowie in der Literatur [93, 50]. Interessant ist die Gegenüberstellung der c_v - und c_a -Werte der normierten Bewegungsverläufe, siehe Gln. 3.12 und 3.13: Je nach Wahl des Bewegungsgesetzes erhält man z.B. einen c_a -Wert zwischen 4.0 ... 7.35. Sofern Grenzen für maximale Beschleunigungen einzuhalten sind, siehe Kap. 1.3, die Taktzeit aber verkürzt werden muss, kann die Wahl eines anderen Bewegungsgesetzes hilfreich sein. Realistisch sind aber nur ca. 10 ... 20% Beschleunigungsreduktion, wenn der Antrieb noch nicht auf minimale Beschleunigungen ausgelegt wurde.

Es kann auch sein, dass die maximal auftretende Geschwindigkeit klein sein soll². Die Wahl würde dann auf ein Bewegungsgesetz mit minimalem c_v -Wert wie z.B. die sogenannte Sinuslinie³ fallen. Hierbei würde man die Maximalgeschwindigkeit immerhin schon um 21.5% im Vergleich zum Polynom 5. Grades verringern. Man bekommt leider selten nur Vorteile und erkauft sich die geringen Maximalgeschwindigkeiten gegebenenfalls auch mit einem Beschleunigungssprung. Ein Beschleunigungssprung wird auch als *Ruck* bezeichnet [93]. Als Maß für die Schärfe der Beschleunigungsänderung wird daher die dritte Ableitung des Bewegungsgesetzes $s_n'''(z)$ herangezogen

²Zum Beispiel, wenn eine geschwindigkeitsproportionale Reibung wirkt oder die Drehzahlgrenze des Motors in bedrohliche Nähe rückt.

³einfache Sinoide, siehe [50]

und deren Maximalwert $\max s_n'''(z)$ c_j -Wert genannt. Bewegungen gelten als *ruckfrei*, wenn keine Beschleunigungssprünge auftreten, der Verlauf von $s_n'''(z)$ also an keiner Stelle gegen ∞ geht. Sollen störende Schwingungen im Antriebsstrang vermieden werden, ist die Ruckfreiheit der Bewegung eine notwendige, aber nicht hinreichende Bedingung. Auch ruckfreie Bewegungen können Schwingungen und u.U. Resonanzen anregen.

Ohne Herleitung wird nachfolgend die mathematische Beschreibung der *Modifizierten Sinuslinie* [62] angegeben, die sich durch einen geringen c_a -Wert bei Ruckfreiheit auszeichnet:

$$s_n(z) = \begin{cases} \frac{\pi}{4+\pi} \left(z - \frac{1}{4\pi} \sin(4\pi z) \right) & 0 \leq z \leq \frac{1}{8} \\ \frac{\pi}{4+\pi} \left(\frac{2}{\pi} + z - \frac{9}{4\pi} \sin\left(\frac{\pi}{3}(1+4z)\right) \right) & \frac{1}{8} \leq z \leq \frac{7}{8} \\ \frac{\pi}{4+\pi} \left(\frac{4}{\pi} + z - \frac{1}{4\pi} \sin(4\pi z) \right) & \frac{7}{8} \leq z \leq 1 \end{cases} \quad (3.18)$$

$$s_n'(z) = \begin{cases} \frac{\pi}{4+\pi} \left(1 - \cos(4\pi z) \right) & 0 \leq z \leq \frac{1}{8} \\ \frac{\pi}{4+\pi} \left(1 - 3 \cos\left(\frac{\pi}{3}(1+4z)\right) \right) & \frac{1}{8} \leq z \leq \frac{7}{8} \\ \frac{\pi}{4+\pi} \left(1 - \cos(4\pi z) \right) & \frac{7}{8} \leq z \leq 1 \end{cases} \quad (3.19)$$

$$s_n''(z) = \begin{cases} \frac{4\pi^2}{4+\pi} \sin(4\pi z) & 0 \leq z \leq \frac{1}{8} \\ \frac{4\pi^2}{4+\pi} \sin\left(\frac{\pi}{3}(1+4z)\right) & \frac{1}{8} \leq z \leq \frac{7}{8} \\ \frac{4\pi^2}{4+\pi} \sin(4\pi z) & \frac{7}{8} \leq z \leq 1. \end{cases} \quad (3.20)$$

Wir haben bis jetzt normierte Verläufe betrachtet. Letztlich werden natürlich immer die realen kinematischen Größen benötigt, deren Berechnung sich aber sehr einfach gestaltet. Wir betrachten hierzu das folgende **Beispiel**:

Bei einer Ausbringung von 50 AT/min, also mit $T_T = 1.2$ s je Takt, soll ein Hub von $s_H = 100$ mm zurückgelegt wird. Innerhalb des Taktes stehe $T = 0.4$ s für die Bewegung zur Verfügung, $T_R = 0.8$ s für die Rast. Die Bewegung soll nach dem Bewegungsgesetz der Modifizierten Sinuslinie erfolgen, siehe Gl. 3.18 bzw. [62]. Die kinematischen Kenngrößen betragen $c_a = 5.53$, $c_v = 1.76$. Gesucht sind die realen Maxima von Geschwindigkeit und Beschleunigung.

Lösung: Die Maximalwerte von Geschwindigkeit und Beschleunigung errechnen sich nach Gln. 3.4, 3.5 zu:

$$\begin{aligned} \hat{v} &= c_v \cdot \frac{s_H}{T} = 0.44 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ \hat{a} &= c_a \cdot \frac{s_H}{T^2} = 3.45 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \end{aligned}$$

Deren zeitlicher Verlauf ist in Abb. 3.5 zu sehen. Da die stationäre Bewegung

fortlaufend ist, muss man sich die Kurven aneinandergereiht vorstellen, mit zunehmendem Weg.

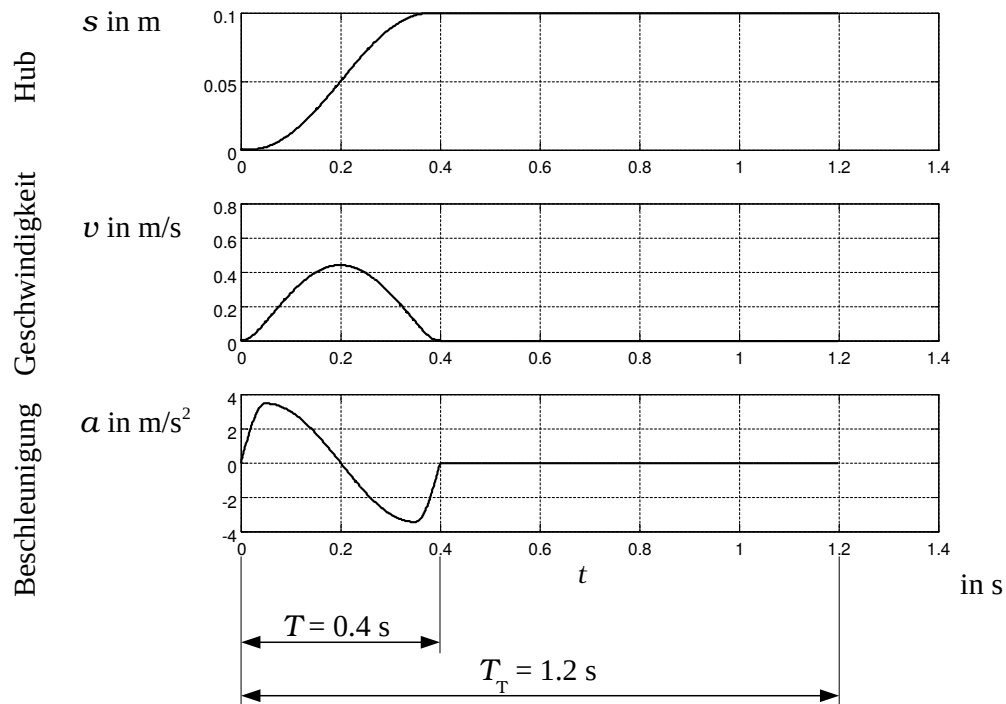


Abb. 3.5: Beispiel R-R-Bewegung mit Modifizierter Sinuslinie

3.2 Stückweise generierte Bewegungsverläufe

Soll ein Zyklus aus mehreren Bewegungs- und Rastabschnitten bestehen liegt es nahe, den Verlauf abschnittsweise durch Polynome 5. Grades zu beschreiben. Als Zeit kann hierfür natürlich auch die reale Zeit genutzt werden.

Als Beispiel betrachten wir Abb. 3.6. Zum Zeitpunkt t_0 befindet sich das Arbeitsorgan in Ruhe und soll bis zum Zeitpunkt t_1 einen Hub zurücklegen, dann dort bis zum Zeitpunkt t_2 verharren⁴ und bis zum Zeitpunkt t_3 wieder in die Ausgangslage zurückgekehrt sein. Der Zeitabschnitt bis zum Ende des Taktes t_4 sei wieder eine Rast. In diesem Fall wird gewünscht, daß an allen Abschnittsrändern die Geschwindigkeiten und Beschleunigungen 0 betragen.

⁴Rast

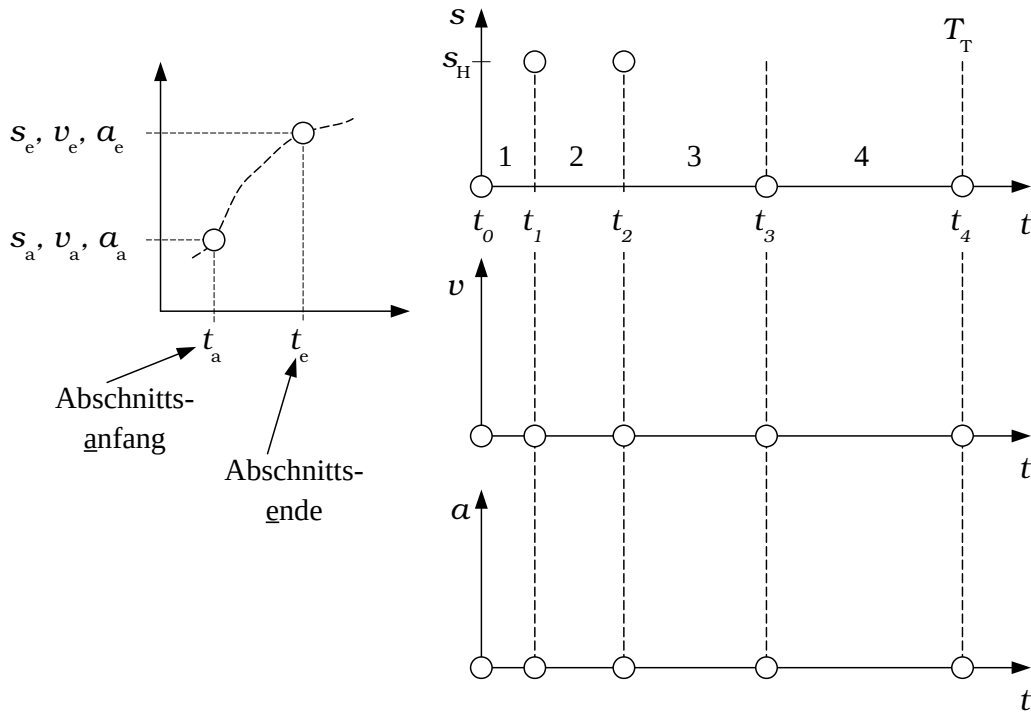


Abb. 3.6: Beispiel für Bewegungsplanung einer zurückkehrenden R-R-Bewegung

Mit dem Polynomansatz

$$s(t) = \sum_{i=0}^5 A_i \cdot t^i \quad (3.21)$$

ergeben sich je Abschnitt folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned} A_0 + t_a A_1 + t_a^2 A_2 + t_a^3 A_3 + t_a^4 A_4 + t_a^5 A_5 &= s(t_a) \\ A_1 + 2t_a A_2 + 3t_a^2 A_3 + 4t_a^3 A_4 + 5t_a^4 A_5 &= \dot{s}(t_a) \\ 2A_2 + 6t_a A_3 + 12t_a^2 A_4 + 20t_a^3 A_5 &= \ddot{s}(t_a) \\ A_0 + t_e A_1 + t_e^2 A_2 + t_e^3 A_3 + t_e^4 A_4 + t_e^5 A_5 &= s(t_e) \\ A_1 + 2t_e A_2 + 3t_e^2 A_3 + 4t_e^3 A_4 + 5t_e^4 A_5 &= \dot{s}(t_e) \\ 2A_2 + 6t_e A_3 + 12t_e^2 A_4 + 20t_e^3 A_5 &= \ddot{s}(t_e) \end{aligned}$$

bzw.:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & t_a & t_a^2 & t_a^3 & t_a^4 & t_a^5 \\ 0 & 1 & 2t_a & 3t_a^2 & 4t_a^3 & 5t_a^4 \\ 0 & 0 & 2 & 6t_a & 12t_a^2 & 20t_a^3 \\ 1 & t_e & t_e^2 & t_e^3 & t_e^4 & t_e^5 \\ 0 & 1 & 2t_e & 3t_e^2 & 4t_e^3 & 5t_e^4 \\ 0 & 0 & 2 & 6t_e & 12t_e^2 & 20t_e^3 \end{pmatrix}}_{\mathbf{cm}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} A_0 \\ A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \end{pmatrix}}_{\mathbf{A}} = \underbrace{\begin{pmatrix} s(t_a) \\ \dot{s}(t_a) \\ \ddot{s}(t_a) \\ s(t_e) \\ \dot{s}(t_e) \\ \ddot{s}(t_e) \end{pmatrix}}_{\mathbf{rb}}.$$

Zur Bestimmung der Polynomkoeffizienten $A_0 \dots A_5$ muss nur die Inverse der Koeffizientenmatrix \mathbf{cm} berechnet und mit dem Spaltenvektor der Abschnittsrandbedingungen \mathbf{rb} (von links) multipliziert werden. Diese Matrix \mathbf{cm} ist abschnittsweise durch die Zeitpunkte am Anfang und Ende des Abschnittes bestimmt. Sie kann in einem Rechenprogramm durch eine externe *function* $\mathbf{cm}(t_a, t_e)$ gebildet werden, z.B. so:

```
function koeffizienten=cm(ta,te)
koeffizienten=...
[1 ta ta^2 ta^3 ta^4 ta^5 ; ...
0 1 2*ta 3*ta^2 4*ta^3 5*ta^4 ; ...
0 0 2 6*ta 12*ta^2 20*ta^3 ; ...
1 te te^2 te^3 te^4 te^5 ; ...
0 1 2*te 3*te^2 4*te^3 5*te^4 ; ...
0 0 2 6*te 12*te^2 20*te^3 ] ; % Ende function cm
```

Das Beispiel von Abb. 3.6 mit insgesamt 4 Abschnitten vervollständigen wir wie folgt: Die Periodendauer T_T bzw. t_4 betrage 1 s und es sind die Zwischenpunkte $t_1 = 0.2$ s, $t_2 = 0.4$ s sowie $t_3 = 0.7$ s gegeben. Der Hub s_H beträgt 100mm (0.1m). Daraus folgen die vier „Vektoren“ der Abschnittsrandbedingungen:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} s(t_0) = 0 \\ \dot{s}(t_0) = 0 \\ \ddot{s}(t_0) = 0 \\ s(t_1) = \dots \\ \dot{s}(t_1) = \dots \\ \ddot{s}(t_1) = \dots \end{pmatrix}}_{\mathbf{rb\ 1}} ; \underbrace{\begin{pmatrix} s(t_1) = 0.1 \\ \dot{s}(t_1) = 0 \\ \ddot{s}(t_1) = 0 \\ s(t_2) = \dots \\ \dot{s}(t_2) = \dots \\ \ddot{s}(t_2) = \dots \end{pmatrix}}_{\mathbf{rb\ 2}} ; \underbrace{\begin{pmatrix} s(t_2) = 0.1 \\ \dot{s}(t_2) = 0 \\ \ddot{s}(t_2) = 0 \\ s(t_3) = \dots \\ \dot{s}(t_3) = \dots \\ \ddot{s}(t_3) = \dots \end{pmatrix}}_{\mathbf{rb\ 3}} ; \underbrace{\begin{pmatrix} s(t_3) = 0 \\ \dot{s}(t_3) = 0 \\ \ddot{s}(t_3) = 0 \\ s(t_4) = \dots \\ \dot{s}(t_4) = \dots \\ \ddot{s}(t_4) = \dots \end{pmatrix}}_{\mathbf{rb\ 4}}$$

Aus den oben gewünschten Randbedingungen 0. bis 2. Ordnung ist ersichtlich, daß die Eingangsbedingungen je Abschnitt den Ausgangsbedingungen des vorherigen Abschnittes gleichen, weshalb diese dann entsprechend „automatisch“ gesetzt werden können. Das muss aber nicht immer so sein!

Nachfolgendes Script beschreibt exemplarisch die Berechnung des gesuchten Bewegungsverlaufes als Vektor mit $N = 300$ Punkten.

```
clear
exec('cm.sci');           // bei MATLAB nicht erforderlich ...
N=300;                   // Anzahl Stuetzstellen der Kurve
anz_a=4;                 // Anzahl Bewegungsabschnitte

t_s=[0, 0.2, 0.4, 0.7, 1]'; // Zeitpunkte
// RANDbedingungen fuer die einzelnen Abschnitte s,v,a ****
rb = [ 0 , 0.1, 0.1, 0;
       0 , 0 , 0 , 0;
       0 , 0 , 0 , 0];
//Abschnittsende=Anfang vom naechsten (Zeile 4...6)
for p=1:anz_a-1
    rb(4:6,p)=rb(1:3,p+1);
end;
rb(4:6,anz_a)=rb(1:3,1);
//*****
// abschnittsweise Berechnung der Polynomkoeffizienten
for q=1:anz_a
    A(:,q)=inv(cm( t_s(q) , t_s(q+1) ))*rb(:,q);
end;
// *****
// Vektor als stueckweises Polynom 5. Grades
// aequidistante Zeitschritte (N Intervalle)

t= t_s(1):( t_s(1)+(t_s(anz_a+1)-t_s(1))/(N-1) ):t_s(anz_a+1);
k=1;
for i=1:N
    if (t(i)<=t_s(k+1))
        // dann liegt der Zeitpunkt in diesem Abschnitt, alles OK
    else // dann ist es schon der naechste Abschnitt
        k=k+1;
    end
    s(i) =A(1+0,k) + A(1+1,k)*t(i) + A(1+2,k)*t(i)^2 + A(1+3,k)*t(i)^3 + ...
          + A(1+4,k)*t(i)^4 + A(1+5,k)*t(i)^5;
    sp(i) = A(1+1,k) + 2*A(1+2,k)*t(i) + 3*A(1+3,k)*t(i)^2 + ...
            + 4*A(1+4,k)*t(i)^3 + 5*A(1+5,k)*t(i)^4;
    spp(i) = 2*A(1+2,k) + 6*A(1+3,k)*t(i) + ...
             + 12*A(1+4,k)*t(i)^2 + 20*A(1+5,k)*t(i)^3;
end;
```

Es kann abgetippt oder per copy/paste⁵ übernommen werden. Die o.g. *function* **cm**(t_a, t_e) nicht vergessen! SciLab erfordert gegenüber MatLab vor Verwendung der externen *cm*-Funktion noch die Zeile *exec('cm.sci');* zum „Aktivieren“.

⁵ Sofern der Quelltext aus dem PDF-Dokument mit copy & paste übernommen wird, muss ggf. noch das Apostroph-Zeichen (zum Transponieren oder bei Strings) in ein verträgliches „ ‘ “ - Zeichen (Shift-Raute-Taste) geändert werden.

Zum Plotten der Graphen, siehe Abb. 3.7 kann man wie folgt vorgehen (SciLab):

```
subplot(3,1,1)
plot(t,s);
subplot(3,1,2)
plot(t,sp);
subplot(3,1,3)
plot(t,spp);

b=gcf(); set(b.children,"grid",[1 1]); // Farben , wenn -1, dann kein Grid
```

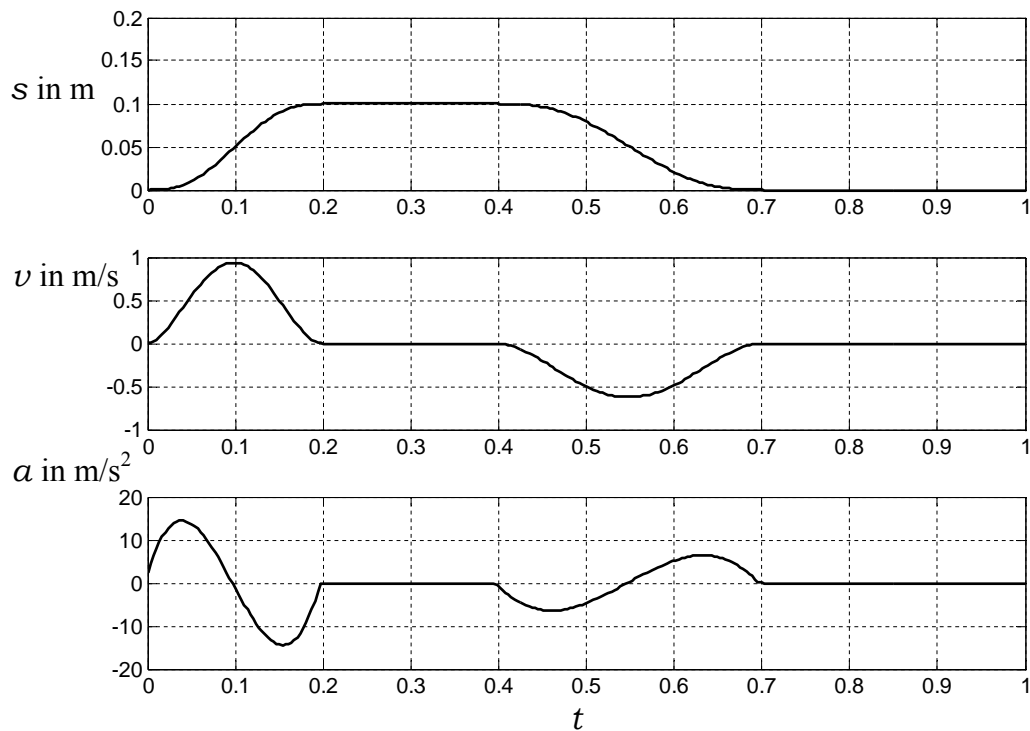


Abb. 3.7: Berechnete Sollwerte, Bewegungsdiagramm

Das Script erlaubt es nun bereits in gewisser Weise an unserem Bewegungsverlauf „interaktiv“ zu spielen. Man kann die Abschnittsgrenzen variieren (Bewegungszeiten verkürzen oder verlängern) oder auch Abschnitte einfügen bzw. anhängen, indem einfach weitere Zeitpunkte t_i und die entsprechenden Randbedingungen in die Matrix **rb** eingefügt werden.

Als Beispiel stellen wir die Forderung, dass bei der o.g. Hub-Bewegung die Geschwindigkeit zum Zeitpunkt $t=0.1$ 0.6 m/s beträgt ist. Wir erhöhen also die Variable für die Anzahl der Bewegungsabschnitte auf 5, vergeben die nötigen drei Randbedingungen: $s(t_1)=0.05$, $\dot{s}(t_1)=0.6$ und $\ddot{s}(t_1) = 0$ und erhalten das in Abb. 3.8 gezeigte Bild.

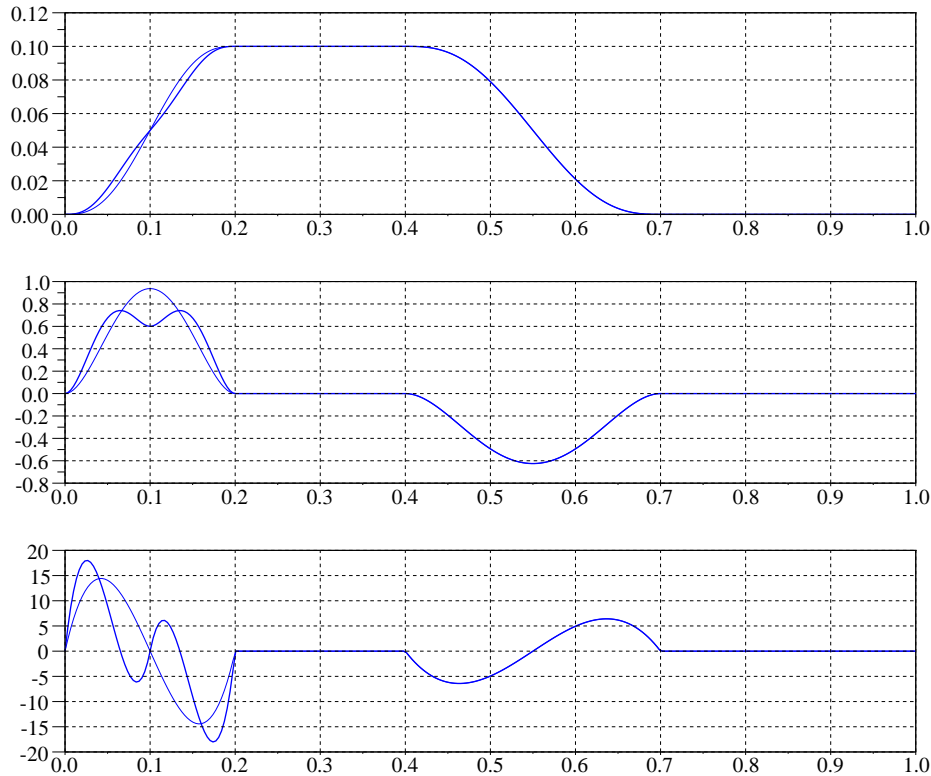


Abb. 3.8: Alternatives Beispiel für berechnete Sollwerte, Bewegungsdiagramm

Für den Bewegungsverlauf können neben den bisher besprochenen R-R-Bedingungen natürlich noch weiteren Wünsche existieren. Für deren Eindeutigkeit vergeben wir Namen [8], siehe Abb. 3.9. Es können z.B. Forderungen gestellt werden, dass zu einem bestimmten Zeitpunkt eine Bewegungsumkehr erfolgen soll. Wir nennen diesen Punkt daher Umkehrpunkt U . Soll zu einer bestimmten Zeit ein Ort erreicht werden und zudem eine bestimmte Geschwindigkeit aufweisen, so spricht man von einem Geschwindigkeitspunkt G . Soll lediglich ein bestimmter Ort erreicht werden, ohne spezielle Anforderungen an Geschwindigkeit und Beschleunigung, nennen wir diesen Punkt Bewegungspunkt B . Punkte an denen Geschwindigkeit und Beschleunigung „exakt“ Null sein sollen, werden als Rastpunkt R bezeichnet.

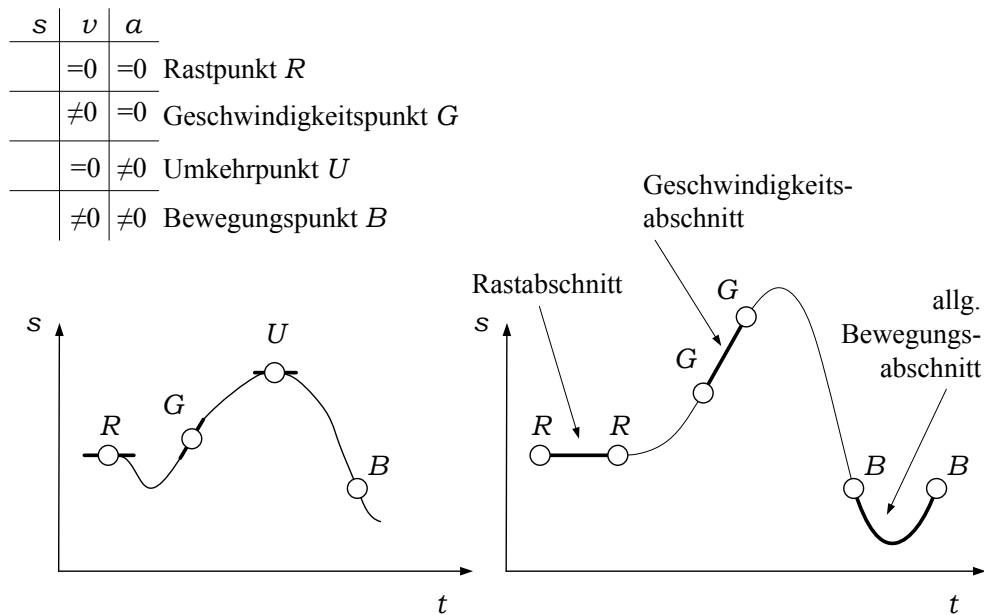


Abb. 3.9: Allgemeine Bewegungsvorgaben

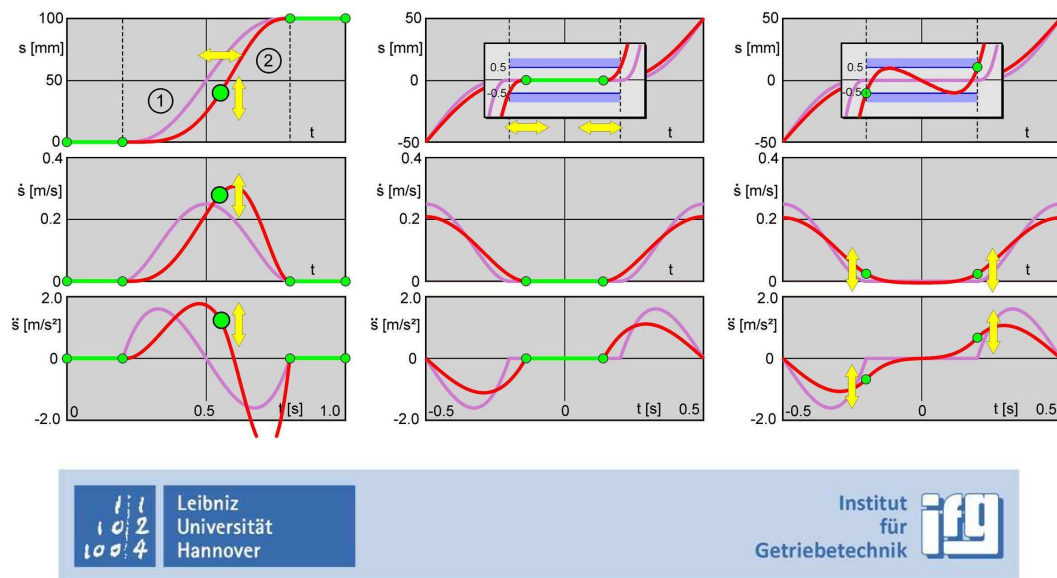


Abb. 3.10: Interaktive Variation von Stützpunkten [11]

Werden Verläufe „gestückelt“, soll auch an den Übergangstellen im Allgemeinen

Stoß- und Ruckfreiheit herrschen. Als Stoß bezeichnet man die Folgen eines Knickes im Wegverlauf bzw. eines Sprunges in der Geschwindigkeit. Bei der Formulierung der Randbedingungen muss also auch auf die Werte der ersten und zweiten Ableitung der Übertragungsfunktion geachtet werden. Die Anwendung des Polynoms 5. Grades, also die Darstellung einer Periode als Zusammenstellung mehrerer Polynomabschnitte, ist in der Regel immer machbar und auch günstig. Bei Anwendung o.g. Bewegungsgesetze kann aber auch eine Modifikation durch Verschiebung des Bewegungs-Wendepunktes erforderlich sein, eine Wendpunktverschiebung, etwa um Kollisionen mit anderen Arbeitsorganen zu vermeiden, siehe Abb. 3.10. Das Design der Bewegung sollte sich aber nicht nur an numerischen Werten orientieren. Zu hinterfragen ist immer auch, ob eine Rast des Arbeitsorgans tatsächlich nötig ist, bzw. ob die Rastzeit verkürzt werden kann, damit mehr Zeit zum Bewegen bzw. Abbremsen zur Verfügung steht, quasi als Hubzeitverlängerung [41]. Auch kann durch das zusätzliche Einfügen eines Polynomabschnittes der Gesamtverlauf günstig variiert werden, da damit mehr Parameter zur Verfügung stehen. Eine sehr gute Unterstützung hierbei bietet die Software GENESYS [24].

3.3 Übungsaufgaben

1. Wozu dienen normierte Übertragungsfunktionen bzw. Bewegungsgesetze?
2. Nennen Sie mindestens drei Bewegungsgesetze sowie ihre Vorzüge bzw. bevorzugten Anwendungsfälle!
3. Was sind kinematische Kenngrößen, welche kennen Sie und wozu dienen sie?
4. Was kennzeichnet eine ruckfreie, periodische Bewegung?
5. Ein Arbeitsorgan soll taktweise, also periodisch, um 100 mm translatorisch weiterbewegt werden. Die Bewegungszeit T betrage 1 s. Wenn eine Kubische Parabel nach VDI2143 [62] als Bewegungscharakteristik zugrunde liegt, wie groß sind dann die Maximalwerte von Geschwindigkeit und Beschleunigung am Arbeitsorgan, starre Glieder vorausgesetzt ?
6. In Bezug auf die vorhergehende Aufgabe: Wenn man alternativ die Bewegung nach dem 3-4-5-Polynom steuern würde, müsste man dann auch Nachteile in Kauf nehmen? Sofern ja, geben Sie diese prozentual an.
7. Eine intermittierende Hub-Rast-Bewegung mit einem Hub von 100 mm bei 50 Takten/min soll mittels Modifizierter Sinoide erfolgen. Wie groß ist die maximal auftretende Geschwindigkeit und Beschleunigung bei den Bewegungszeitanteilen $b = 4/9, 3/9$ sowie $2/9$?
8. Wie sollten Übergänge von Bewegungsabschnitten gestaltet sein und warum?
9. Was bedeutet Hubzeitverlängerung?

4 Vorgaben für schnelle Bewegungen linearer Systeme

4.1 Problemsituation

Eine typische Aufgabe besteht im intermittierenden, innermaschinellen Transport gemäß Abb. 4.1. Die periodische Bewegung $s(t)$ soll von einem Schrittgetriebe mit als konstant anzusehender Eingangsdrehzahl erzeugt werden oder von einem Motion-Control-System mit hoher dynamischer Steifigkeit. Es wird Rückwirkungsfreiheit unterstellt.

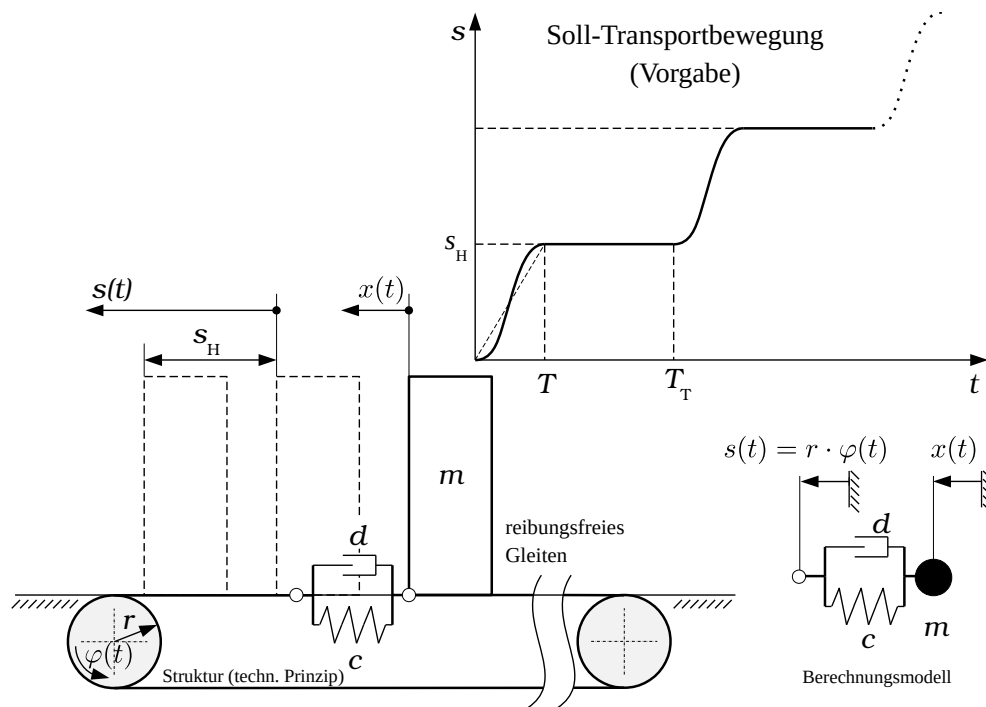


Abb. 4.1: Fortlaufender, periodischer Transport

In Abb. 4.2 sind weitere Beispiele skizziert: Auf der linken Seite dient ein Arbeitsorgan zum Überführen des Produktes in die nächste Station. Ein starrer Hebel bewegt sich hierfür um seinen auf einer Welle fixierten Drehpunkt. Auf dieser Welle befindet sich mit dem Abstand l_w ein starrer Rollenhebel, der von einer Kurvenscheibe gesteuert die gewünschte Bewegung $\varphi(t)$ in die Welle „einleitet“. Da die Welle als torsionselastisch anzusehen ist, wird das Arbeitsorgan eine davon abweichende Bewegung ausführen. Analoges gilt für den mittleren Fall, hier sei die Zugelastizität

eines Zahnriemens verantwortlich. Im Fall unten rechts steht kein Maschinenelement, sondern das zu bewegende Produkt im Fokus. Bei oben noch offenen und mit niedrigviskosen Flüssigkeiten gefüllten Behältern führt bereits das Benetzen der Siegelschicht zu Fehlern und sollte unterbunden werden. In gewissen Grenzen kann das Schaukeln der Fluidoberfläche mit dem eines mathematischen Pendels nachgebildet werden [79].

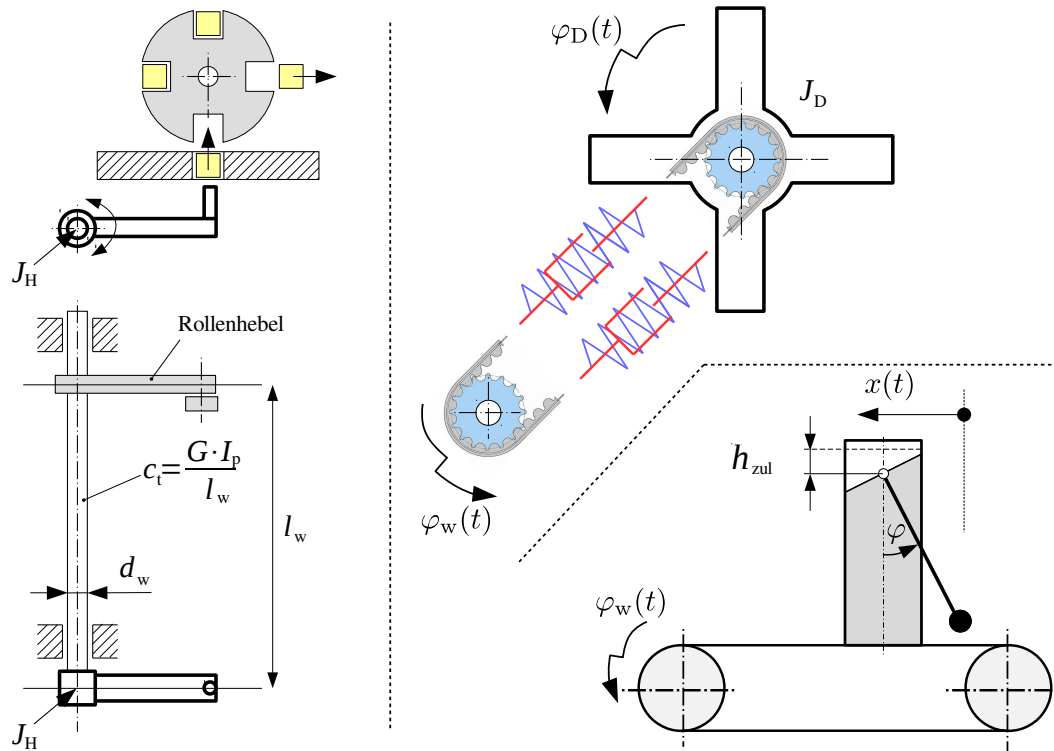


Abb. 4.2: Weitere Beispiele für mögliche unerwünschte Lageabweichungen

Die Thematik Bewegungssteuerung bei schwingungsfähigen Komponenten gilt als nicht trivial, ist aber bereits sehr umfangreich wissenschaftlich beleuchtet, wie z. B. in [6, 15, 16, 27, 45, 49, 64, 79]. Es erfordert letztlich ausreichend Fachwissen, Abstraktionsvermögen und Erfahrung, bemerkbare Effekte wie die Abweichung zwischen Soll- und Istbewegung den richtigen Ursachen zuzuordnen. Ob z. B. ein Modell mit nur einem Freiheitsgrad bzw. einer Eigenfrequenz überhaupt geeignet ist, muss immer hinterfragt werden.

Der nachfolgend diskutierte Sachverhalt wird als Problem „elastischer Abtrieb“ angesehen, bei dem das schwingungsfähige System **nach** der Bewegungs-Erzeugung¹ angesiedelt ist, siehe hierzu [16]. Die Übertragungsfunktion des Mechanismus bzw. die sogenannte elektronische Kurvenscheibe ist ja bekannt. Die Lösungsstrategie besteht darin, mit dieser Soll-Bewegung als Erregung die Antwort des schwingungsfähigen linearen Systems zu ermitteln.

Falls sich ein als elastisch anzusehendes Glied **vor** dem bewegungserzeugenden, star-

¹durch den starren Mechanismus oder das MC-System

ren Mechanismus² befände, würde ein Fall vom Typ „elastischer Antrieb“ vorliegen. Die Behandlung solcher, in der Regel nichtlinearer Systeme ist aufwendiger und **nicht** Gegenstand dieses Kapitels.

4.2 Anfahren

Wir beginnen zum Zeitpunkt, ab dem das System zum ersten Mal in Bewegung gesetzt wird. Daher spricht man auch vom Anfahren. In Anlehnung an die anschaulichen Ausführungen zum Thema „Optimale Bewegungsabläufe“ in [19], proben wir eine Übertragung auf den Fall einer fortlaufenden Rast-in-Rast-Bewegung und machen folgendes Gedankenexperiment:

Eine Masse m soll reibungsfrei auf einer Oberfläche in nur einer Richtung gleiten können, siehe Abb. 4.3, und aus der Ruhelage in Bewegung versetzt werden. Die Sollbewegung $s(t)$ wird über eine masselose, lineare Feder an die Masse geleitet³.

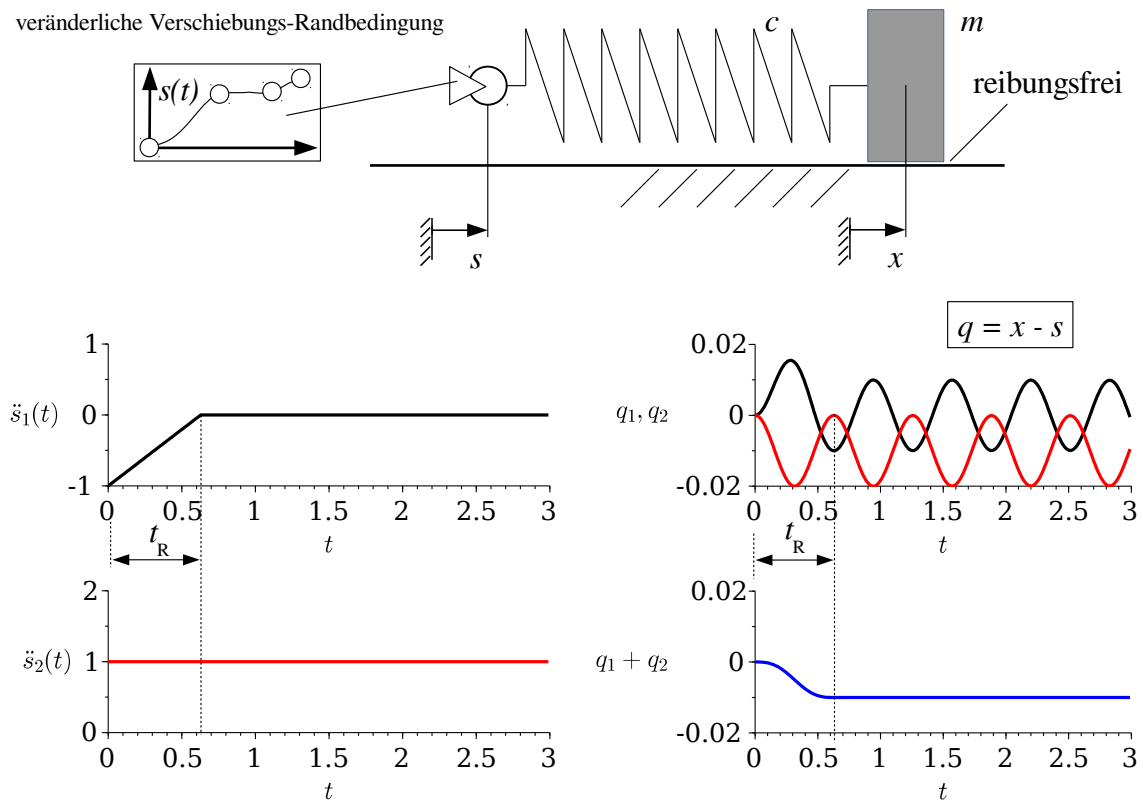


Abb. 4.3: Überlagerung zweier Beschleunigungsprofile am linearen System

Als **Beispiel** beträgt die Masse $m = 1$ kg sowie $c = 100$ N/m. Der Federendpunkt würde sich auf die Masse zubewegen, die Masse aufgrund ihrer Trägheitswirkung etwas verzögert „Fahrt“ aufnehmen. Da sich auch die starre Masse mit zunehmender

²gekennzeichnet durch eine nichtlineare Übertragungsfunktion

³Wir sprechen von einer Verschiebungsrandbedingung. Die Reaktionskräfte auf diese Randbedingung haben keinerlei Auswirkungen auf deren Kinematik, es herrscht Rückwirkungsfreiheit.

Geschwindigkeit fortbewegen wird, interessiert praktisch nur die Differenz $q = x - s$, wir untersuchen daher das Verhalten $q(t)$. Eine konstante Beschleunigung, also ein Sprung auf z. B. 1 m/s^2 , siehe $\ddot{s}_2(t)$ in Abb. 4.3 links unten, erzeugt die bekannte Sprungantwort eines linearen Systems $q_2(t)$, rote Kurve. Die Wegdifferenz pendelt mit konstanter Frequenz und Amplitude um einen Mittelwert \bar{q} , der letztlich der statischen Federverformung $q_{\text{stat}} = \frac{m \cdot \ddot{s}}{c}$ entspricht. Die **Restschwingung** mit dem gleichen Wert als Amplitude kommt hinzu und verbleibt im System, ist aber unerwünscht bzw. störend. In Abb. 4.4 ist ein praktisches Beispiel zum Auftreten von Restschwingungen zu sehen.

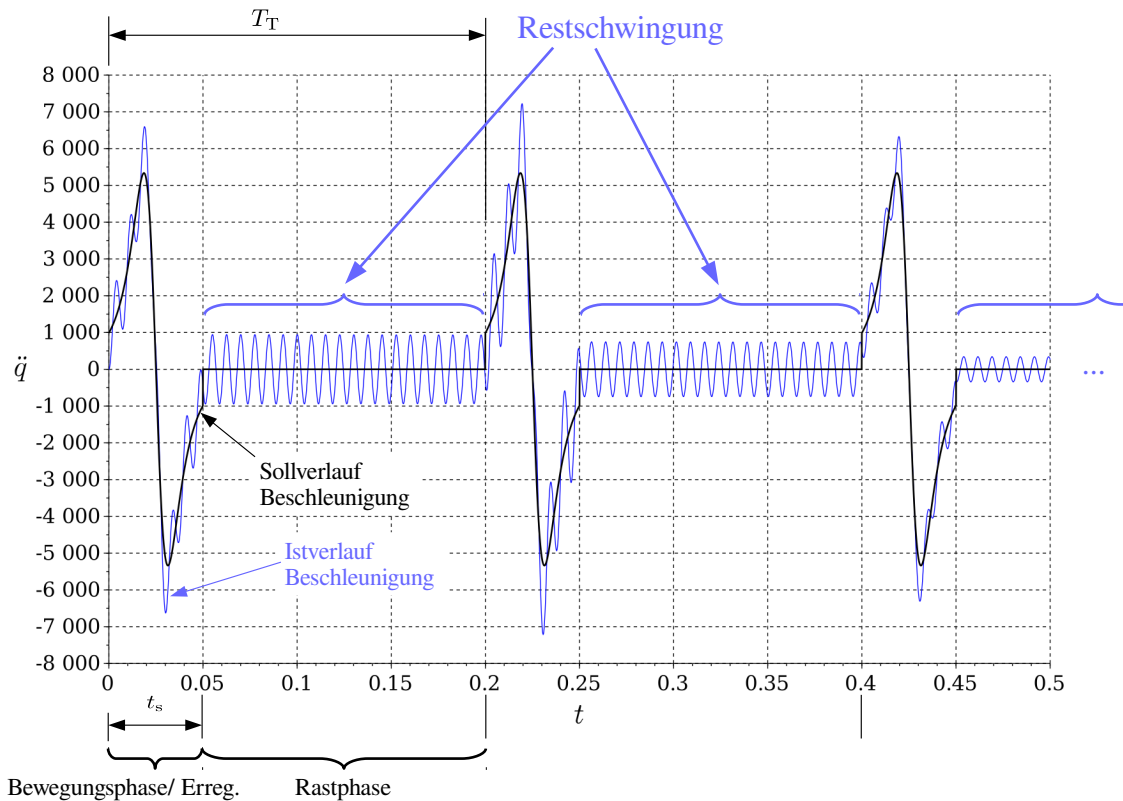


Abb. 4.4: Beispiel zu Restschwingungen: Beschleunigungsverlauf am Antrieb bei Bewegungserzeugung durch Malteserkreuz-Schrittgetriebe

Die Idee ist naheliegend, irgendeine zusätzliche Beschleunigung zu überlagern, die diese Restschwingung nun auslöscht. Am Ende der Einleitung dieser Zusatzbeschleunigung müsste von dieser eine zur o. g. Schwingung exakt gegenphasige Schwingung erzeugt worden sein. Diese „Gegenbewegung“ muss daher mit negativem Vorzeichen beginnen. Außerdem muss das Einleiten der Gegenbewegung bald wieder beendet sein. Die Frage ist nur, wann genau sie null ist und, wie sie bemessen sein muss. Der in Abb. 4.3 zu sehende Verlauf $\ddot{s}_1(t)$ erzeugt die Systemantwort $q_1(t)$, schwarze Kurve, mit gleicher Frequenz aber nun gegenphasig. Die Frequenz dieser Schwingung entspricht der Eigenfrequenz des Systems, in diesem Fall der des Einmassenschwingers. Aus den o. g. Angaben folgt: $f_{\text{eig}} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot 10 \frac{1}{\text{s}} \approx 1.59 \text{ Hz}$, mit der Periodendauer $t_{\text{eig}} = 1/f_{\text{eig}} \approx 0.63 \text{ s}$. Diese wird nun als Dauer des Anstieges

t_R der Rampe von \ddot{s}_1 genutzt. Die Überlagerung der beiden Verläufe $\ddot{s}_1 + \ddot{s}_2$ führt letztlich zur Überlagerung $q_1 + q_2$, die in Abb. 4.3 unten rechts blau dargestellt ist. Tatsächlich führt diese Idee auch zur vollständigen Auslöschung der Restschwingung, wenn die Rampendauer exakt ein Vielfaches der Periodendauer t_{eig} des schwingungsfähigen Systems beträgt. Interessant sind in diesem Zusammenhang nur sehr schwach gedämpfte Systeme, weshalb die Dämpfung nicht weiter betrachtet wird⁴.

4.3 R-R-Bewegungsdesign ohne Restschwingung

Es stellt sich die Frage, ob und wie man diesen o. g. Trick in Form eines „Bewegungsgesetzes“ für eine Rast-in-Rast-Bewegung **ohne Restschwingung** nutzbar machen könnte. Das Ausbleiben der Restschwingung wäre einerseits von Vorteil, wenn während der Rast Verarbeitungsvorgänge ungestört stattfinden sollen. Andererseits lägen für den folgenden Zyklus die gleichen Null-Anfangsbedingungen vor, was das System unempfindlich gegenüber späteren Änderungen des zeitlichen Hub-/Rastverhältnisses macht.

Wir suchen also einen Beschleunigungsverlauf gemäß Abb. 4.5 mit festgelegter Rampendauer⁵ t_R .

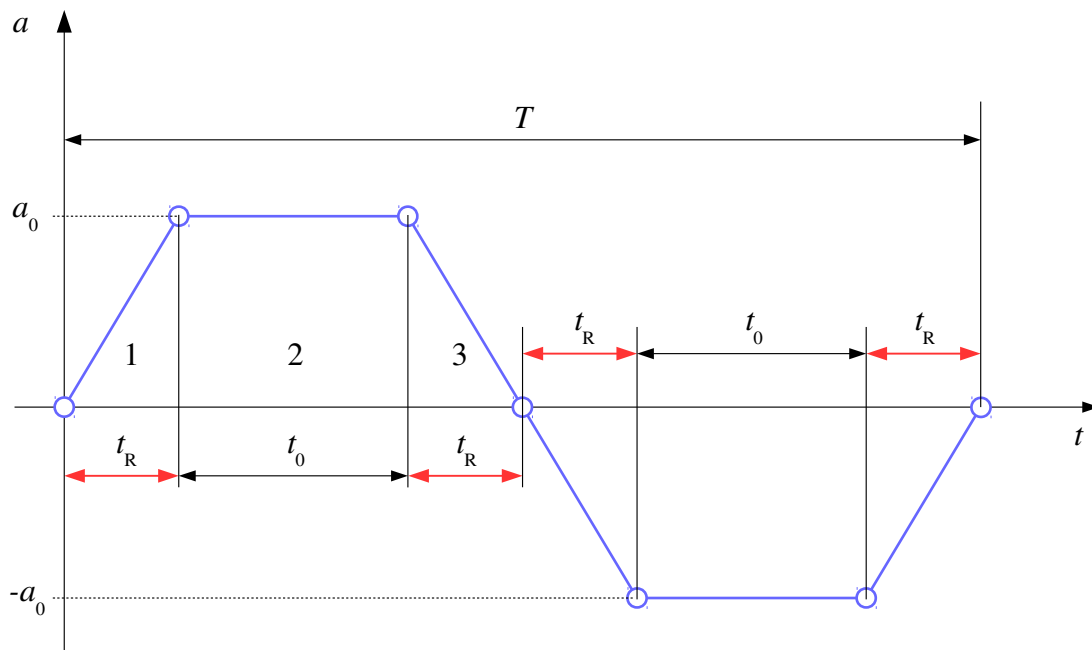


Abb. 4.5: Beschleunigungsverlauf

⁴Die Dämpfung vermindert aber tatsächlich den positiven Effekt

⁵An dieser Stelle kann man festhalten, dass offensichtlich gelten muss: $T \geq 4 \cdot t_R$. Für unser R-R-Beispiel mit $t_{\text{eig}} = 0.62831$ s also immerhin 2.513 s. Unterhalb dieser Zeit wäre ein Verschwinden der Restschwingungen unmöglich.

Wir gehen von einem symmetrischen Bewegungsverlauf aus, d. h. , wir betrachten das Intervall zunächst nur bis $T/2$. Für die Beschleunigung kann man die Ausdrücke in Tabelle 4.1 aufschreiben. Die Integration liefert die Ausdrücke für Geschwindigkeit und Weg, siehe Tabelle 4.2 und 4.3. Für einen Parametersatz sind exemplarisch die Verläufe in Abb. 4.6 zu sehen.

Abschnitt	$a(t)$	Wert am Intervallende
1 $0 \leq t \leq t_R$	$\frac{a_0}{t_R} \cdot t$	a_0
2 $t_R \leq t \leq (t_R + t_0)$	a_0	a_0
3 $(t_R + t_0) \leq t \leq (t_R + t_0 + t_R)$	$a_0 - \frac{a_0}{t_R} \cdot (t - (t_R + t_0))$	0

Tab. 4.1: Abschnittsweise Ausdrücke für Beschleunigungstrapez

Abschnitt	$v(t)$	Wert am Intervallende
1 $0 \leq t \leq t_R$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{a_0}{t_R} \cdot t^2$	$\underbrace{\frac{1}{2} \cdot a_0 \cdot t_R}_{v_1(t_R)}$
2 $t_R \leq t \leq (t_R + t_0)$	$v_1(t_R) + a_0 \cdot (t - t_R)$	$\underbrace{v_1(t_R) + a_0 \cdot t_0}_{v_2(t_R+t_0)}$ $= \frac{1}{2} \cdot a_0 \cdot t_R + a_0 \cdot t_0$
3 $(t_R + t_0) \leq t \leq (t_R + t_0 + t_R)$	$v_2(t_R + t_0) + a_0 \cdot (t - (t_R + t_0)) \dots$ $-\frac{1}{2} \cdot \frac{a_0}{t_R} \cdot (t - (t_R + t_0))^2$	$\underbrace{v_2(t_R + t_0) + \frac{1}{2} \cdot a_0 \cdot t_R}_{v_3(t_R+t_0+t_R)}$ $= a_0 \cdot (t_R + t_0)$

Tab. 4.2: Abschnittsweise Ausdrücke für Geschwindigkeit

Abschnitt	$s(t)$	Wert am Intervallende
1 $0 \leq t \leq t_R$	$\frac{1}{6} \cdot \frac{a_0}{t_R} \cdot t^3$	$s_1(t_R) = \frac{1}{6} \cdot a_0 \cdot t_R^2$
2 $t_R \leq t \leq (t_R + t_0)$	$s_1(t_R) + v_1(t_R) \cdot (t - t_R) \dots$ $+\frac{1}{2} \cdot a_0 \cdot (t - t_R)^2$	$s_2(t_R + t_0) = s_1(t_R) \dots$ $+\frac{1}{2} \cdot a_0 \cdot t_R \cdot t_0 + \frac{1}{2} \cdot a_0 \cdot t_0^2$
3 $(t_R + t_0) \leq t \dots$ $\leq (t_R + t_0 + t_R)$	$s_2(t_R + t_0) \dots$ $+v_2(t_R + t_0) \cdot (t - (t_R + t_0)) \dots$ $+\frac{1}{2} \cdot a_0 \cdot (t - (t_R + t_0))^2 \dots$ $-\frac{1}{6} \cdot \frac{a_0}{t_R} \cdot (t - (t_R + t_0))^3$	$\frac{1}{6} \cdot a_0 \cdot t_R^2 + \frac{1}{2} \cdot a_0 \cdot t_R \cdot t_0 \dots$ $+\frac{1}{2} \cdot a_0 \cdot t_0^2 \dots$ $+(\frac{1}{2} \cdot a_0 \cdot t_R + a_0 \cdot t_0) \cdot t_R \dots$ $+\frac{1}{2} \cdot a_0 \cdot t_R^2 - \frac{1}{6} \cdot a_0 \cdot t_R^2$

Tab. 4.3: Abschnittsweise Ausdrücke für Weg

Gemäß Tabelle 4.3 bzw. Abb. 4.6 ergibt sich der Weg am Ende des Intervalles 3 zu:

$$\begin{aligned}
 s_3(t_R + t_0 + t_R) = & \frac{1}{6} \cdot a_0 \cdot t_R^2 + \frac{1}{2} \cdot a_0 \cdot t_R \cdot t_0 + \frac{1}{2} \cdot a_0 \cdot t_0^2 \dots \\
 & + (\frac{1}{2} \cdot a_0 \cdot t_R + a_0 \cdot t_0) \cdot t_R + \frac{1}{2} \cdot a_0 \cdot t_R^2 - \frac{1}{6} \cdot a_0 \cdot t_R^2.
 \end{aligned}$$

Für den Gesamthub folgt dann:

$$s_H = 2 \cdot s_3(t_R + t_0 + t_R) = a_0 \cdot (2 \cdot t_R^2 + 3 \cdot t_R \cdot t_0 + t_0^2). \quad (4.1)$$

Für den zu erreichenden Hub s_H bei feststehender Rampendauer t_R sind noch die zwei Parameter a_0, t_0 offen. Fest steht in der Regel die Bewegungszeit T , so dass gilt:

$$T = 2 \cdot (t_R + t_0 + t_R), \quad (4.2)$$

bzw.:

$$t_0 = \frac{T}{2} - 2 \cdot t_R. \quad (4.3)$$

Aus Gl. 4.1 folgt damit:

$$a_0 = \frac{4 \cdot s_H}{T \cdot (T - 2 \cdot t_R)}. \quad (4.4)$$

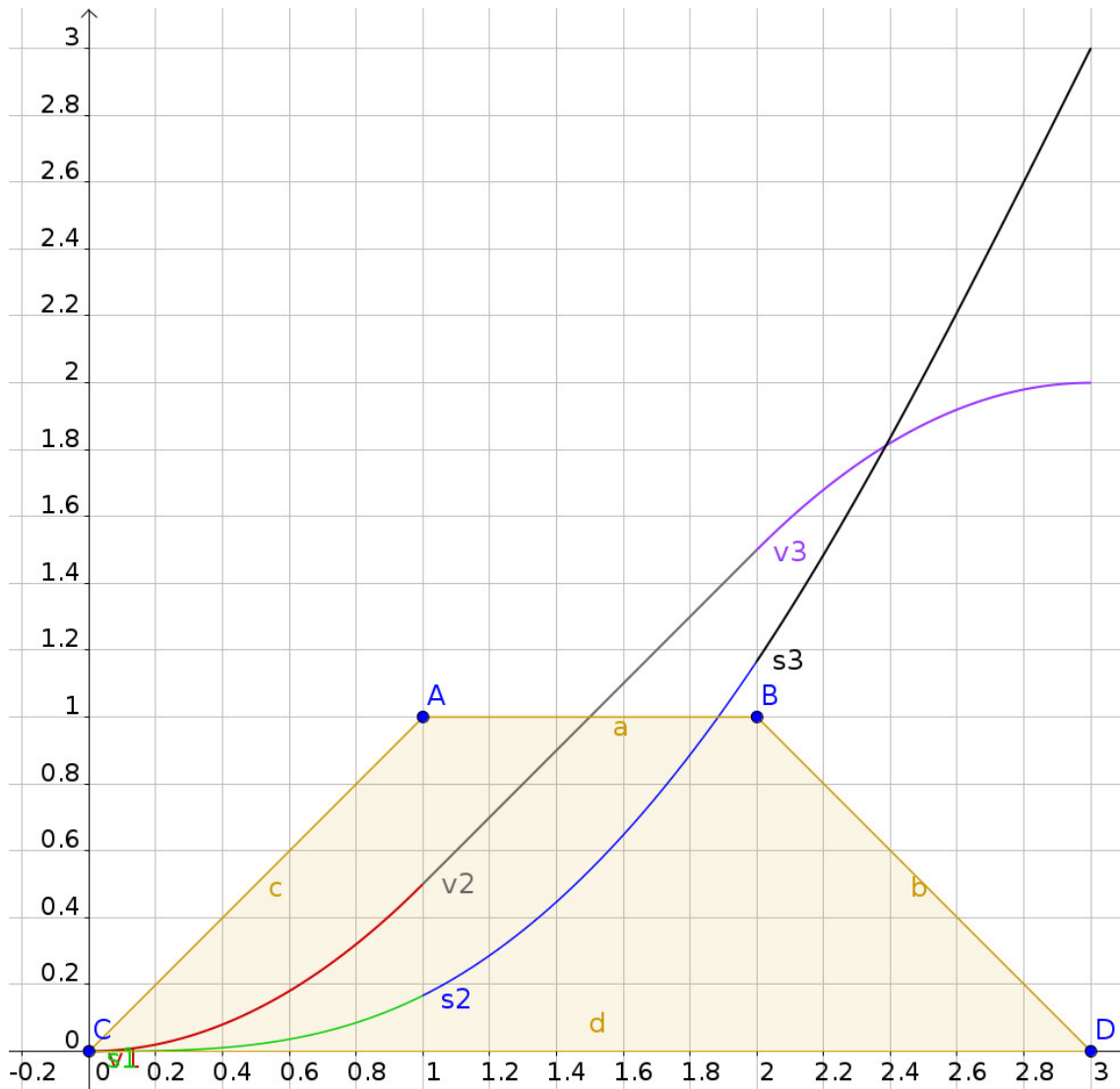


Abb. 4.6: Verläufe $a(t)$, $v(t)$, $s(t)$ für $t_R = 1$, $t_0 = 1$ sowie $a_0 = 1$

Sind Hub s_H und Bewegungszeit T gegeben, kann sehr einfach ein hierfür passender Beschleunigungsverlauf gefunden werden, siehe Abb. 4.7.

Die Realisierung verschiedener Einstellausbringungen bei gleichem Hub s_H ist dann ebenfalls problemlos, siehe Abb. 4.8. Mit elektronischen Kurvenscheiben lassen sich so adaptive Bewegungsprofile realisieren.

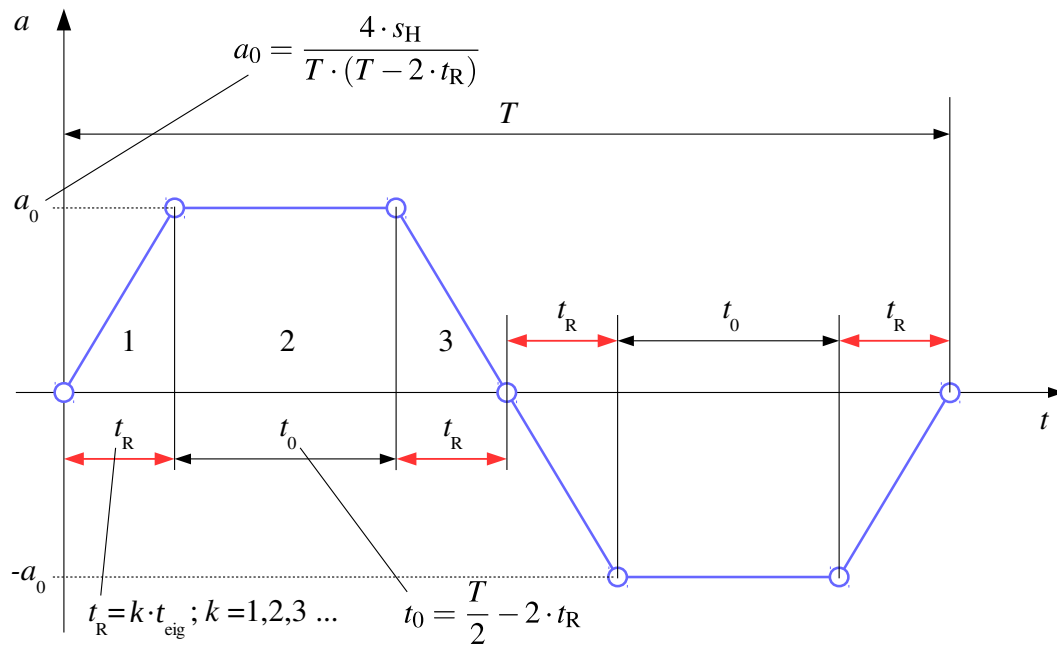


Abb. 4.7: Beschleunigungstrapez für R-R-Bewegung ohne Restschwingungen (Auslöschtrapez)

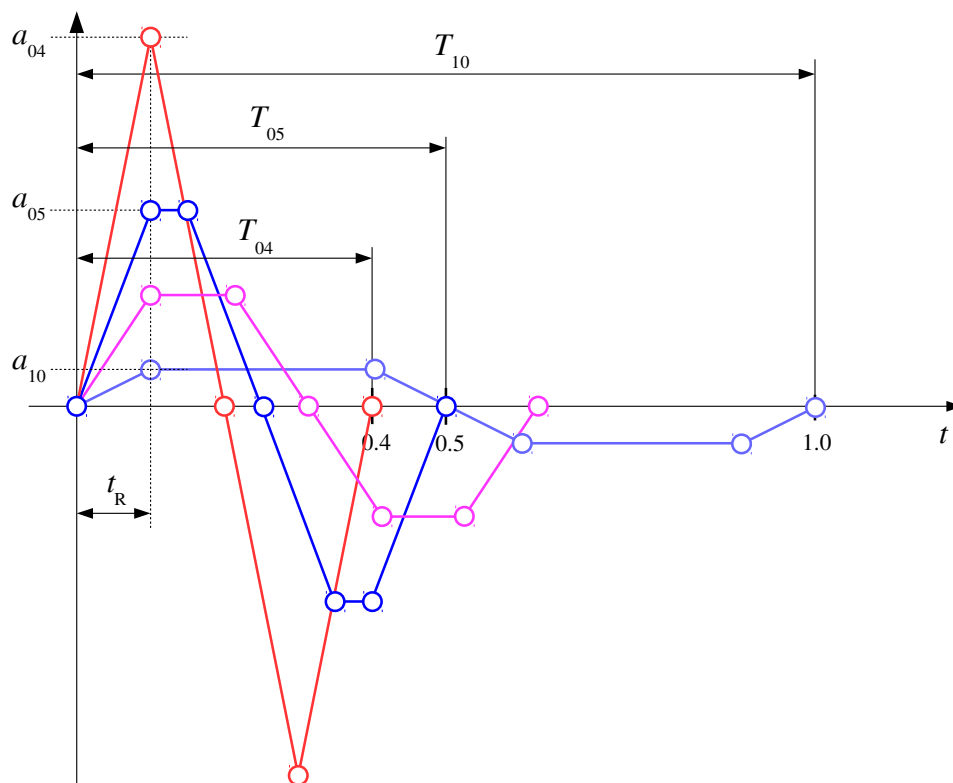


Abb. 4.8: Auslöschtrapez für R-R-Bewegung ohne Restschwingungen des linearen Systems: verschiedene Bewegungszeiten T bei gleichem Hub s_H

4.4 Experiment am Computermodell

Wir führen ein Experiment am Computermodell aus, siehe Abb. 4.9, und prüfen die Wirkung am ungedämpften Einmassenschwinger.

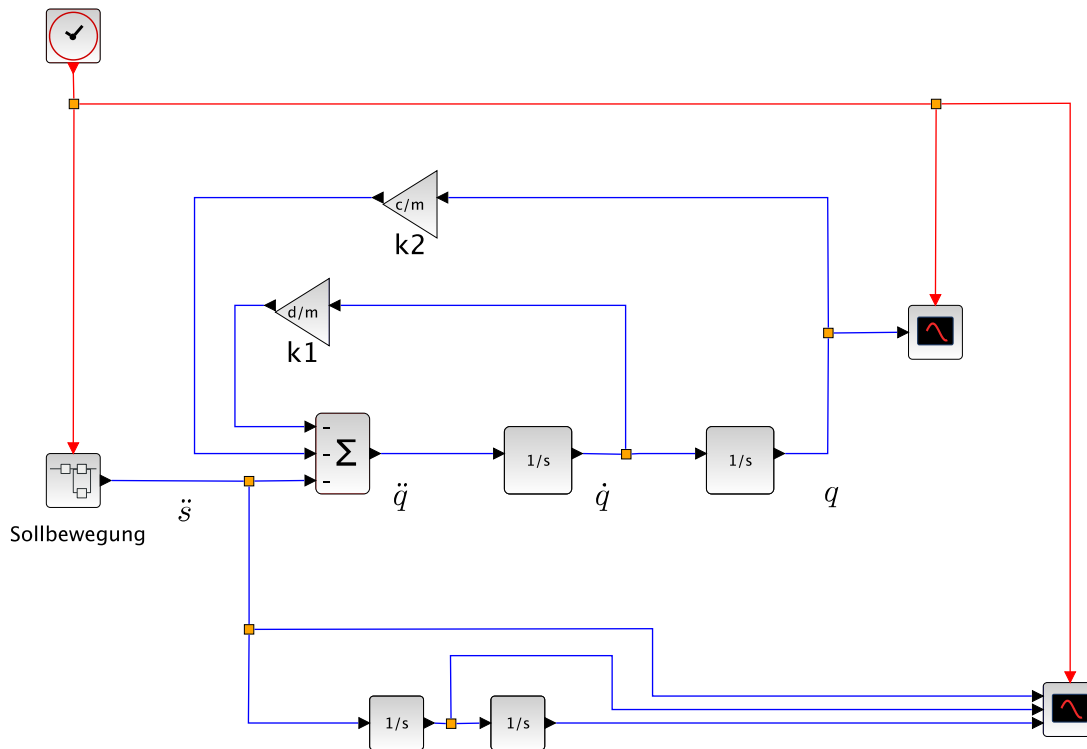


Abb. 4.9: Computer-Simulationsmodell (XCOS [101])

Und zwar mit zwei Sollbewegungen: Die erste, bei der die Rampendauer z. B. 90% der Eigenschwingungsdauer beträgt, siehe Abb. 4.10 rote Kurve. Der zweite geringfügig angepasste Bewegungsverlauf (schwarze Kurve) entsteht nur durch Verlängerung der Rampendauer auf 100% der Eigenschwingungsdauer.

In Abb. 4.11 ist die positive Auswirkung sehr deutlich zu erkennen. Die Lageänderung eines schwingungsfähigen, ungedämpften linearen Systems lässt sich unter den genannten Umständen so realisieren, dass am Ende der Sollbewegung bzw. zu Beginn einer sich anschließenden Rast keine Restschwingungen im System mehr vorhanden sind. Die **genaue** Kenntnis der Systemeigenfrequenz ist hierbei jedoch eine notwendige Voraussetzung!

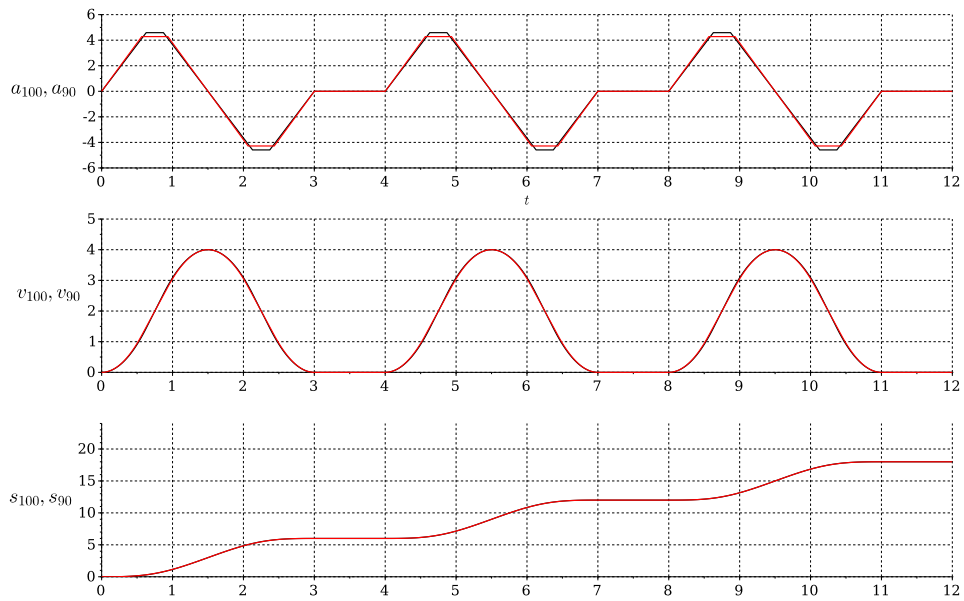


Abb. 4.10: Sollbewegung mit 100% Abstimmung auf Systemeigenfrequenz sowie 90% (rot)

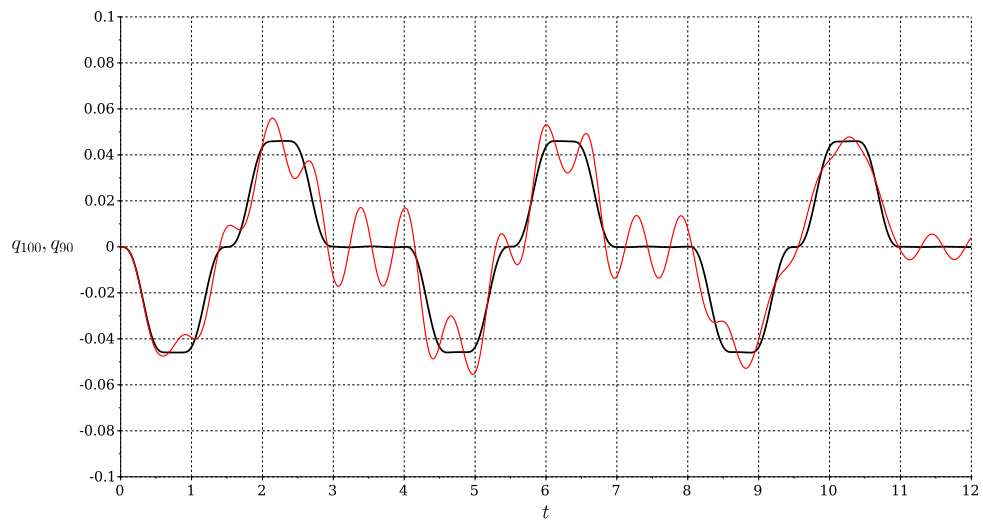


Abb. 4.11: Resultierende Differenz zwischen Soll- und Istbewegung; 100% Abstimmung auf Systemeigenfrequenz sowie 90% (rot)

4.5 Experiment am physischen Modell

Die experimentelle Überprüfung kann z. B. mittels einer Linearachse erfolgen, siehe hierzu [87]. Hier dient ein Versuchsstand der TU Chemnitz, Professur für Montage- und Handhabungstechnik, als Testumgebung. Die Hauptbestandteile dieses Versuchstandes, siehe Abb. 4.12, sind eine durch einen Servomotor (1), Typ: Parker SMH60, angetriebene lineare Achse (4) und das darauf angebrachte, linear geführte Schwingungssystem (2), einen Ein-Massen-Schwinger. Die eingesetzte Compax3-Steuerung vom Typ C3T40 der Firma Parker Hannifin GmbH ermöglicht das Einlesen von in gewissen Grenzen frei wählbaren Bewegungsprofilen, die nach dem Master-Slave-Prinzip periodisch abgefahren werden. Die absolute Position des Schlittens (3) auf der Achse sowie die Auslenkung des Schwingungssystems werden durch ein Messsystem erfasst. Kennzahlen des Versuchsstandes sind in Tab. 4.4 aufgeführt.

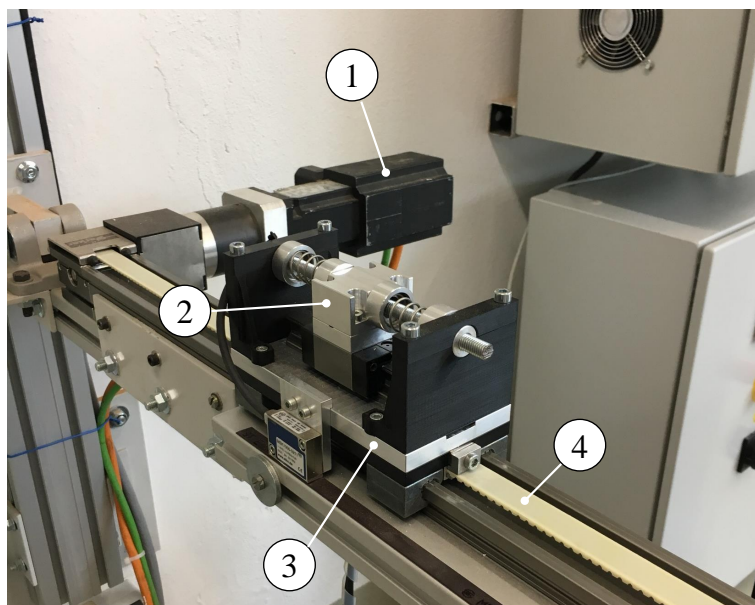


Abb. 4.12: Versuchsstand

Tab. 4.4: Technische Daten

Motor	$M_0 = 1.4 \text{ Nm}$	$M_S = 4.4 \text{ Nm}$
Literale:	$M_n = 1.12 \text{ Nm}$	$n_n = 1600 \text{ 1/min}$
0 = Stillst, n = Nenn	$U = 230 \text{ V}_{AC}$	$I_0 = 4.4 \text{ A}_{eff}$
Achse	$v_{max} = 0.87 \text{ m/s}$	$a_{max} = 20 \text{ m/(s}^2\text{)}$
Schwingsystem	$m = 0.322 \text{ kg}$	$c = 1.896 \text{ N/mm}$
	$D = 0.08 \text{ (experimentell)}$	
	$f_0 = 12.15 \text{ Hz (experimentell)}$	

Im vorliegenden Fall kann sicher behauptet werden, dass das Schwingungssystem, siehe Abb. 4.13, im Vergleich zum Zahnriemen eine um ein Vielfaches geringere Eigenfrequenz aufweist und somit das Schwingungsbild nicht bedeutend beeinflusst wird. Die im System wirkenden Reibkräfte sind im Verhältnis zu den eigentlichen Prozesskräften vernachlässigbar klein und werden deshalb auch nicht weiter berücksichtigt.

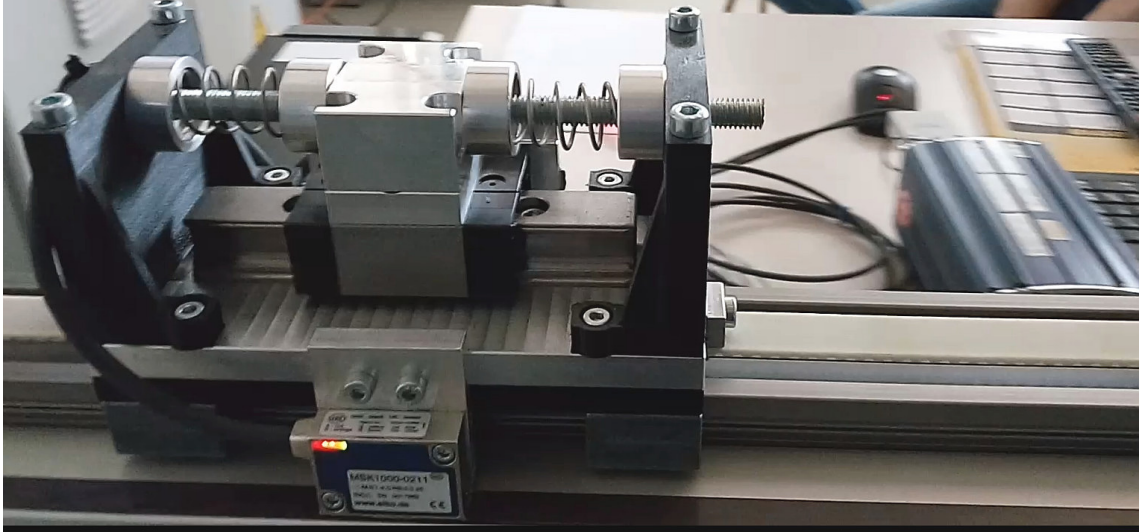


Abb. 4.13: Schwingssystem

Dieser Versuchstand wird zur Validierung des o. g. Auslöschtrapezes verwendet, indem gleiche, fortlaufende Schrittbewegungen mit unterschiedlichen Ansatzfunktionen hinsichtlich der Schwingungseffekte getestet werden. Die Periodendauer eines Schrittes beträgt $T = 1$ s und setzt sich aus der Bewegungszeit $T_{\text{Bew}} = 0.4$ s und der Rastdauer $T_{\text{Rast}} = 0.6$ s zusammen. Die Schrittweite beträgt $s_H = 100$ mm. Zum Vergleich werden dem auf die Eigenfrequenz abgestimmten Auslöschtrapez die aus der Literatur bekannten Funktionen 3-4-5 Polynom, eine endliche Fourierreihe mit $n_{\text{harm}} = 9$ sowie ein nicht auf die Eigenfrequenz abgestimmtes Beschleunigungstrapez gegenübergestellt.

In Abb. 4.14 sind die Messergebnisse des 3-4-5 Polynoms und der endlichen Fourierreihe abgebildet. Im Vergleich ist der Betrag der sich in der Rast ausprägenden Systemantwort q des 3-4-5-Polynoms erwartungsgemäß am größten. Bei Verwendung des auf die Eigenfrequenz angepassten Auslöschtrapezes konnte in diesem Experiment eine deutlich geringere Abweichung im Rastbereich realisiert werden, siehe Abb. 4.15. Die Adaption der Rampendauer auf 80% der Eigenschwingungsdauer verschlechterte erwartungsgemäß das Ergebnis.

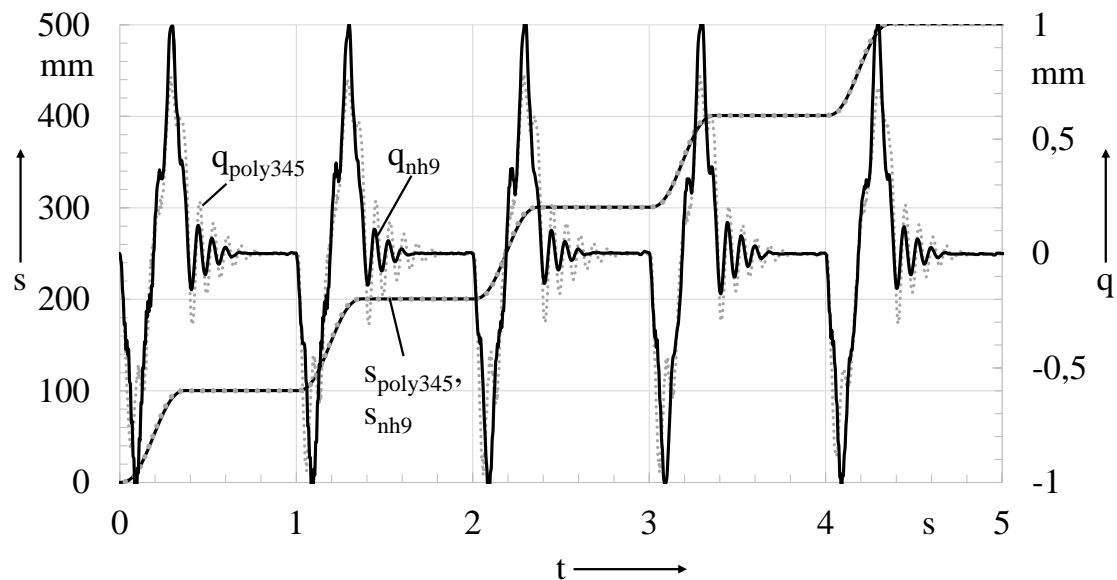


Abb. 4.14: Gemessene Differenz zwischen Soll- und Istbewegung für das 3-4-5 Polynom und die endliche Fourierreihe mit $n_{\text{harm}}=9$

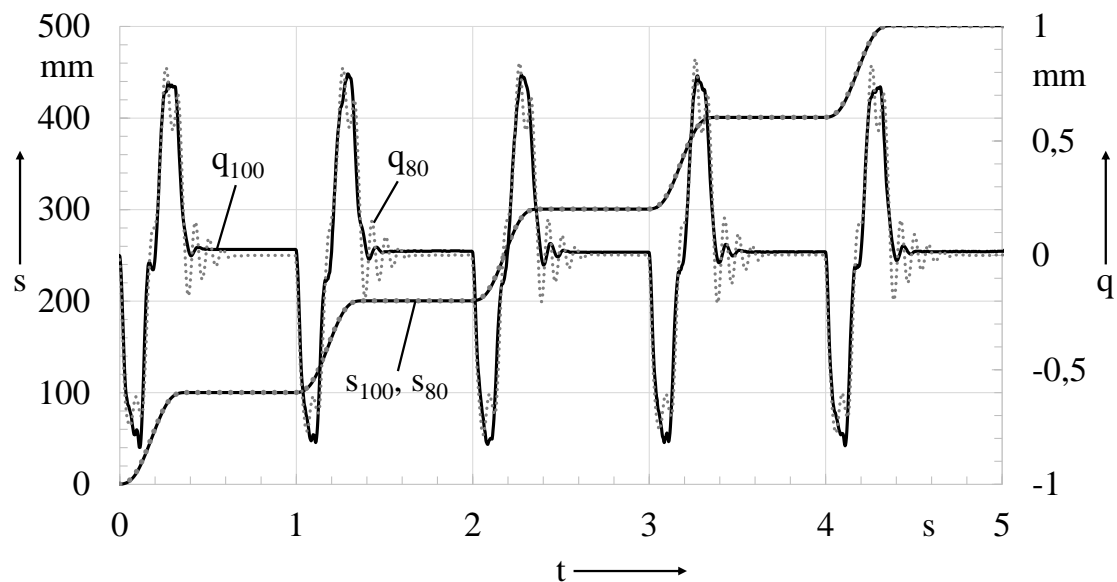


Abb. 4.15: Gemessene Differenz zwischen Soll- und Istbewegung bei den Abstimmungen von 80% und 100% auf die Systemeigenfrequenz (Auslöschtrapez)

4.6 Zwischenfazit

Wir sind davon ausgegangen, dass sich das System zum Zeitpunkt $t = 0$ in Ruhe befand. Eventuell vorhandene Anfangsauslenkungen können so natürlich nicht eliminiert werden. Die während der Beschleunigungsänderung bzw. Rampe entstehenden Auslenkungen sind auf die untersuchte Weise nicht vermeidbar. Es kann aber sein, dass auch diese schon zu hoch sind. Das ließe sich mit Verringerung des Anstieges bzw. der k -fachen Verlängerung der Rampendauer vermindern. Für eine R-R-Bewegung gilt die Einschränkung $T \geq 4 \cdot t_R$, ansonsten ist dieser Auslösch-Effekt nicht nutzbar. Von Vorteil ist, wenn man Gestaltungsmöglichkeiten bei der Abstimmung von Anlaufzeit und Eigenbewegungsdauer hat. Leider ist dies bei der Optimierung von Verarbeitungsmaschinen oft nicht der Fall.

4.7 Transiente Betrachtung

Insbesondere bei hochproduktiven Verarbeitungsmaschinen haben wir in der Regel eine Folge gleicher Bewegungsabläufe zyklisch zu realisieren. Dabei wird es aus verschiedenen Gründen nicht immer gelingen, die im letzten Abschnitt diskutierte Methode tatsächlich nutzbringend anzuwenden. Es wird die am Ende einer Periode verbliebene Restschwingung⁶ erhalten bleiben und unter Umständen zu einem Ärgernis anwachsen. Was passiert also nun z. B. mit einer schwingenden Fluidoberfläche⁷ nach dem ersten Bewegungszyklus?

Wir unterstellen, dass die verbliebene Restschwingung eine bestimmte, dem System eigene Frequenz f_{eig} aufweist. Es erfolgt durch den darauffolgenden Bewegungszyklus nach der Zeit T_{err} eine erneute Anregung des Systems, ohne dass man bei den Anfangsbedingungen nun von einer Ruhelage ausgehen könnte. Die Frequenz der Erregung f_{err} ergibt sich aus dem Reziprokwert der Periodendauer T_{err} . Man kann im Zeitbereich untersuchen, was aus der Überlagerung der vorhanden harmonischen Bewegung der Frequenz f_{eig} mit der erneut erregten Systemantwort aussieht, siehe Abb. 4.16. Durch Experimente am ComputermodeLL oder am Versuchsstand kommt man zu folgenden Erkenntnissen:

- Die Antwort wird sehr schnell periodisch⁸ (infolge Dämpfung).
- Aus der Überlagerung der vorhandenen Eigenschwingung und erneuter Anregung entsteht eine Schwebung, siehe Abb. 4.16 oben. Die Amplitude der Restschwingung ist begrenzt, wächst und sinkt aber periodisch.
- Es herrscht Resonanz, wenn die Erregerfrequenz der Systemeigenfrequenz entspricht⁹.

⁶nach dem ersten Takt so vielleicht noch nicht störende

⁷Das Fluid wurde abgefüllt und der Behälter vom Auslauf mit einer Rast-in-Rast-Bewegung weg bewegt

⁸Möglich aber selten ist es der Fall, dass das Verhältnis von Anregungs- zu Eigenfrequenz irrational ist, also inkommensurabel. Daraus wird eine nichtperiodische Antwort resultieren. Siehe hierzu auch [29]

⁹Was jedem sofort einleuchtet.

- Es herrscht auch Resonanz, wenn ein ganzzahliges Vielfaches der Erregerfrequenz der Sytmeigenfrequenz entspricht¹⁰, siehe Abb. 4.16 unten.

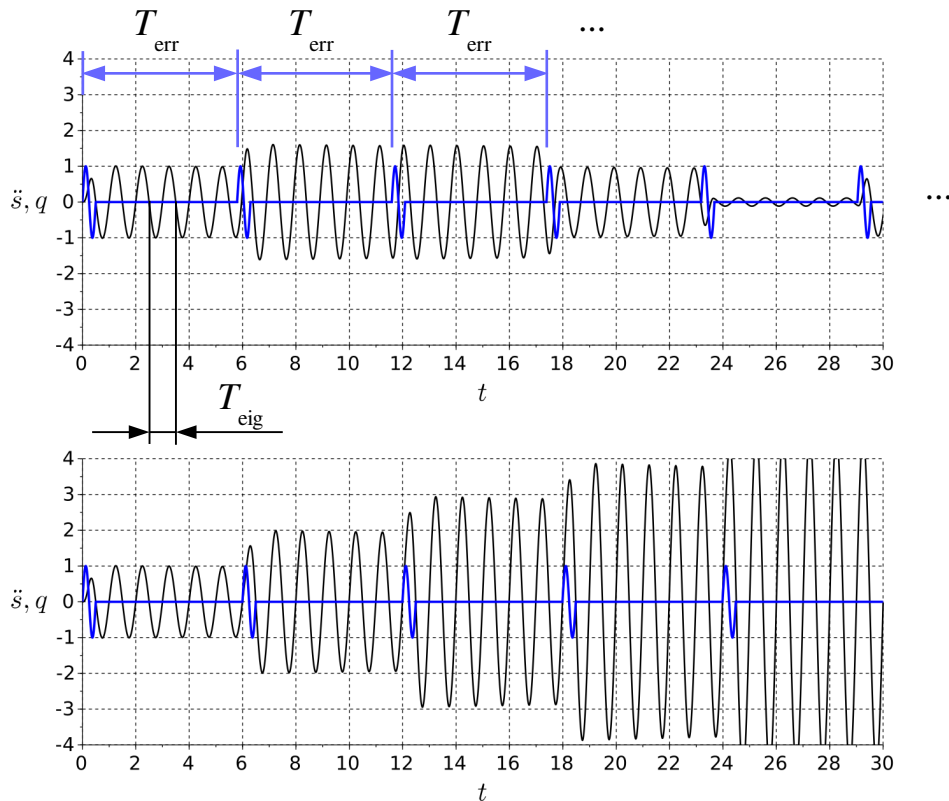


Abb. 4.16: Einmassenschwinger mit $f_{eig} = 1$ Hz. Erregung durch \ddot{s} (blaue Kurve) mit Periodendauer $T_{err} = 5.8$ s oben und 6.0 s unten.

Sucht man den zeitlichen, transienten Verlauf der Systemantwort $q(t)$, z. B. um die maximale Auslenkung im dritten Zyklus zu bestimmen, muss die Erregerfunktion sehr gut bekannt sein, siehe Abb. 4.17. Experimentiert man mit verschiedenen zeitlichen Verläufen, am Computermode oder Versuchsstand, wird die Sensitivität deutlich. Hier wird das bereits oben genutzte Modell, siehe Abb. 4.9, mit drei verschiedenen Sollbewegungen über drei Takte beaufschlagt. Die Modellparameter entsprechen denen des oben genannten Versuchsstandes. Der Hub beträgt jeweils 0.1 m, die Taktzeit bzw. Zykluszeit $T_T = 1$ s, der Bewegungszeitanteil 40%. Dank der Dämpfung von 4% klingen sämtliche Auslenkungen innerhalb der 600 ms Rastzeit ab. Das Polynom 2. Grades¹¹ reagiert auffällig unruhig. Das 3-4-5 Polynom erzeugt wesentlich geringere Amplituden¹². Das oben entwickelte Auslöschtrapez führt aufgrund der Dämpfung nicht mehr zur kompletten Auslöschung der Restschwingungen, schneidet aber noch am besten ab. Besonders deutlich wird der Effekt, wenn man die Dämpfung verringert, siehe Abb. 4.18.

¹⁰Was in der Regel nicht mehr jedem sofort einleuchtet.

¹¹gepunktete Linie

¹²sicher dank seiner Ruckfreiheit

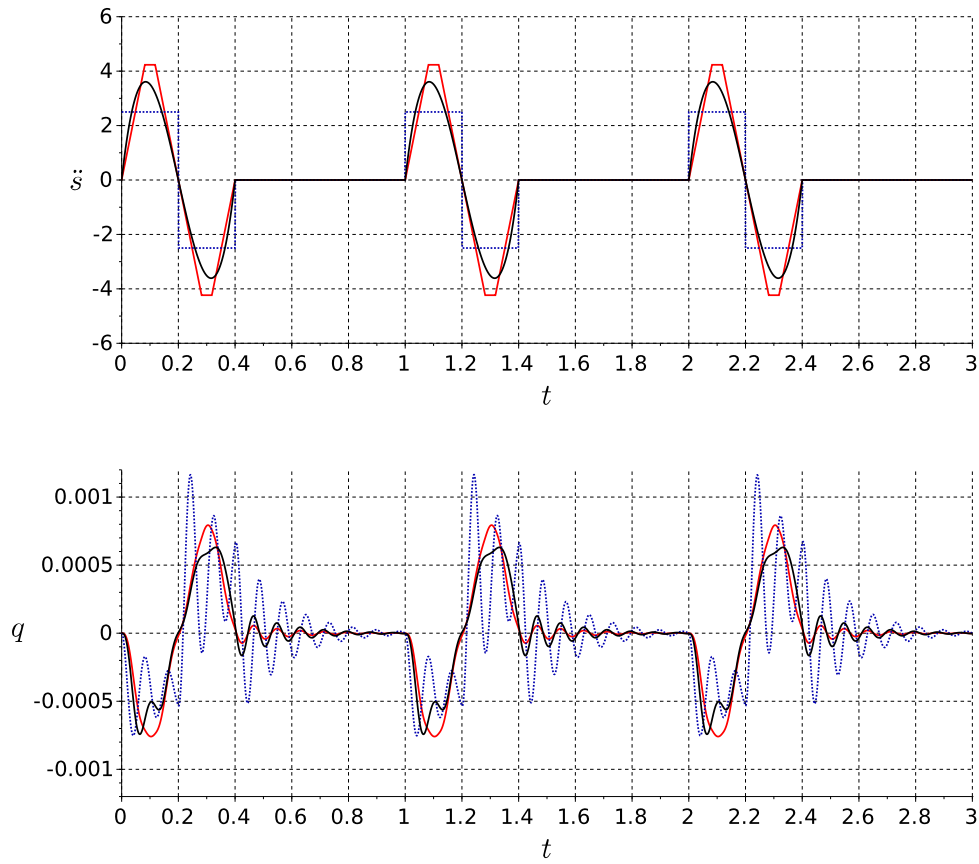


Abb. 4.17: $q(t)$ bei Erregung mit Polynom 2. & 5. Grades sowie Auslöschtrapez. $D=4\%$

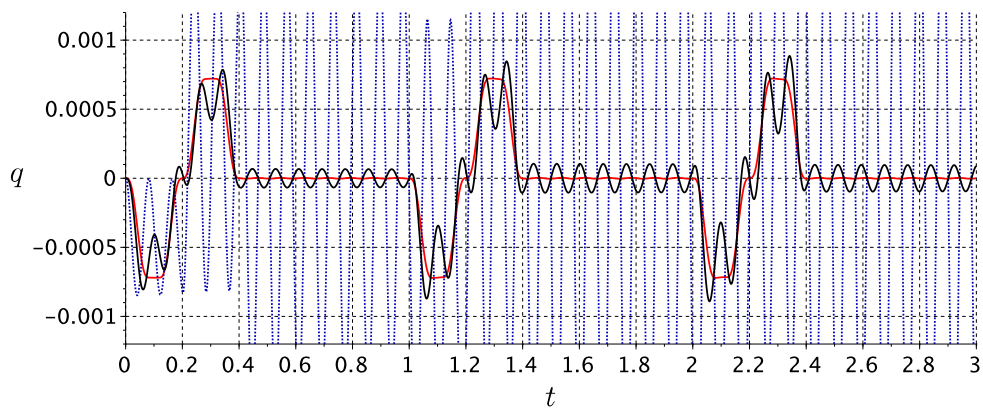


Abb. 4.18: Wie Abb. 4.17, jedoch mit $D=0\%$

Während dessen das Polynom 2. Grades quasi unbrauchbar wäre, verhindert das Auslöschtrapez¹³ erwartungsgemäß die Restschwingungen.

Wie oben festgestellt, können auch ganzzahlige Vielfache der Erregerfrequenz zu Resonanz führen. Zwischen Einstellausbringung der Maschine bzw. der Soll-Zykluszahl je Minute und der Erregerfrequenz besteht ein linearer Zusammenhang. Dasselbe gilt für die ganzzahligen Vielfachen dieser Erregerfrequenz, anschaulich dem Campbell-Diagramm in Abb. 4.19 zu entnehmen. Eine beliebige Systemeigenfrequenz f_{eig} kann man in diesem Diagramm als horizontale Linie einzeichnen, deren Schnittpunkte mit jeweils einer Geraden dann eine Resonanzstelle kennzeichnet, nämlich die mit der n -ten Vielfachen der Erregerfrequenz.

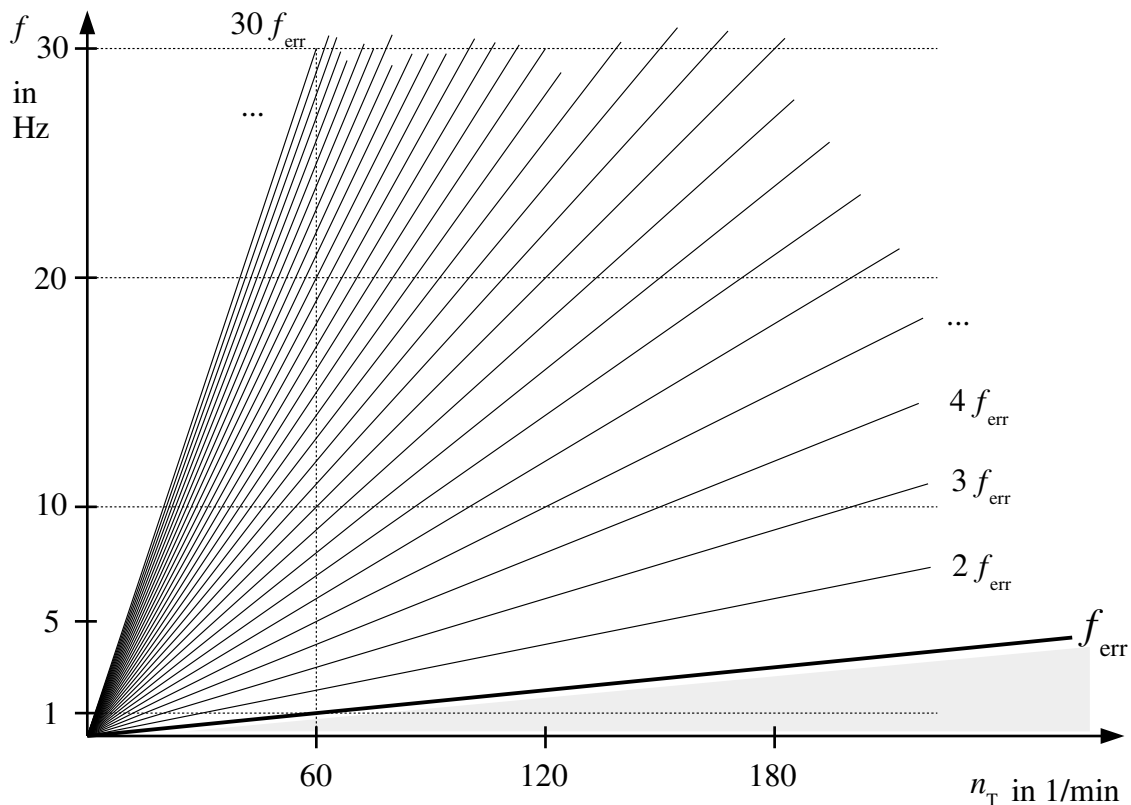


Abb. 4.19: Campbell-Diagramm, Zykluszahl bzw. Taktzahl n_T je min

Bisher galt: $f_{\text{err}} < f_{\text{eig}}$, bzw. $T_{\text{eig}} < T_{\text{err}}$. Man nennt dies üblicherweise unterkritische Abstimmung¹⁴. Bei sehr unterkritischer Abstimmung, $f_{\text{err}} \ll f_{\text{eig}}$, bzw. $T_{\text{eig}} \ll T_{\text{err}}$, würde man auch von einem steifen System sprechen. Andernfalls, also bei $f_{\text{err}} > f_{\text{eig}}$, bzw. $T_{\text{eig}} > T_{\text{err}}$ würde eine überkritische Abstimmung vorliegen¹⁵. Man würde nun von einem eher weichen System sprechen, was der vorhandenen

¹³rote Kurve

¹⁴Das Adjektiv „unterkritisch“ ist in diesem Zusammenhang aber eher irritierend.

¹⁵In Abb. 4.19 kennzeichnet die graue Fläche unterhalb f_{err} den Bereich der überkritischen Abstimmung.

Systemträgheit geschuldet ist. Es gäbe nicht die o.g. Resonanzgefahr mit den Vielfachen der Erreger-Grundfrequenz. Bei sehr überkritischer Abstimmung, also für $f_{\text{err}} \gg f_{\text{eig}}$, bzw. $T_{\text{eig}} \gg T_{\text{err}}$, könnte man glauben, dass die Ist-Soll-Differenz verschwindend klein wird, die Störung quasi herausgefiltert werden. Tatsächlich führt es aber dazu, dass die gewünschte Sollbewegung vom Arbeitsorgan bzw. Produkt nicht mal mehr annähernd genau abgefahren werden würde. Das System wäre quasi entkoppelt und damit unbrauchbar.

Festzuhalten bleibt daher, dass wir zur periodischen Bewegungserzeugung praktisch immer eine unterkritische Abstimmung vorliegen haben und damit auch immer die o. g. Resonanzproblematik beachten müssen.

4.8 Resonanzvermeidung

Bei exakter Kenntnis aller Systemparameter ist eine beliebig genaue Vorhersage des Systemverhaltens im Zeitbereich möglich. Aber ist sie auch nötig? Verarbeitungsmaschinen weisen in der Regel einen stufenlos einstellbaren Ausbringungsbereich auf, d. h., die Maschine wird mit den verschiedensten Zykluszeiten betrieben¹⁶. Ausgehend von einer Anfangsausbringung von z. B. 1500 AT/h kann man die auftretende maximale Auslenkung im ersten, zweiten, dritten, ... Takt notieren und in einem Diagramm auftragen. Anschließend wird die Ausbringung geringfügig erhöht bzw. die Zykluszeit verkürzt¹⁷ bis z. B. 3000 AT/h, siehe Abb. 4.20. Man kann feststellen, dass es Bereiche mit begrenzter Auslenkung gibt, die also quasi sicher betrieben werden können. Im Bild z. B. 2200...2300 oder 2500...2600 AT/h. Und es existieren Bereiche, bei denen die Auslenkung von Takt zu Takt zunimmt, ausgeprägt z. B. bei 1750 oder 2000 AT/h. Also interessanterweise auch bei geringerer Produktions-„Geschwindigkeit“!

Wir erinnern an den im vorhergehenden Abschnitt beschriebenen Resonanzeffekt. Wenn also, wie im Fall von Abb. 4.21 zu sehen, die Systemeigenfrequenz bei 3.5 Hz liegt, existieren im untersuchten Taktzahlbereich fünf Resonanzstellen. Diese Resonanzstellen sind in der „Vergrößerungsfunktion“ von Abb. 4.20 eindeutig zuzuordnen. Lediglich an der Stelle 2400 AT/h scheint es eine Ausnahme von der Regel zu geben: Die Amplitude dort wächst offenbar weniger schnell an¹⁸. Das schwingungsfähige, lineare System mit einer einzelnen Eigenfrequenz f_{eig} wird mit einer periodischen Erregerfunktion $\ddot{s}(t)$ gestört. Den tatsächlichen zeitlichen Verlauf dieser periodischen Störfunktion kann man sich auch als Überlagerung diskreter harmonischer Funktionen vorstellen. Entwickelt man diese in eine Fourierreihe, besteht sie aus der Summe von erster, zweiter, ..., n -ter harmonischer Anteile¹⁹.

¹⁶Natürlich unter Beibehaltung der Bewegungssynchronisation sowie der Bewegungscharakteristik, denn ansonsten würden viele Verarbeitungsvorgänge nicht mehr realisiert werden können.

¹⁷Man simuliert so das Durchlaufen des Zykluszeiten-Bereiches oder ein langsames Hochlaufen

¹⁸Im stationären Betrieb wird es aber i. d. R. keine Rolle spielen, ob der Ärger nun nach sechs, 60 oder 600 Takten in Erscheinung tritt

¹⁹ Praktisch kann man ja bei einem linearen System davon ausgehen, dass sich im stationären Zustand die Systemantwort auf eine periodische Erregerfunktion letztlich aus der Überlagerung sämtlicher Antworten auf deren jeweilige Erreger-Harmonischen ergibt (Superposition).

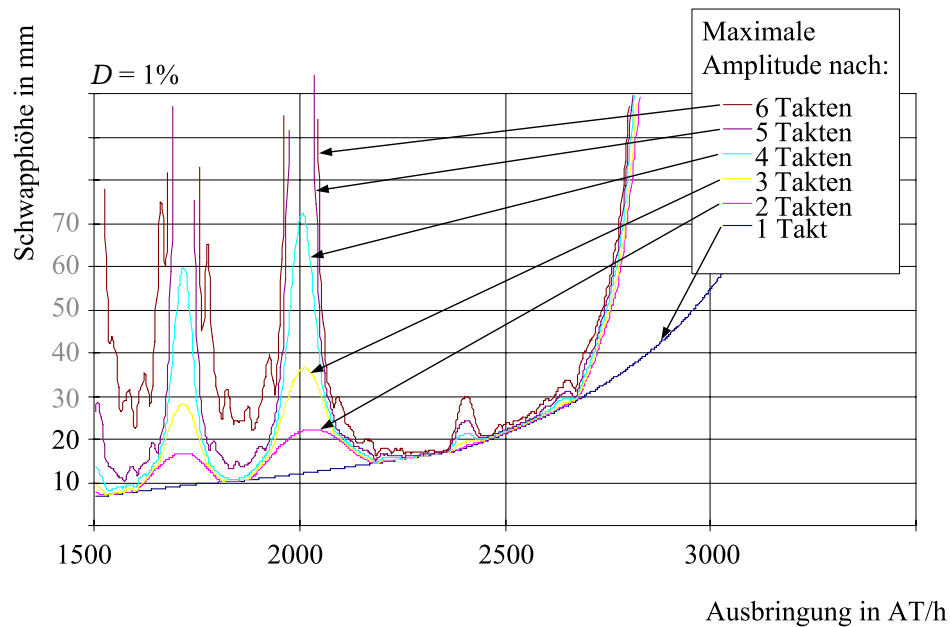


Abb. 4.20: Maximale Auslenkung eines Einfreiheitsgrad-Systems bei Variation der Zykluszeit (sehr langsames Hochfahren)

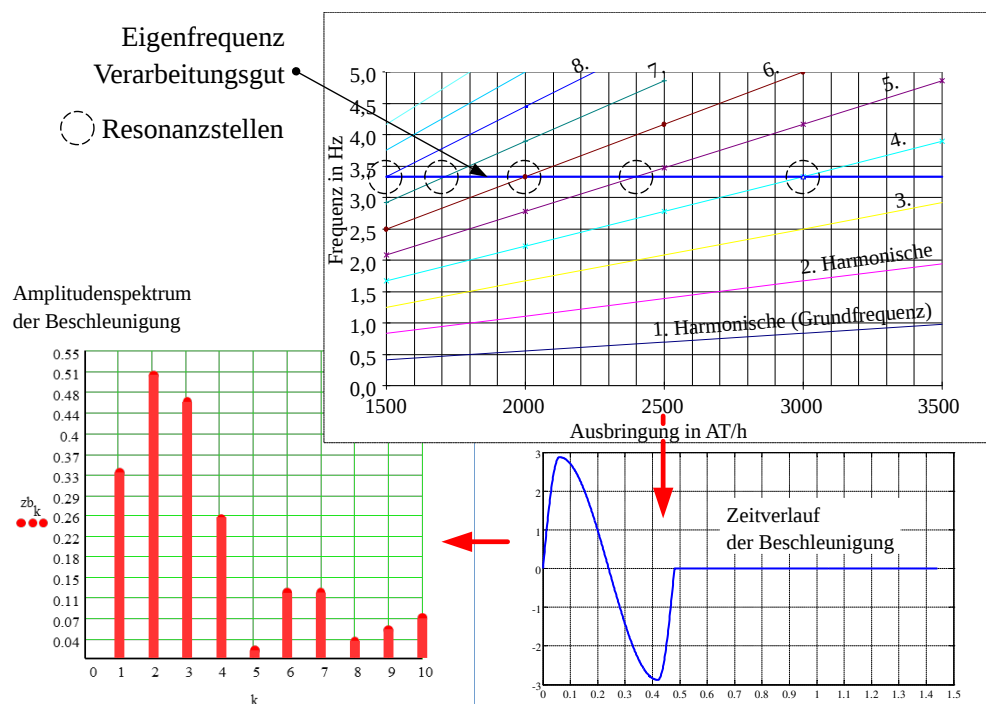


Abb. 4.21: Soll-Beschleunigungsverlauf und dazu gehörendes Amplitudenspektrum (2500 AT/h, $T_{\text{err}} = 1.44$ s)

Diese sogenannten Erregerharmonischen mit jeweils ganzzahligem Vielfachen der Grundfrequenz $k \cdot f_{\text{err}}$ besitzen eine bestimmte, für den Originalverlauf typische Amplitude \ddot{s}_k . Die grafische Darstellung dieser Beschleunigungsamplituden, das Amplitudenspektrum, zeigt im Fall von Abb. 4.21 unten links, dass die fünfte Erregerharmonische sehr klein ist. Daher herrscht bei 2400 AT/min zwar Resonanz, die sehr kleine Beschleunigungsamplitude der 5. Harmonischen hat aber offensichtlich geringere Auswirkungen. Das führt zu dem Gedanken, dass verschwindende spektrale Anteile sicher von Vorteil sein würden, weil so durch diese Harmonischen, mit Amplitude Null, keine Resonanzen angeregt werden können.

Beschnitt des Erregerspektrums

Eine relativ einfache Methode, die seit den siebziger Jahren bereits angewandt wird [32], besteht nun darin, von einem konventionell generierten Verlauf der Erregerfunktion die Fourierkoeffizienten zu berechnen, siehe hierzu auch Abschnitt 4.10 ab S. 89. Mit diesen Koeffizienten kann man invers eine neue Erregerfunktion ermitteln, beendet die Aufsummierung jedoch bei einem bestimmten Index k , siehe Abb. 4.22.

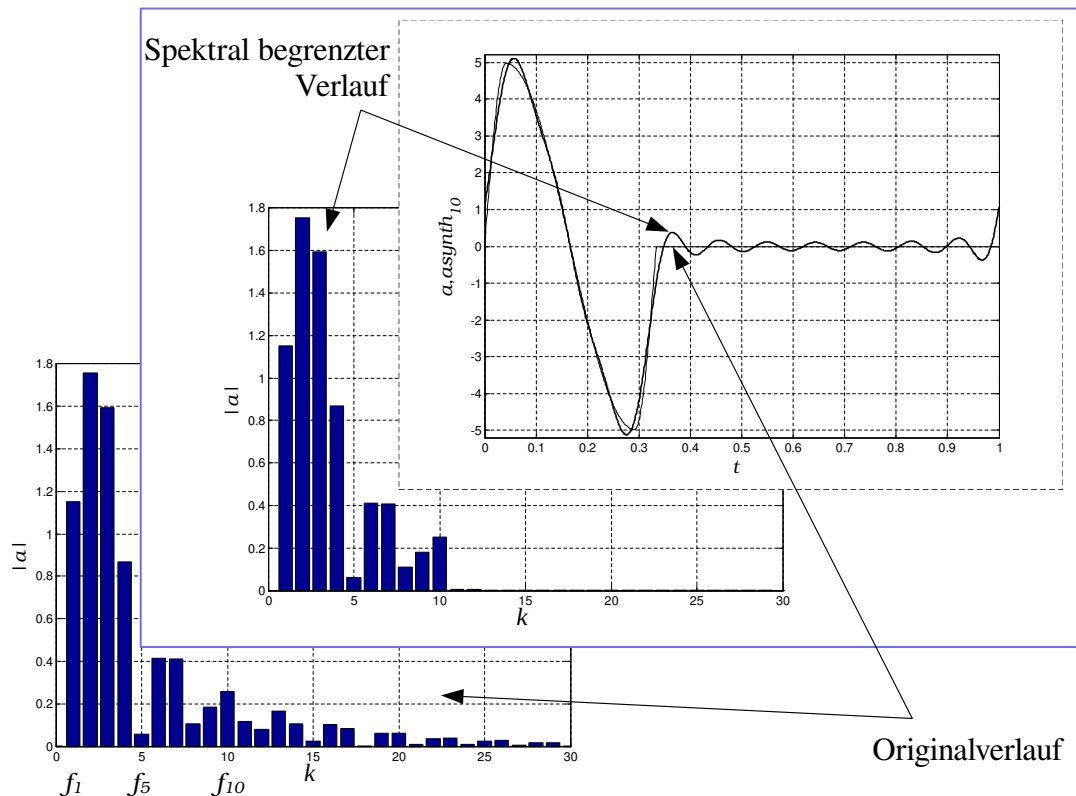


Abb. 4.22: Beispiel zur Reduktion des Anregungsspektrums auf 10 Harmonische

Ob die sich daraus ergebende neue Sollbewegung die ursprüngliche Funktion noch erfüllt, muss natürlich geprüft werden. In diesem Falle kann sie jedoch, wie exemplarisch dargestellt oberhalb der 10 Harmonischen, keine Resonanzen mehr hervorrufen.

Bei diesem Verfahren ist die exakte Kenntnis der Systemeigenfrequenz nicht erforderlich, es reicht praktisch ein guter Schätzwert als Grenze. Mit dieser Grenze kann man das System letztlich im Betriebsdrehzahlbereich resonanzfrei unterkritisch betreiben. Siehe hierzu auch Abb. 4.14, wo die Bewegung mit nur 9 Harmonischen ausgeführt wurde.

Liegt die Systemeigenfrequenz sehr tief, was also z. B. zu einem Spektrum mit nur einer oder zwei Harmonischen nötigen würde, käme das soeben genannte Verfahren nicht in Frage. Denn die eigentlich gewünschte Bewegung mit ihren, bisher unbeachteten, Randbedingungen würde kaum noch realisiert werden können. Stattdessen könnte man auch nur einzelne Harmonische herauslassen, was aber letztlich wieder die exakte Kenntnis der Systemeigenfrequenz voraussetzt.

4.9 Spektrales

Periodische Funktionen $f(t)$ können in eine sogenannte Fourierreihe gemäß Gl. 4.5 entwickelt werden [13]:

$$f(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \left(A_k \cos \left(k \frac{2\pi}{T} t \right) + B_k \sin \left(k \frac{2\pi}{T} t \right) \right). \quad (4.5)$$

Die Periodendauer der Funktion $f(t)$ sei T . Unbekannt und gesucht sind die Koeffizienten A_k und B_k , die sogenannten *Fourierkoeffizienten*. Für eine beliebiges ganzzahliges k gilt:

$$A_k = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T f(t) \cdot \cos \left(k \frac{2\pi}{T} t \right) dt \quad \text{für } k \neq 0 \quad (4.6)$$

$$B_k = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T f(t) \cdot \sin \left(k \frac{2\pi}{T} t \right) dt \quad \text{für alle } k. \quad (4.7)$$

Außerdem erhalten wir für $k=0$ den Mittelwert von $f(t)$:

$$A_0 = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T f(t) dt \quad \text{für } k = 0. \quad (4.8)$$

Damit sind wir in die Lage versetzt, jede T -periodische Funktion in eine Summe

von Sinus- und Cosinusfunktionen²⁰ zu zerlegen, deren jeweilige Frequenz sich aus einem ganzzahligen Vielfachen der Grundfrequenz $1/T$ ergibt.

Als **Beispiel** nehmen wir nachfolgend den Beschleunigungsverlauf der **Kubischen Parabel** [62].

$$a(t) = \frac{s_H}{T^2} \cdot (6 - 12 \cdot \frac{t}{T})$$

$$a(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \left(A_k \cos \left(k \frac{2\pi}{T} t \right) + B_k \sin \left(k \frac{2\pi}{T} t \right) \right) \quad (4.9)$$

$$B_k = \frac{s_H}{T^2} \cdot \frac{2}{T} \cdot \int_0^T (6 - 12 \cdot \frac{t}{T}) \cdot \sin \left(k \frac{2\pi}{T} t \right) dt \quad \text{für alle } k$$

$$B_k = \frac{s_H}{T^2} \cdot \frac{12}{\pi \cdot k} \quad (4.10)$$

Weiterhin ist: $A_k = 0$, $A_0 = 0$.

Für $s_H = 1$ m sowie $T=1$ s errechnen sich die in Abb. 4.23 gezeigten Koeffizienten²¹.

Beschreitet man nun den umgekehrten Weg und addiert bzw. superponiert die harmonischen Anteile wieder gemäß Gl. 4.9, folgt:

$$a(t) = \frac{12}{1 \cdot \pi} \cdot \sin(1 \cdot \frac{2\pi}{T} t) + \frac{12}{2 \cdot \pi} \cdot \sin(2 \cdot \frac{2\pi}{T} t) + \dots + \frac{12}{n \cdot \pi} \cdot \sin(n \cdot \frac{2\pi}{T} t) \quad (4.11)$$

Für den Wertebereich $k = 1, 2, \dots, 20$ erhält man den Verlauf gemäß Abb. 4.24. Für $k \rightarrow \infty$ würde man wieder den exakten Verlauf von $a(t)$ erhalten.

²⁰also harmonische Funktionen

²¹in m/s²

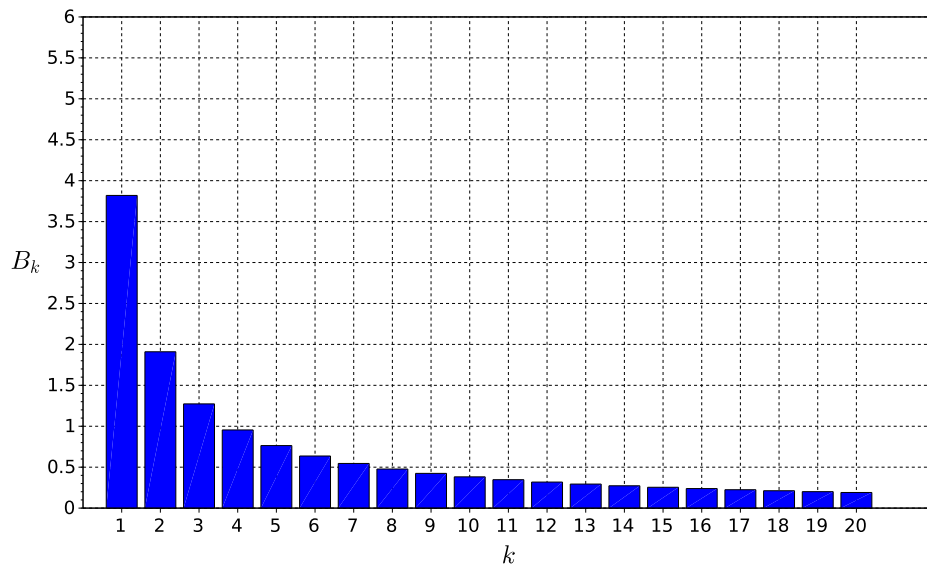


Abb. 4.23: Fourierkoeffizienten der Beschleunigung der Kubischen Parabel für $k = 1 \dots 20$

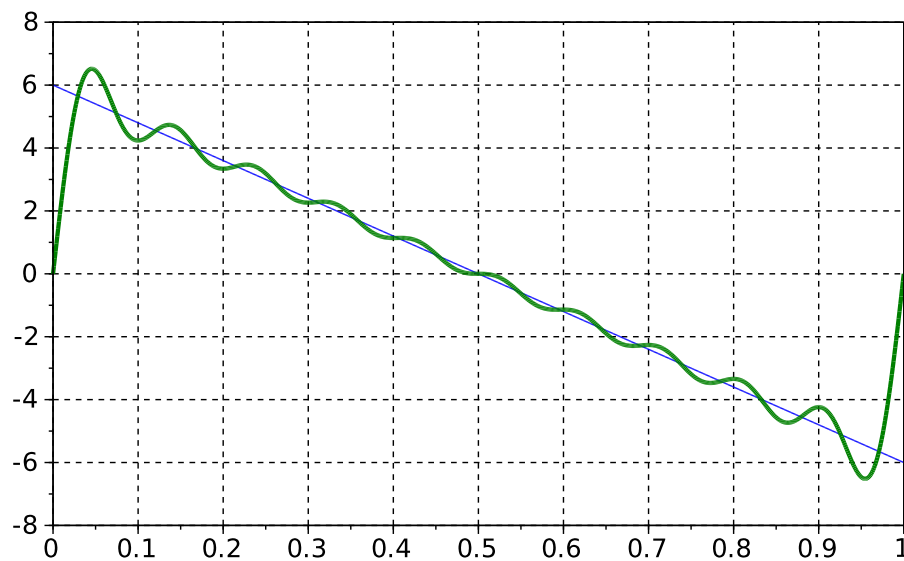


Abb. 4.24: Beschleunigungsverlauf der Kubischen Parabel sowie deren Approximation durch die Harmonischen 1-10

Als zweites **Beispiel** wird das **Polynom 2. Grades** untersucht:

$$a(t) = \frac{s_H}{T^2} \cdot \begin{cases} 4 & \text{für } t \leq \frac{T}{2} \\ -4 & \text{für } t > \frac{T}{2} \end{cases}$$

$$B_k = \frac{s_H}{T^2} \cdot \frac{2}{T} \cdot \left[\int_0^{T/2} 4 \cdot \sin\left(k \frac{2\pi}{T} t\right) dt - \int_{T/2}^T 4 \cdot \sin\left(k \frac{2\pi}{T} t\right) dt \right]$$

$$B_k = \frac{s_H}{T^2} \cdot \frac{16}{\pi \cdot k} \quad \text{für alle } k \text{ ungerade} \quad (4.12)$$

Es ergibt sich: $A_k = 0$, $A_0 = 0$.

Für $s_H = 1 \text{ m}$ sowie $T=1 \text{ s}$ errechnen sich die in Abb. 4.25 gezeigten Koeffizienten.

Für den Wertebereich $k = 1, 2, \dots, 19$ erhält man den Verlauf gemäß Abb. 4.26 gemäß Gl. 4.13.

$$a(t) = \frac{16}{1 \cdot \pi} \cdot \sin(1 \cdot \frac{2\pi}{T} t) + \frac{16}{3 \cdot \pi} \cdot \sin(3 \cdot \frac{2\pi}{T} t) + \frac{16}{5 \cdot \pi} \cdot \sin(5 \cdot \frac{2\pi}{T} t) + \dots \\ + \frac{16}{7 \cdot \pi} \cdot \sin(7 \cdot \frac{2\pi}{T} t) + \dots \quad (4.13)$$

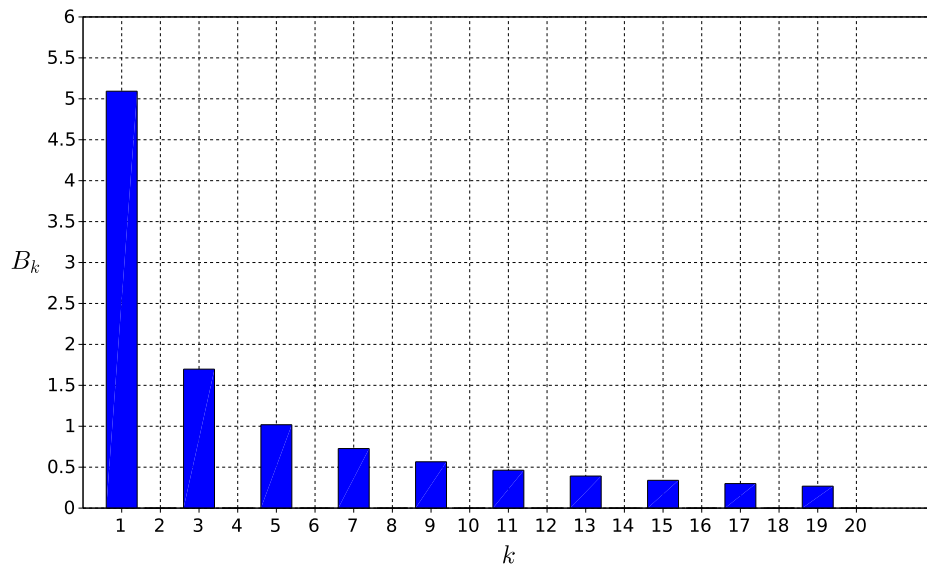


Abb. 4.25: Fourierkoeffizienten der Beschleunigung der Quadratischen Parabel für $k = 1 \dots 19$



Abb. 4.26: Beschleunigungsverlauf der Quadratischen Parabel sowie deren Approximation durch die Harmonischen 1-19

Abschließend schauen wir noch auf das **3-4-5-Polynom** gemäß [62]:

$$a(t) = \frac{s_H}{T^2} \cdot \left(60 \cdot \frac{t}{T} - 180 \cdot \left(\frac{t}{T} \right)^2 + 120 \cdot \left(\frac{t}{T} \right)^3 \right)$$

$$B_k = \frac{s_H}{T^2} \cdot \frac{2}{T} \cdot \int_0^T \left(60 \cdot \frac{t}{T} - 180 \cdot \left(\frac{t}{T} \right)^2 + 120 \cdot \left(\frac{t}{T} \right)^3 \right) \cdot \sin \left(k \frac{2\pi}{T} t \right) dt$$

$$B_k = \frac{s_H}{T^2} \cdot \frac{1440}{(2 \cdot \pi \cdot k)^3} \quad (4.14)$$

Es ergibt sich: $A_k = 0, A_0 = 0$.

Für $s_H = 1$ m sowie $T=1$ s errechnen sich die in Abb. 4.27 gezeigten Koeffizienten.

Für den Wertebereich $k = 1, 2$ erhält man den Verlauf gemäß Abb. 4.28 gemäß Gl. 4.15.

$$a(t) = \frac{1440}{(\mathbf{1} \cdot 2\pi)^3} \cdot \sin(\mathbf{1} \cdot \frac{2\pi}{T} t) + \frac{1440}{(\mathbf{2} \cdot 2\pi)^3} \cdot \sin(\mathbf{2} \cdot \frac{2\pi}{T} t). \quad (4.15)$$

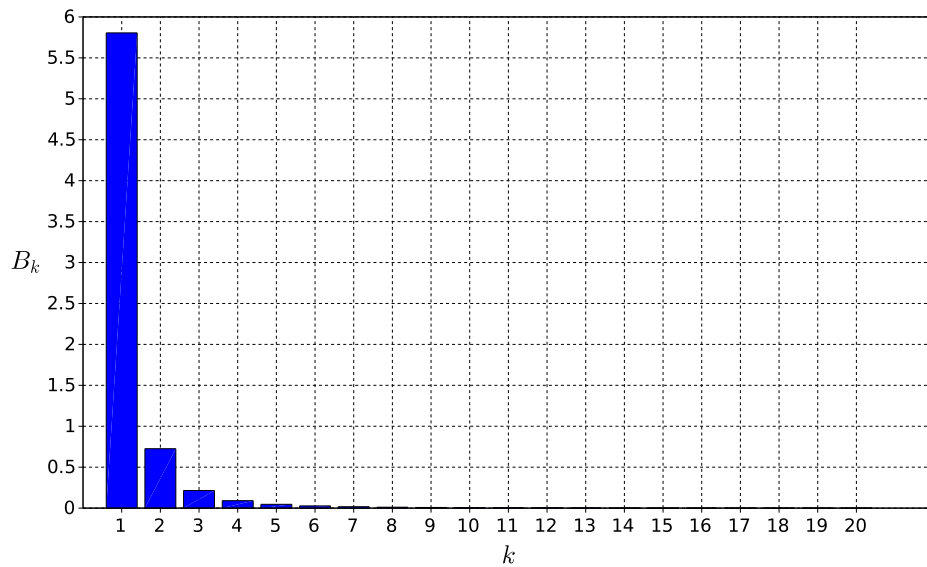


Abb. 4.27: Fourierkoeffizienten der Beschleunigung des 3-4-5-Polynoms für $k = 1 \dots 20$

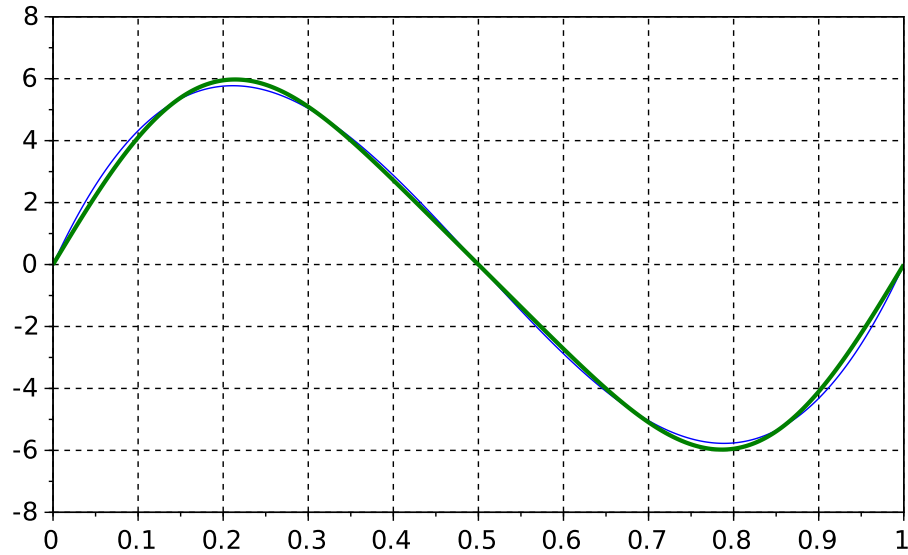


Abb. 4.28: Beschleunigungsverlauf des 3-4-5-Polynoms sowie dessen Approximation durch die Harmonischen 1-2

Im Fokus des Interesses steht eine R-R-Bewegung. D. h. , es ist eine mehr oder weniger ausgeprägte Rast gemäß Gl. 3.1, S. 40, nötig. Der Parameter b beschreibt den Anteil der Taktzeit, in welchem die Bewegung stattfindet. Zu beachten ist, dass es sich nun um eine T_T -periodische Funktion handelt.

Als **Beispiel** wird der Beschleunigungsverlauf einer R-R-Sollbewegung mittels Polynom 3. Grades gemäß Gl. 4.16 untersucht. Deren zeitlicher Verlauf ist in Abb. 4.29 dargestellt.

$$a(t) = \frac{s_H}{T^2} \cdot \begin{cases} 6 - 12\frac{t}{T} & \text{für } 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{für } T < t < T_T \end{cases} \quad (4.16)$$

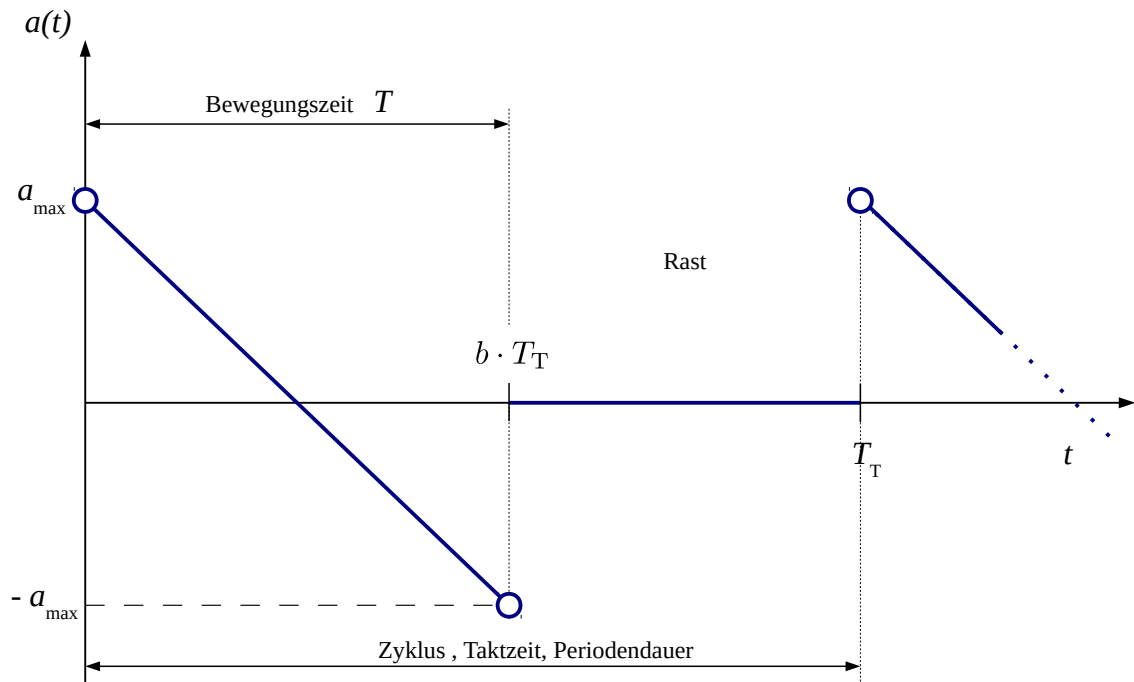


Abb. 4.29: Beschleunigungsverlauf gemäß Polynom 3. Grades plus Rastabschnitt

Wie sieht es hier nun mit den spektralen Bestandteilen aus? Man kann in Analogie zu den letzten drei Beispielen vorgehen und für den „gestückelten“ Verlauf der Funktion $a(t)$ gemäß Gl. 4.16 einfach die Fourierkoeffizienten bestimmen:

$$A_k = \frac{s_H}{T^2} \cdot \frac{2}{T_T} \cdot \left[\int_0^T (6 - 12\frac{t}{T}) \cdot \cos(k\frac{2\pi}{T_T}t) dt + \underbrace{\int_T^{T_T} 0 \cdot \cos(k\frac{2\pi}{T_T}t) dt}_0 \right] \quad (4.17)$$

$$B_k = \frac{s_H}{T^2} \cdot \frac{2}{T_T} \cdot \left[\int_0^T (6 - 12\frac{t}{T}) \cdot \sin(k\frac{2\pi}{T_T}t) dt + \underbrace{\int_T^{T_T} 0 \cdot \sin(k\frac{2\pi}{T_T}t) dt}_0 \right] \quad (4.18)$$

Die Lösungen lauten:

$$A_k = \frac{s_H}{T^2} \cdot \left[-\frac{6}{\pi k} \sin(2\pi kb) - \frac{6}{b(\pi k)^2} (\cos(2\pi kb) - 1) \right] \quad (4.19)$$

$$B_k = \frac{s_H}{T^2} \cdot \left[\frac{6}{\pi k} (\cos(2\pi kb) + 1) - \frac{6}{b(\pi k)^2} \sin(2\pi kb) \right] \quad (4.20)$$

Für $s_H = 1$ m, $T_T=1$ s sowie $b = 0.4$ errechnen sich die in Abb. 4.30 gezeigten Koeffizienten²². Die Rückrechnung in den Zeitbereich mit begrenzter Anzahl Harmonischer ist in Abb. 4.31 sowie 4.32 zu sehen.

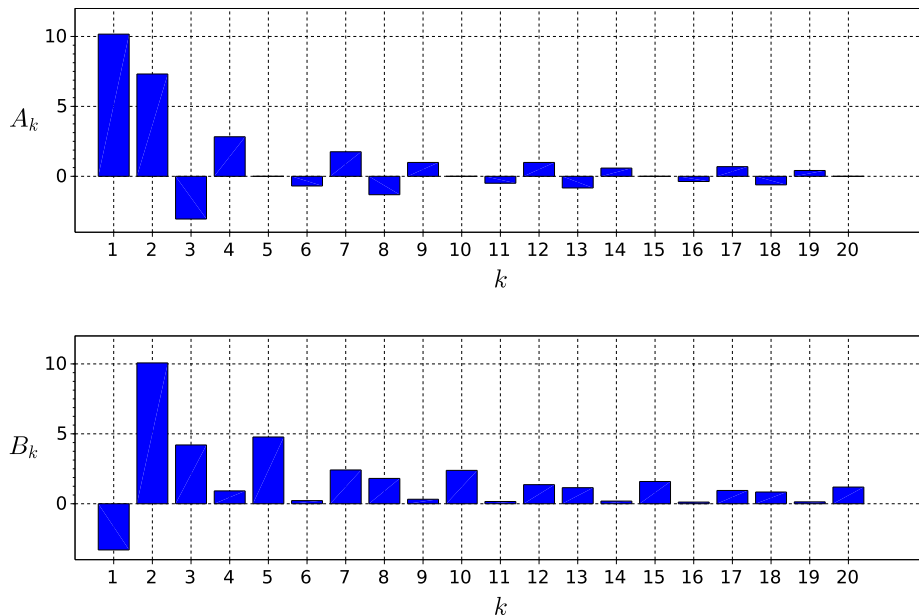


Abb. 4.30: Fourierkoeffizienten des Beschleunigungsverlaufs von Abb. 4.29 für $k = 1 \dots 20$

²²in m/s²

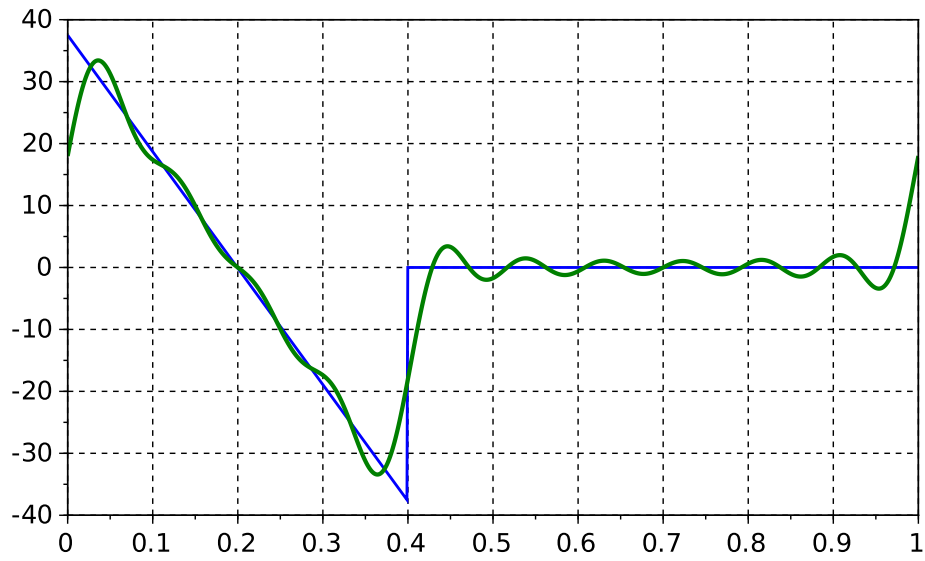


Abb. 4.31: Beschleunigungsverlauf von Abb. 4.29 sowie dessen Approximation durch die Harmonischen 1-10

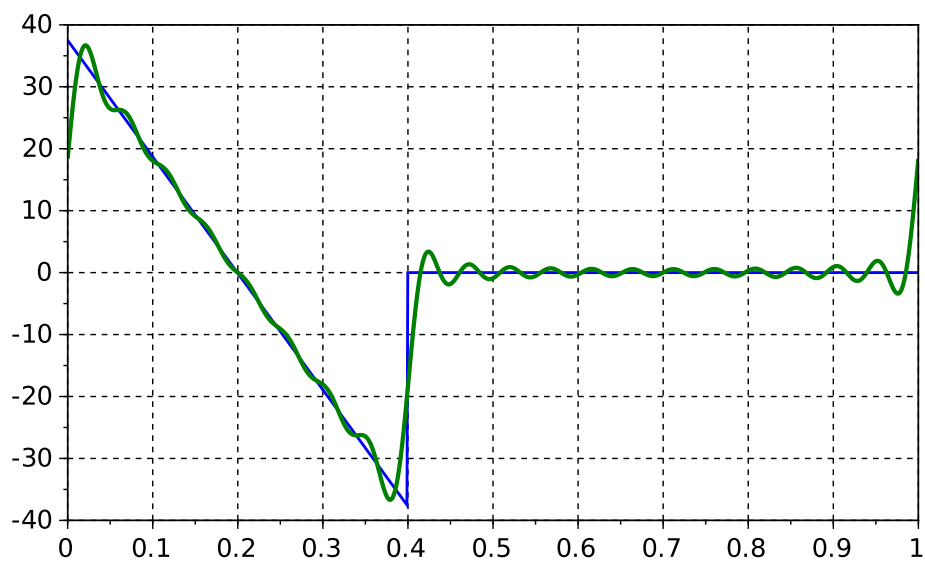


Abb. 4.32: Beschleunigungsverlauf von Abb. 4.29 sowie dessen Approximation durch die Harmonischen 1-20

Die spektrale Darstellung von Abb. 4.30 wird in dieser Weise selten genutzt. Daher schauen wir nochmal auf die Gl. 4.5. Jeder Summand besteht aus einem Sinus- und Cosinusanteil mit jeweils gleicher Frequenz. Es gilt folgende Regel²³:

$$a \cdot \cos(\varphi) + b \cdot \sin(\varphi) = \sqrt{a^2 + b^2} \cdot \cos\left(\varphi - \arctan\left(\frac{b}{a}\right)\right), \quad (4.21)$$

woraus folgt:

$$f(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \left(A_k \cos\left(k \frac{2\pi}{T_T} t\right) + B_k \sin\left(k \frac{2\pi}{T_T} t\right) \right) = \sum_{k=0}^{\infty} C_k \cdot \cos\left(k \frac{2\pi}{T_T} t - \alpha_k\right) \quad (4.22)$$

mit

$$C_k = \sqrt{A_k^2 + B_k^2} \quad (4.23)$$

und

$$\alpha_k = \arctan\left(\frac{B_k}{A_k}\right). \quad (4.24)$$

Die C_k 's stellen das sogenannte Amplitudenspektrum dar, die α_k 's das Phasenspektrum, siehe Abb. 4.33.

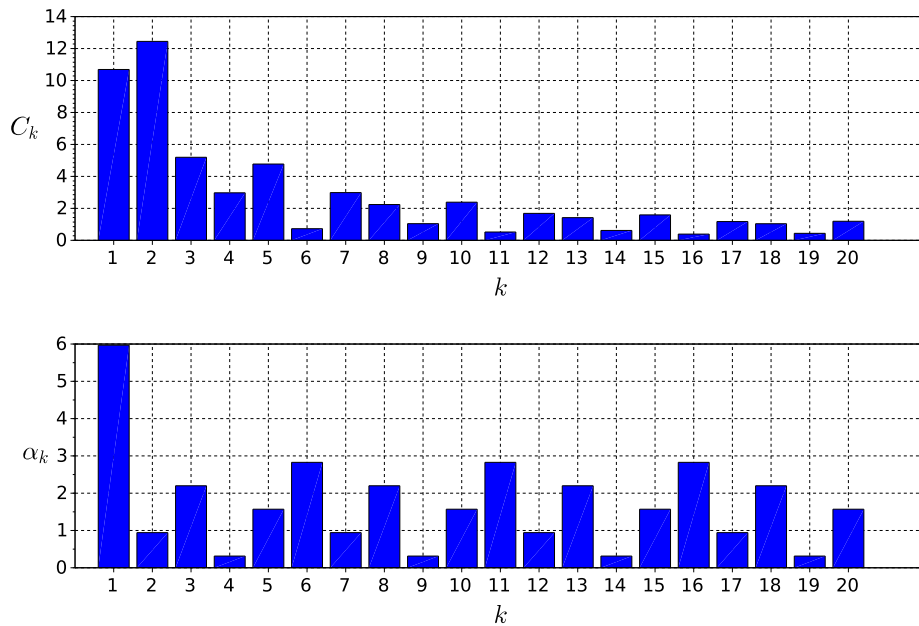


Abb. 4.33: Amplituden- und Phasenspektrum des Beschleunigungsverlaufs von Abb. 4.29 für $k = 1 \dots 20$

²³Durch Anwendung entsprechender Additionstheoreme, Gleichsetzung und Koeffizientenbestimmung. Siehe auch [13]

Da wir, wie oben besprochen, lediglich an der Beurteilung der Resonanzgefahr interessiert sind, genügt im Folgenden die Betrachtung des Amplitudenspektrums C_k .

Wir haben die Fourierkoeffizienten analytisch durch formales Ausrechnen der entsprechenden Integrale ermittelt. Das ist meist problemlos möglich, aber unter Umständen zeitraubend, insbesondere bei zusammengesetzten Bewegungsabschnitten. Der Schritt zur **numerischen** Berechnung der Fourierkoeffizienten ist aber nur klein.

Die Ausdrücke im Integral von Gl. 4.6 bzw. 4.7 ergeben jeweils einen Verlauf $z(t)$, siehe Gl. 4.25 sowie Abb. 4.34, welcher nun diskret mit der Schrittweite Δt abgetastet wird.

$$A_l = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T \underbrace{f(t) \cdot \cos\left(l \frac{2\pi}{T} t\right)}_{z(t)} dt \approx \frac{2}{T} \cdot \sum_{i=1}^N z_i \cdot \Delta t = \frac{2}{T} \cdot \frac{T}{N} \cdot \sum_{i=1}^N z_i = \frac{2}{N} \cdot \sum_{i=1}^N z_i \quad (4.25)$$

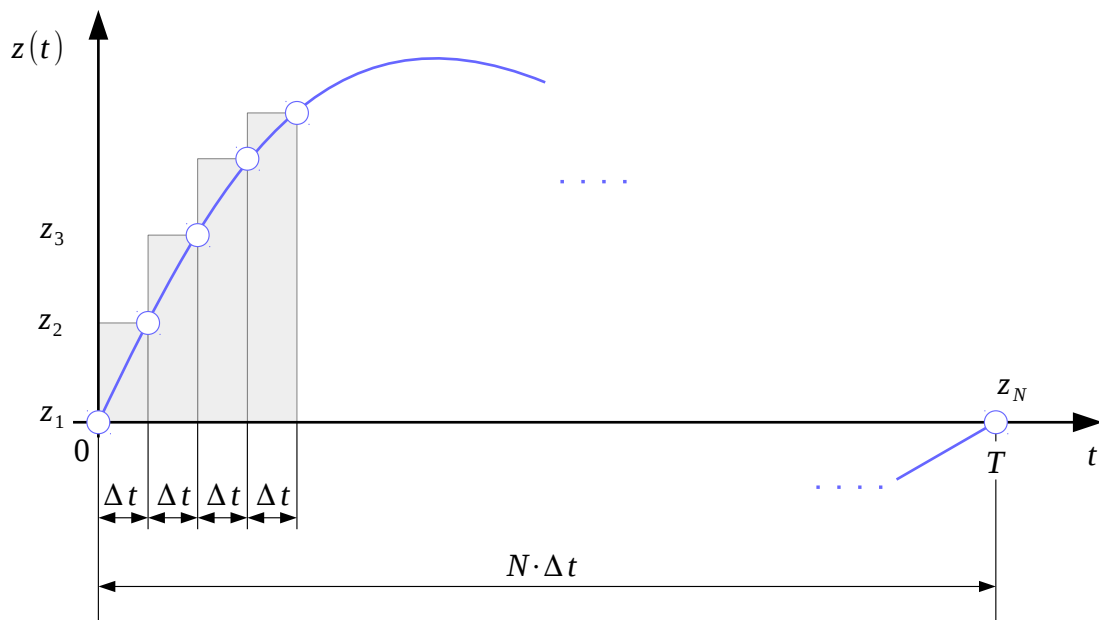


Abb. 4.34: Funktionsverlauf diskretisiert

Hieraus folgt der nachfolgende, sehr einfache Algorithmus zur näherungsweisen Bestimmung der Fourierkoeffizienten:

```
...
// y ist der abzutastender Vektor, T0 die Periodendauer bzw. Messdauer
T0=1; // für 1 s Periodendauer
N=length(y);
t=linspace(0,T0,N);

for k=1:400
    a(k)=2/N*sum(y.*(cos(k*2*pi/T0*t')));
    b(k)=2/N*sum(y.*(sin(k*2*pi/T0*t')));
    c(k)=sqrt(a(k)^2+b(k)^2);
end
...
```

Wir testen den Algorithmus am Beispiel des Beschleunigungsverlaufes der Kubischen Parabel und vergleichen mit den Werten von Abb. 4.23, welche ja analytisch ermittelt wurden:

```
...
T0=1; // für 1 s Periodendauer
N=1000;
t=linspace(0,T0,N);
y=6-12/T0*t;
...

k=(1:M)';
ana_b=12/pi./k; diff= ana_b - b;
```

[ana_b	b	diff]
3.8197186	3.8158863	0.0038323
1.9098593	1.9079243	0.0019350
1.2732395	1.2719286	0.0013110
0.9549297	0.9539244	0.0010052
0.7639437	0.7631169	0.0008268
0.6366198	0.6359077	0.0007121
0.5456741	0.5450404	0.0006337
0.4774648	0.4768867	0.0005781
0.4244132	0.4238756	0.0005376
0.3819719	0.3814641	0.0005078
0.3472471	0.3467615	0.0004856
0.3183099	0.3178406	0.0004693
0.2938245	0.2933671	0.0004574
0.2728370	0.2723881	0.0004490
0.2546479	0.2542045	0.0004434
0.2387324	0.2382924	0.0004400
0.2246893	...	

4.10 Basics zur Harmonischen Synthese

4.10.1 Oszillierende Bewegungen

Bisher haben wir uns mit der Analyse des spektralen Gehalts vorgegebener Bewegungsverläufe beschäftigt. Insbesondere deshalb, weil darin mögliche Ursachen für unerwünschte Bewegungen liegen. Wie kann man nun auch von vornherein Bewegungsverläufe generieren, die einen begrenzten spektralen Gehalt aufweisen, wie in Abschnitt 4.8 bereits angedeutet?

Wir gehen exemplarisch zunächst von einem einfachen Bewegungsplan gemäß Abb. 4.35 aus.

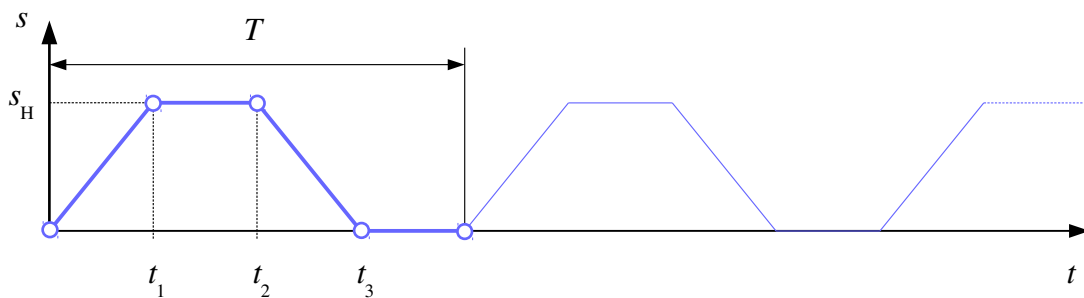


Abb. 4.35: Bewegungsplan für eine U-U-Bewegung

Im Bewusstsein, dass sich dieser Verlauf physikalisch so nicht realisieren ließe, berechnen wir einfach dessen Fourierkoeffizienten, siehe Abb. 4.36. Zugrunde liegen die Größen $s_H = 1$ m, $T = 1$ s, $t_1 = 0.25$ s, $t_2 = 0.5$, $t_3 = 0.75$ s. Die vier Bewegungsabschnitte je Zyklus seien also jeweils gleich lang. Nicht übersehen dürfen wir, dass der Mittelwert dieser „Funktion“, siehe Gl. 4.8, ungleich Null ist und hier $s_H/2$ beträgt!

Zurückgerechnet gemäß Gl. 4.5 ergibt sich mit lediglich 10 Fourierkoeffizienten der Verlauf gemäß Abb. 4.37. Auf diese Weise haben wir, wenn auch etwas hemdsärmelig, einen neuen Sollwertverlauf ermittelt. Dieser zeichnet sich nun durch eine gewisse Welligkeit aus, wie man in Abb. 4.38 sehr gut sehen kann. Der neue Sollwert schwankt um seinen ursprünglich geplanten Wert herum. Sofern diese Abweichung aber, hier ca. 9 mm in der „Rast“ nicht wirklich stört²⁴, hätte man bereits einen Sollwertverlauf mit nur 10 Harmonischen!

Geschwindigkeit, siehe Abb. 4.39 und Beschleunigung²⁵ weisen nun „naturgemäß“ sprung- und knickfreie Verläufe auf.

²⁴im Vergleich zum gewünschten Hub von 1000 mm

²⁵nicht dargestellt

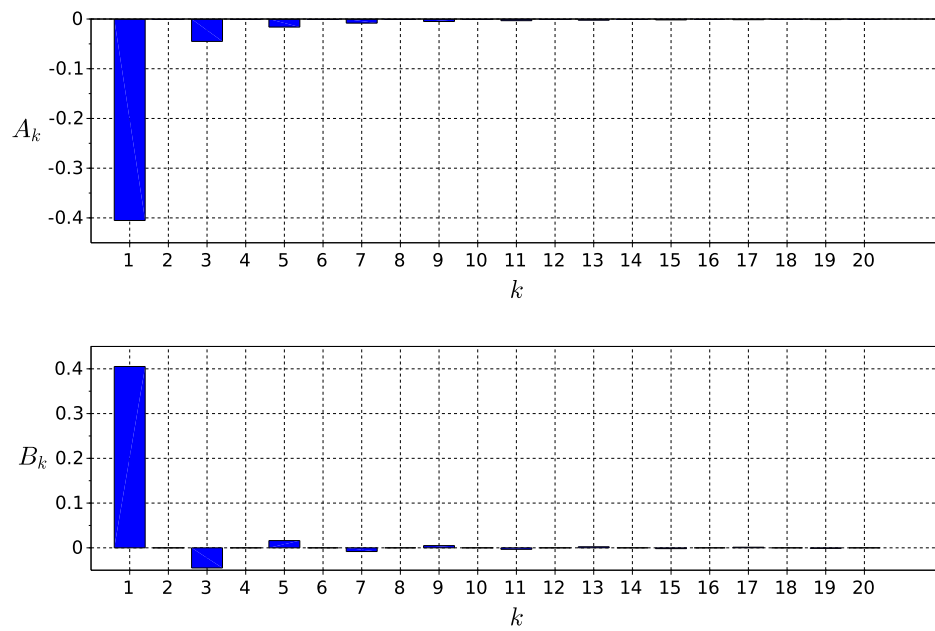


Abb. 4.36: Fourierkoeffizienten für $s(t)$ von Abb. 4.35 für $k = 1 \dots 20$

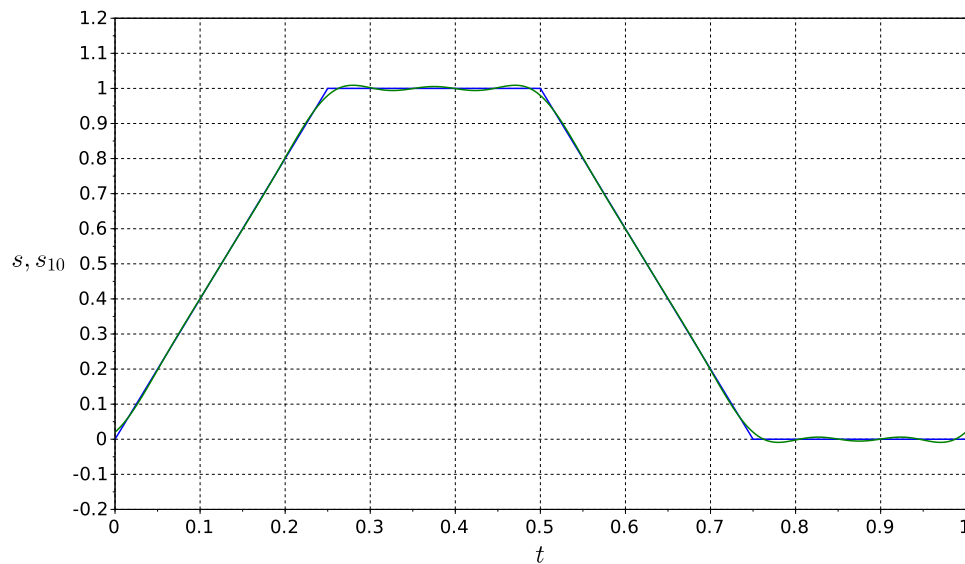


Abb. 4.37: Aus 10 Fourierkoeffizienten generierter Verlauf des Hubes

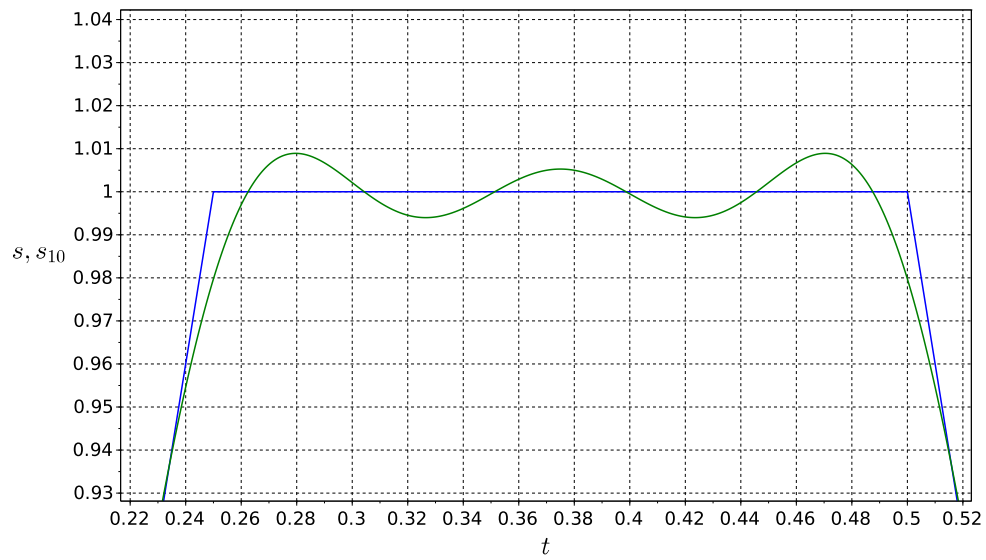


Abb. 4.38: Zoom in obere Rastphase von Abb. 4.37

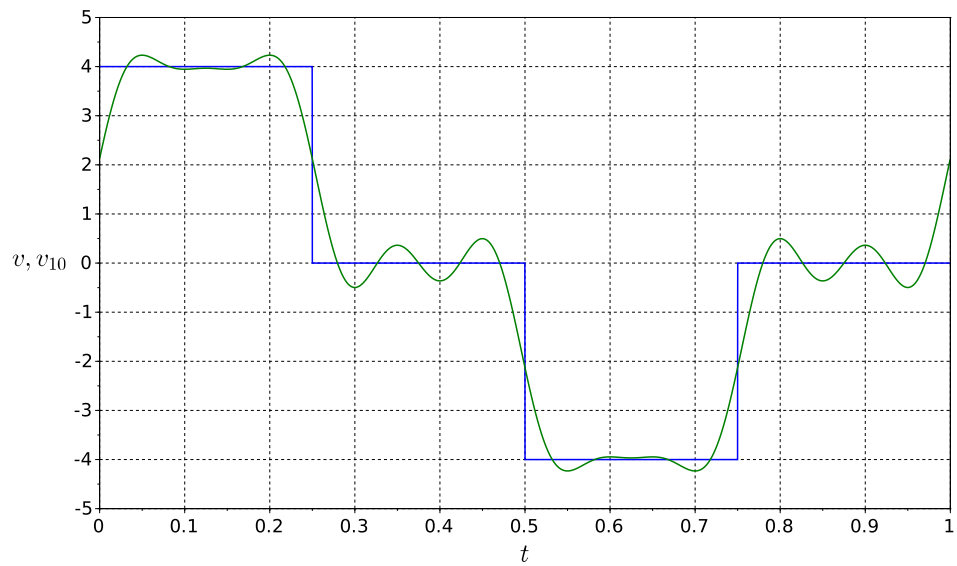


Abb. 4.39: Geschwindigkeit zu Abb. 4.37

Wir wiederholen den Versuch mit einer leicht modifizierten Ausgangsvariante. Anstelle der Geraden als Flanke in Abb. 4.35 benutzen wir aber eine Kubische Parabel gemäß [62], siehe Abb. 4.40.

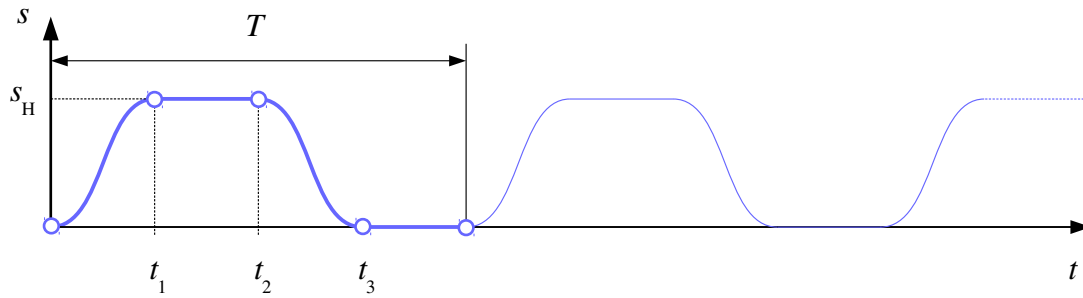


Abb. 4.40: Bewegungsplan für eine U-U-Bewegung

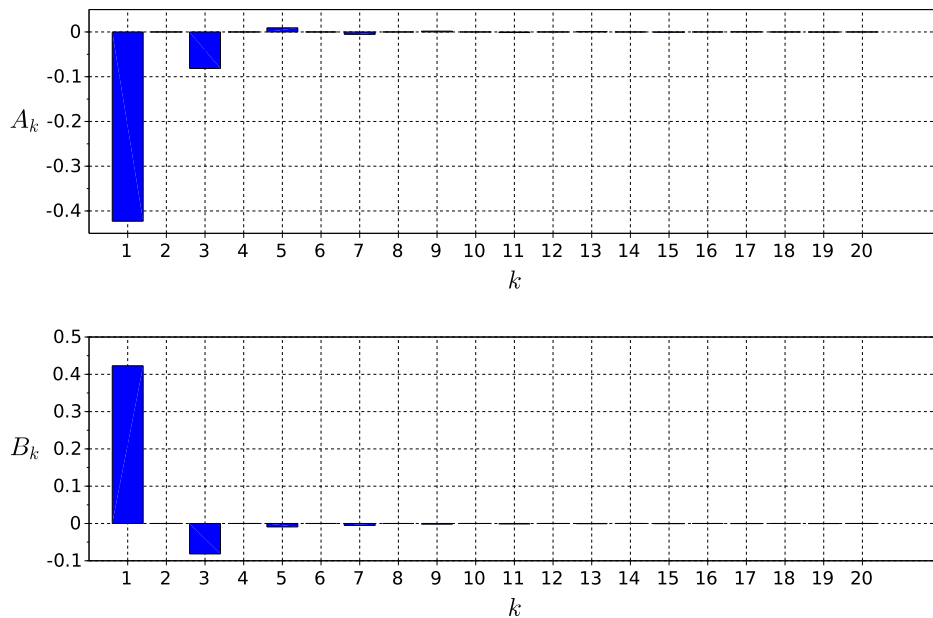


Abb. 4.41: Fourierkoeffizienten für modifiziertes $s(t)$, $k = 1 \dots 20$

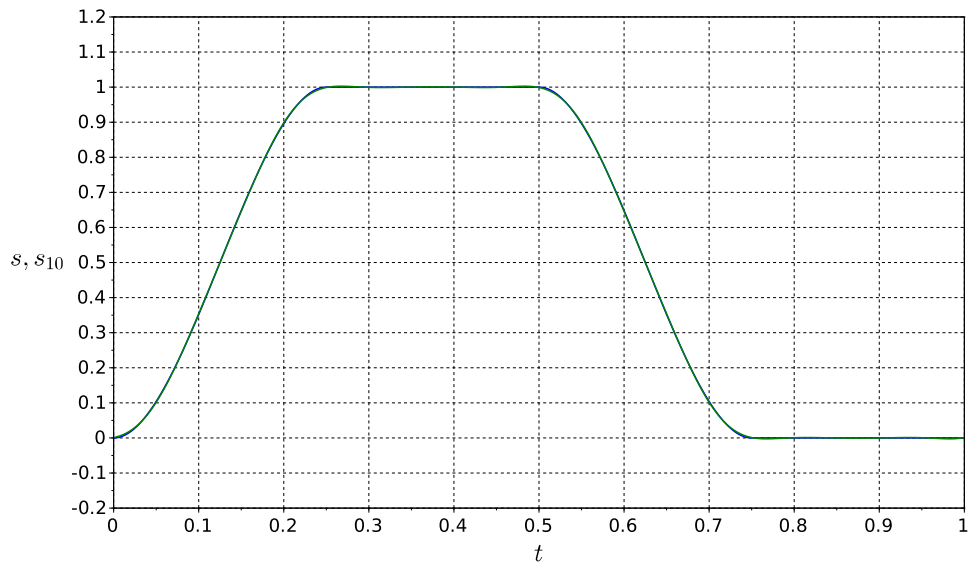


Abb. 4.42: Aus 10 Fourierkoeffizienten generierter Verlauf des Hubes

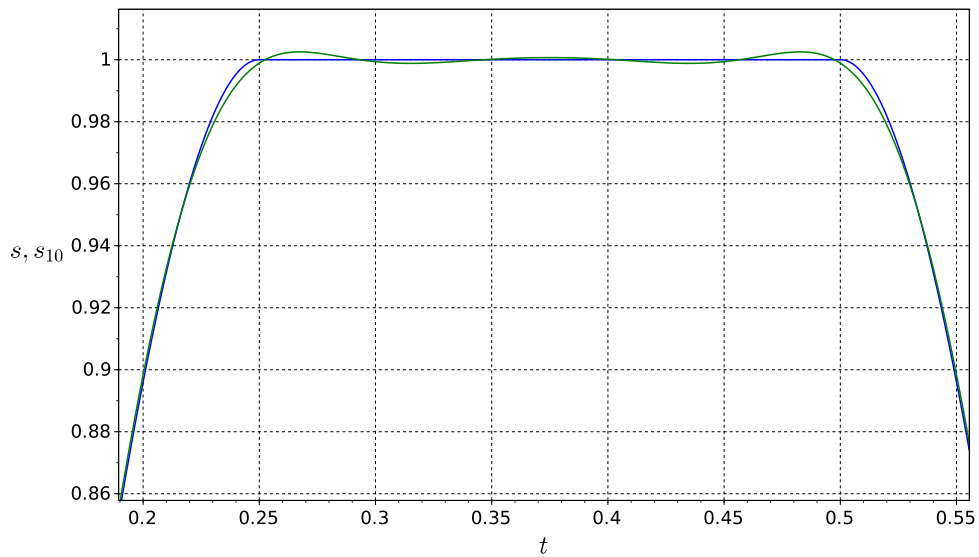


Abb. 4.43: Zoom in obere Rastphase von Abb. 4.42

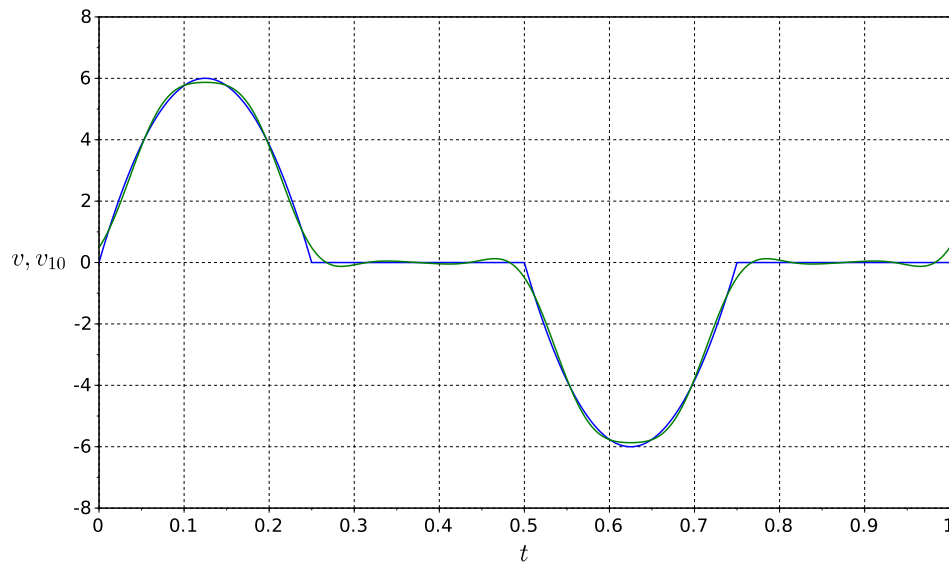


Abb. 4.44: Geschwindigkeit zu Abb. 4.42

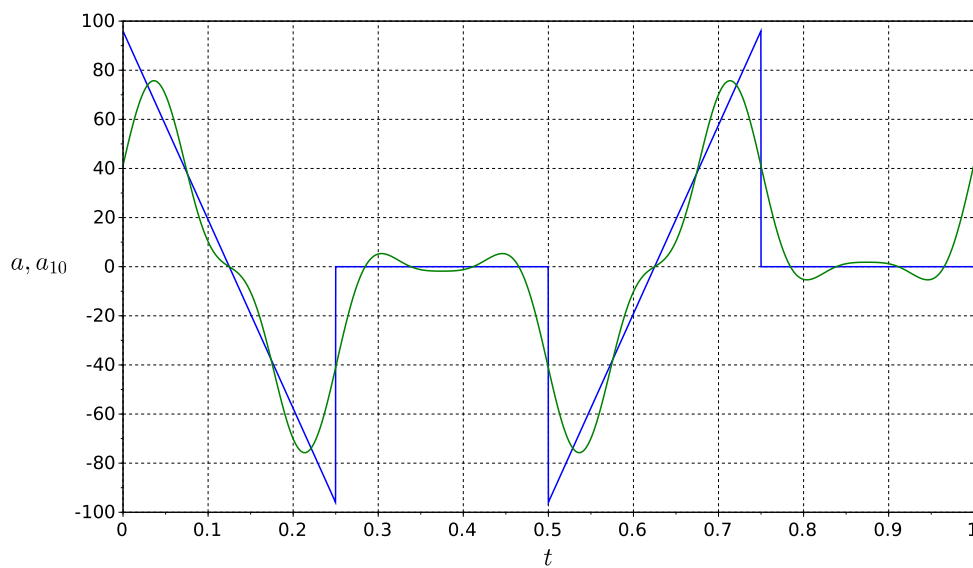


Abb. 4.45: Beschleunigung zu Abb. 4.42

4.10.2 Fortlaufende Bewegungen

Für oszillierende Bewegungen ist die Vorgehensweise klar. Wie sieht es allerdings mit fortlaufenden Bewegungsverläufen aus? Da die Sollwerte des Weges über der Zeit hier nicht periodisch sind, können wir auch die Fourierkoeffizienten nicht direkt berechnen. Man kann allerdings einen kleinen Umweg gehen. Für den Fall einer fortlaufenden Bewegung z. B. mittels Kubischer Parabel [62] ergibt sich der in Abb. 4.46 gezeigte Bewegungsverlauf $s(t)$ für einen Zyklus. Diesen offensichtlich nichtperiodischen Verlauf kann man zerlegen in eine linear ansteigende Komponente $s_1(t)$ sowie einen Differenzwert $s_2(t)$, gemäß Gl. 4.26:

$$\begin{aligned}
 s(t) &= s_H \cdot \left[3 \cdot \left(\frac{t}{T} \right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{t}{T} \right)^3 \right] - s_H \cdot \frac{t}{T} + s_H \cdot \frac{t}{T} \\
 &= \underbrace{s_H \cdot \left[3 \cdot \left(\frac{t}{T} \right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{t}{T} \right)^3 - \frac{t}{T} \right]}_{s_2(t)} + \underbrace{s_H \cdot \frac{t}{T}}_{s_1(t)}
 \end{aligned} \tag{4.26}$$

Die lineare Komponenten s_1 stellt quasi den durch die mittlere Bahngeschwindigkeit erzielten Wegzuwachs dar. Diese konstante Geschwindigkeit ist aber dynamisch uninteressant. Beschleunigungen erzeugt in der Tat nur der schwankende Anteil $s_2(t)$.

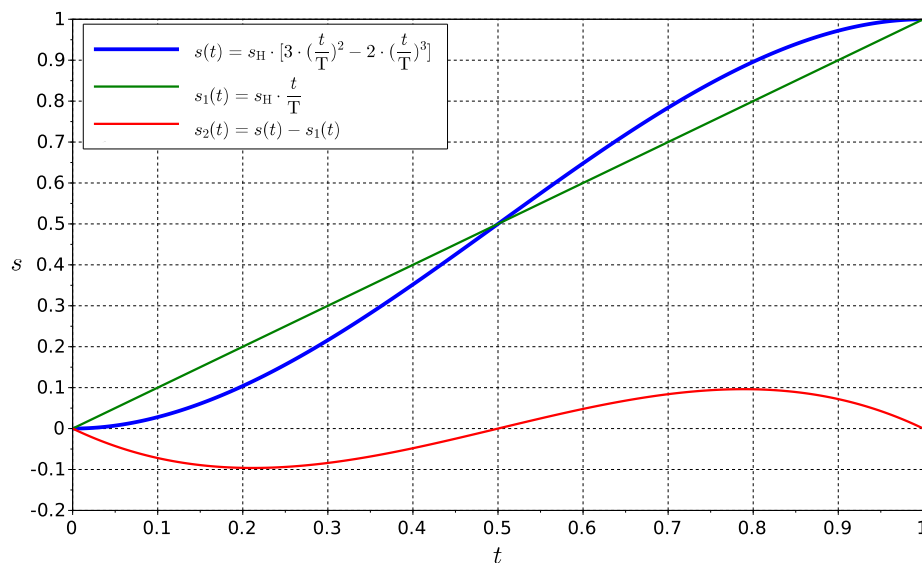


Abb. 4.46: Fortlaufende Bewegung $s(t)$ mittels Kubischer Parabel, blaue Kurve, $T = 1$ s

Daher können wir uns auf die Analyse von $s_2(t)$ beschränken und dem Ergebnis einer spektralen Einkürzung am Ende wieder den Anteil $s_1(t)$ hinzufügen.

Wir berechnen nun die Fourierkoeffizienten von $s_2(t)$:

$$B_k = s_H \cdot \frac{2}{T} \cdot \int_0^T \left[3 \cdot \left(\frac{t}{T} \right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{t}{T} \right)^3 - \frac{t}{T} \right] \cdot \sin \left(k \frac{2\pi}{T} t \right) dt \quad (4.27)$$

Es ergibt sich:

$$B_k = -s_H \cdot \frac{24}{(2\pi \cdot k)^3}. \quad (4.28)$$

Außerdem: $A_k = 0$, $A_0 = 0$.

Wie man in Abb. 4.47 sieht, sind hier hauptsächlich die ersten beiden Harmonischen dominant. Daher wundert es auch nicht, wenn der ursprüngliche Wegverlauf bereits mit der ersten Harmonischen ingenieurgemäß schon sehr gut approximiert wird, siehe Abb. 4.48.

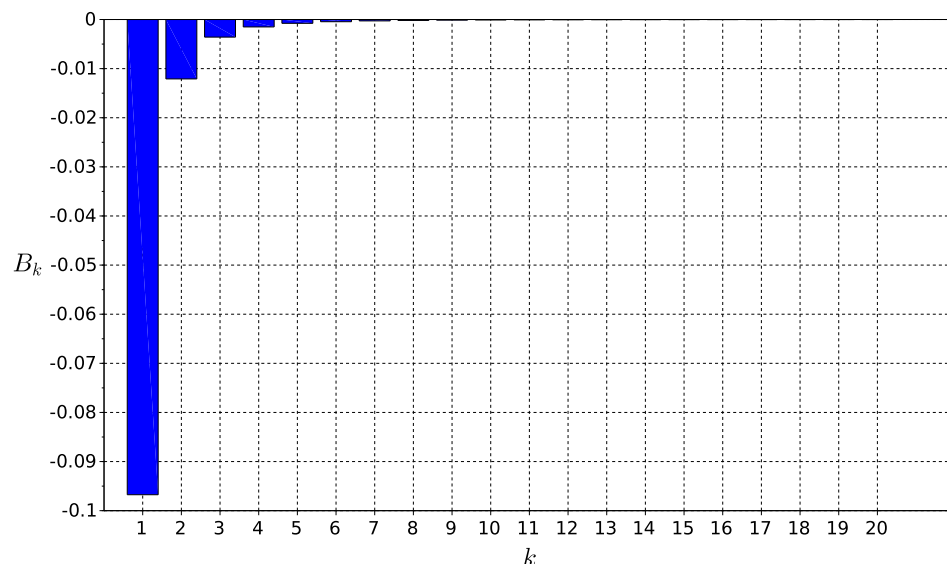


Abb. 4.47: Fourierkoeffizienten des Weges $s_2(t)$ für $k = 1 \dots 20$

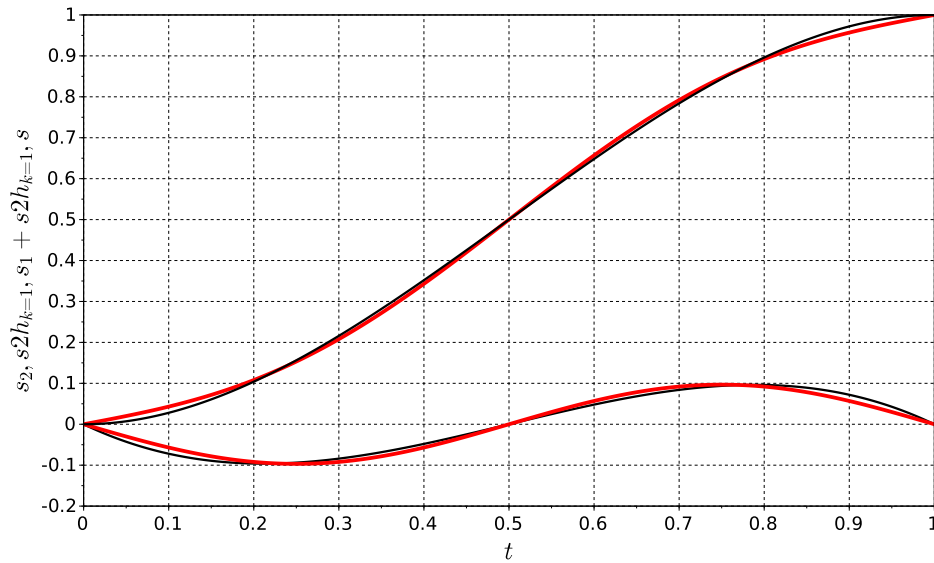


Abb. 4.48: Aus dem ersten Fourierkoeffizienten generierter Verlauf des Hubes

Wir machen noch einen kleinen Plausibilitätstest zum Spektrum von Abb. 4.47. Für harmonische Funktionen gelten ja folgende einfache Zusammenhänge:

$$\begin{aligned} s(t) &= s_H \cdot \sin\left(k \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot t\right) \\ \dot{s}(t) &= s_H \cdot \frac{k \cdot 2\pi}{T} \cdot \cos\left(k \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot t\right) \\ \ddot{s}(t) &= -s_H \cdot \left(\frac{k \cdot 2\pi}{T}\right)^2 \cdot \sin\left(k \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot t\right) \end{aligned}$$

D.h., durch Multiplikation der Fourierkoeffizienten des Weges, siehe Gl. 4.28, mit dem Faktor $-\left(\frac{k \cdot 2\pi}{T}\right)^2$ erhält man direkt die B_k 's der Beschleunigung²⁶. Siehe hierzu Gl. 4.10 auf S. 77. Unsere „Ersatzfunktion“ s_2 weist also tatsächlich das Beschleunigungsspektrum der Kubischen Parabel auf.

²⁶multipliziert mit $\frac{k \cdot 2\pi}{T}$ die A_k 's der Geschwindigkeit; A, wegen des Kosinus

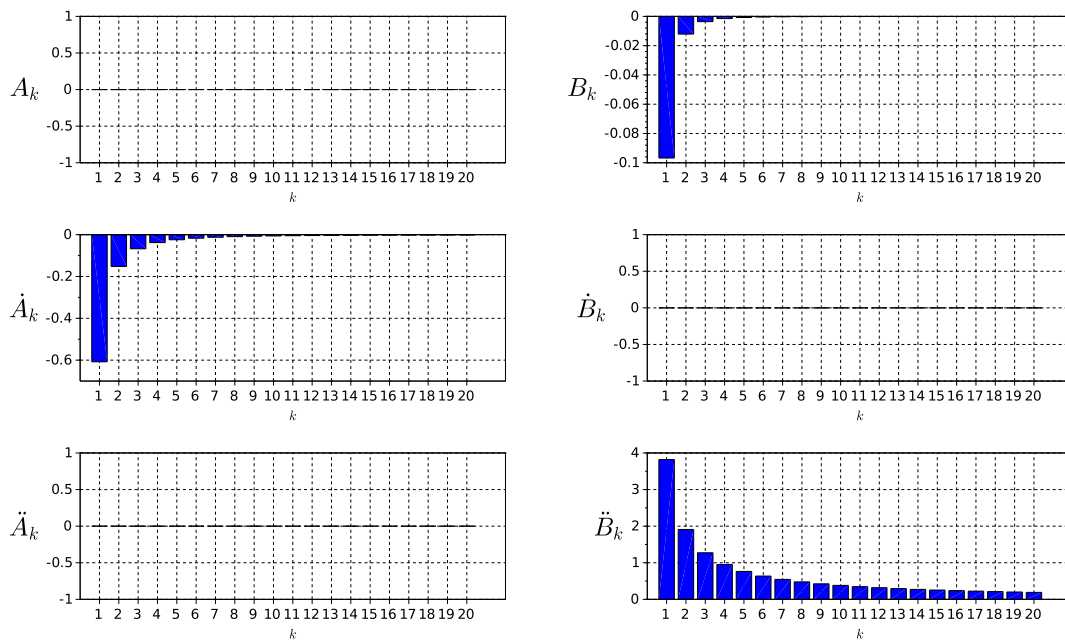


Abb. 4.49: Fourierkoeffizienten $s_2(t)$, $\dot{s}_2(t)$, $\ddot{s}_2(t)$ für $k = 1 \dots 20$

Wir erweitern den Fall einer fortlaufenden Bewegung um eine ausgeprägte Rast, siehe Abb. 4.50 sowie Gl. 4.29. Die Periodendauer betrage $T=1$ s, die Bewegungszeit je Zyklus $t_1=0.25$ s und der Hub $s_H=1$ m.

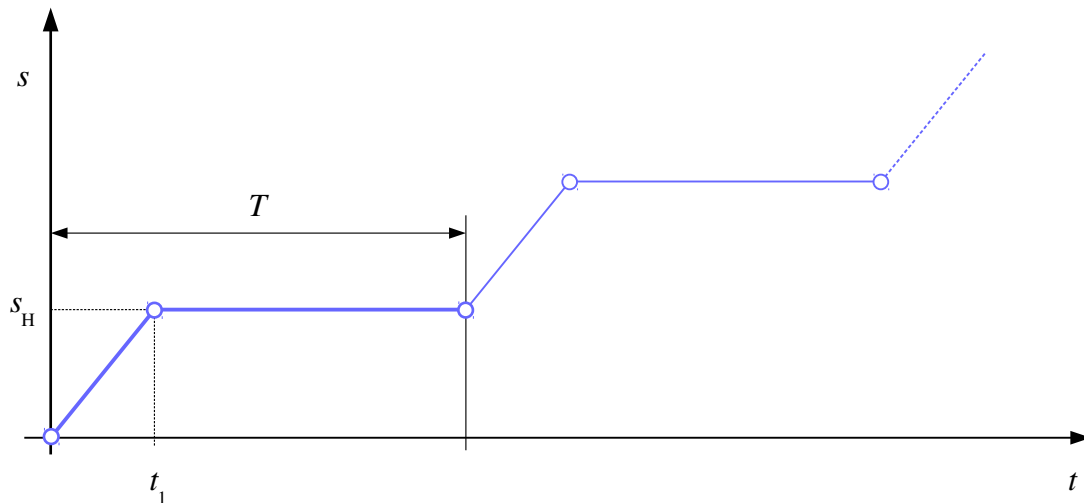


Abb. 4.50: Bewegungsplan für eine R-R-Bewegung

Als Übergang wählen wir nur eine Gerade:

$$s(t) = s_H \cdot \begin{cases} \frac{t}{t_1} & \text{für } 0 \leq t \leq t_1 \\ 1 & \text{für } t_1 < t < T \end{cases} \quad (4.29)$$

und splitten den Verlauf wieder in einen periodischen und einen fortlaufenden Teil, siehe Abb. 4.51.

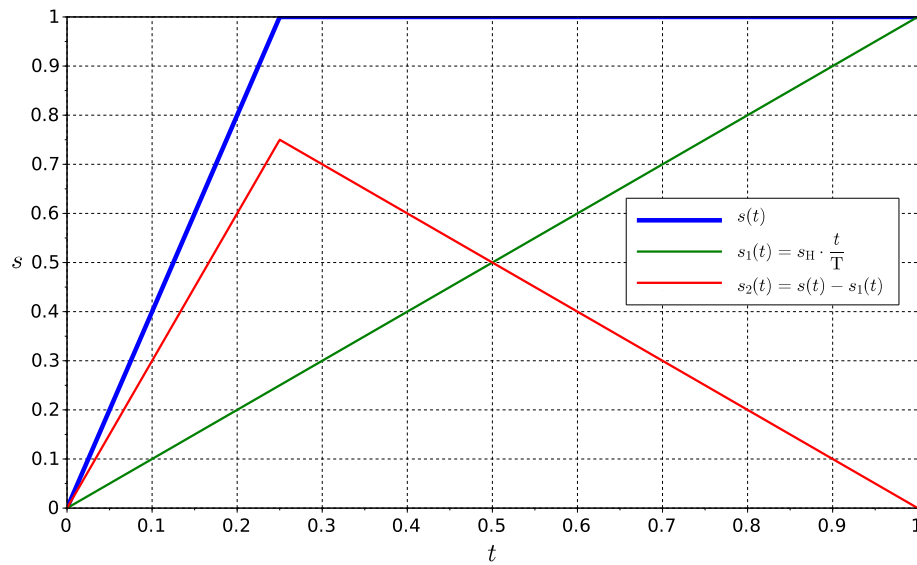


Abb. 4.51: Fortlaufende R-R-Bewegung

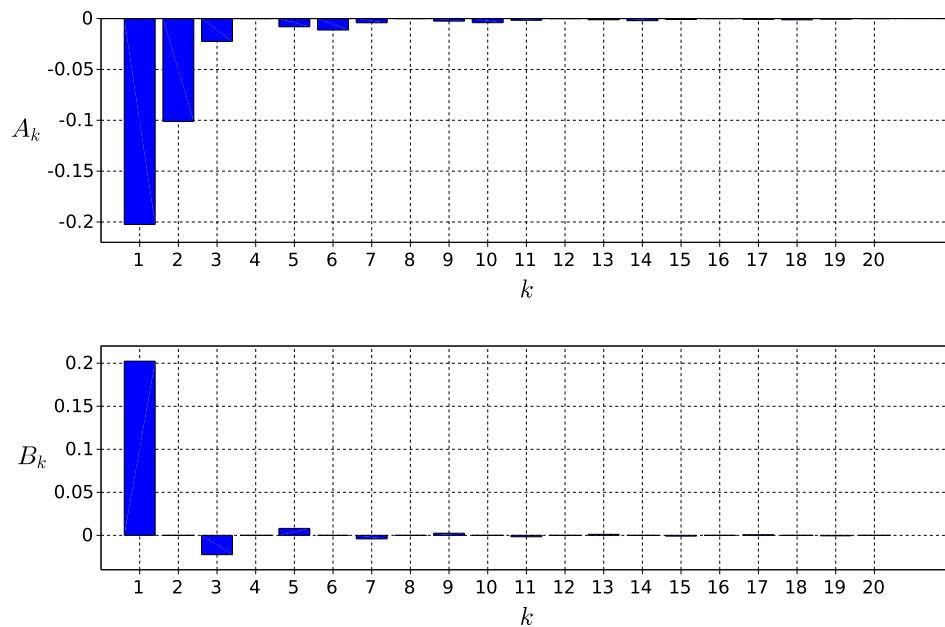


Abb. 4.52: Fourierkoeffizienten $s_2(t)$, $k = 1 \dots 20$; Mittelwert $A_0=0.375\dots$

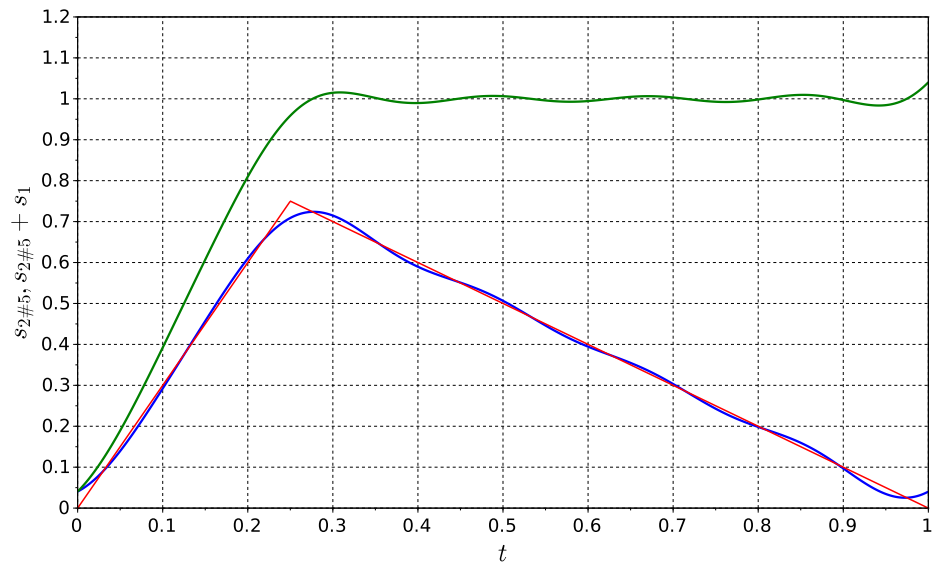


Abb. 4.53: Aus 5 Fourierkoeffizienten generierter Verlauf des Hubes

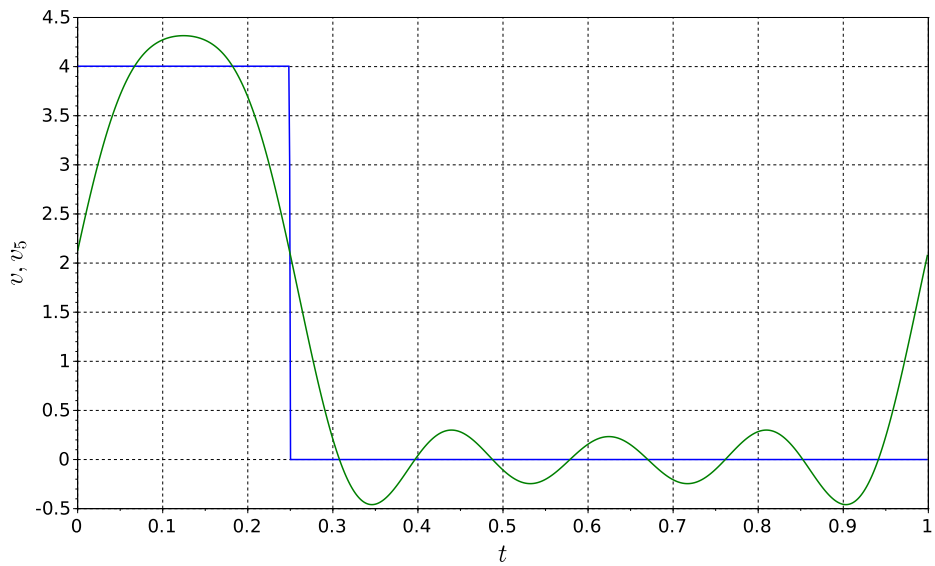


Abb. 4.54: Geschwindigkeit zu Abb. 4.53

4.10.3 Harmonische Beschleunigungssynthese

Wir hatten bei allen Überlegungen den Weg, also praktisch die nullte Ableitung, im Blick. Geschwindigkeit und Beschleunigung werden anschließend durch Differentiation ermittelt. Aus Gründen der Anschaulichkeit ist diese Route zu empfehlen.

Prinzipiell kann die Synthese aber auch mit der Beschleunigung stattfinden, die ja kinematisch praktisch gleichwertig ist. Anschließend muss man integrieren, um zu Geschwindigkeit und Hub zu gelangen.

Wir beziehen uns daher nochmals auf die Kubische Parabel und Gl. 4.10, S. 77. In Abb. 4.55 unten ist der Verlauf einer aus fünf Harmonischen generierten Beschleunigung zu sehen. Liegt dieser Verlauf vor, kann er auch natürlich recht einfach numerisch integriert werden. Die so erhaltenen Verläufe von Geschwindigkeit und Hub sind in Abb. 4.55 mittig und oben zu sehen.

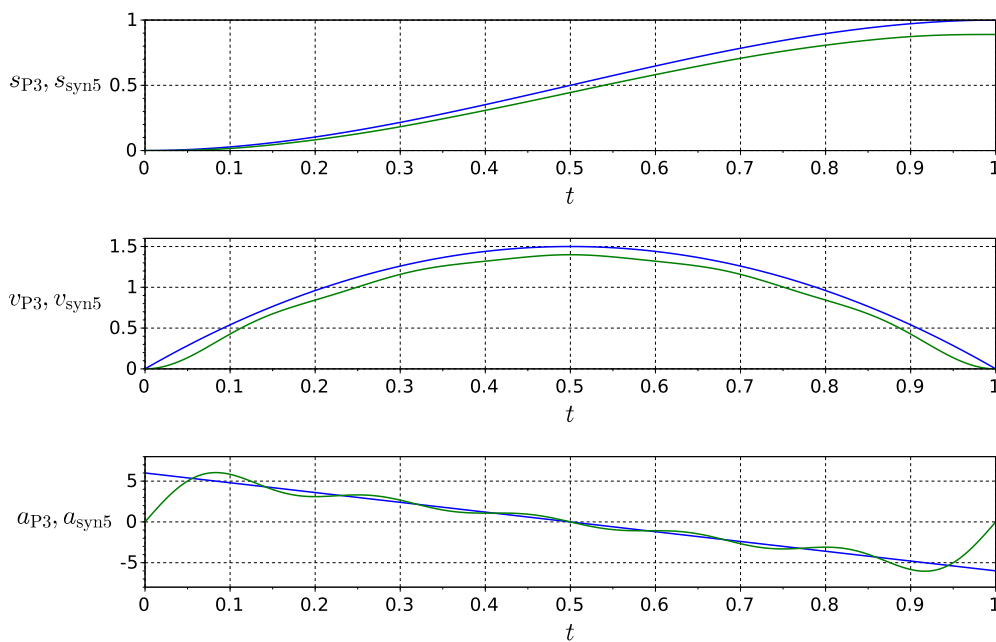


Abb. 4.55: Aus den ersten fünf Harmonischen der Kubischen Parabel synthetisierter Beschleunigungsverlauf a_{syn5} sowie die durch Integration gewonnenen Verläufe v , s

Im Hub ist nun aber leider ein merkwürdiger „Hubverlust“ festzustellen. Wo liegt das Problem? Mit Erhöhung der Anzahl Harmonischer verschwindet dieser Hubverlust. Daher liegt die Vermutung nahe, es handele sich um einen Approximationsfehler: Da Beschleunigung abgeschnitten wird, kommt es eben zu einem geringeren Hub.

Die Ursache liegt aber woanders. Wenn man den Beschleunigungsverlauf integriert, wird für die Geschwindigkeit ein Anfangswert benötigt. Wenn die Bewegungsabschnitte an Rasten grenzen, ist die Annahme der Anfangsgeschwindigkeit Null auch richtig. Tatsächlich liegen nun aber überhaupt keine Rasten mehr vor. Die Geschwindigkeit am Anfang des Intervalls wird nur durch Zufall Null betragen und im Übrigen wesentlich von der Anzahl Harmonischer bestimmt. Benutzt man die

korrekte Anfangsgeschwindigkeit, ergibt sich letztlich auch der korrekte Verlauf des Hubes, siehe Abb. 4.56.

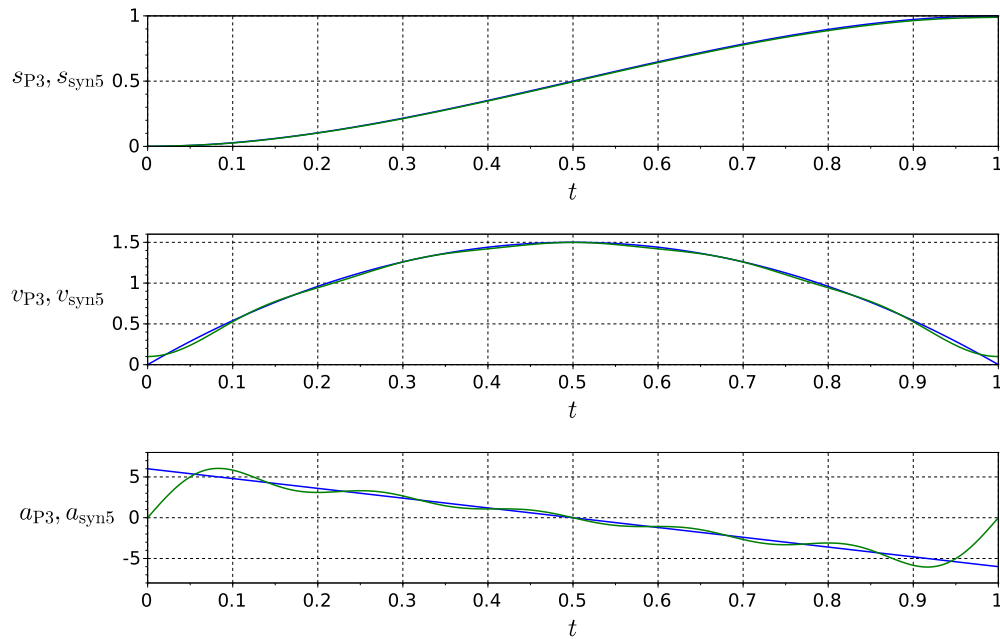


Abb. 4.56: Wie Abb. 4.55, aber mit korrekter Anfangsgeschwindigkeit v_0

Wie kommt man nun zu diesem, zur Anzahl Harmonischer passenden Geschwindigkeits - Startwert?

Wir hatten gesehen, dass bei Vorliegen der Fourierkoeffizienten des Weges, die von Geschwindigkeit und Beschleunigung sofort ableitbar sind, siehe S. 98. D. h. , aus den Geschwindigkeits-Fourierkoeffizienten können wir den zeitlichen Verlauf der Geschwindigkeit direkt ermitteln. Der Mittelwert dieses Verlaufes wird naturgemäß²⁷ Null betragen und wir können ihn noch anpassen: Die mittlere Geschwindigkeit muss s_H/T betragen, weshalb man diesen Wert einfach zum synthetisierten Geschwindigkeitsverlauf addiert. Damit ergibt sich der in Abb. 4.56 zu sehende Geschwindigkeitsverlauf mit dem Startwert $v_0 = 0.1$.

²⁷der Reihenentwicklung entsprechend

4.10.4 Optimierungsmethoden

Bisher hatten wir die Bewegungsprofile konventionell generiert [62], danach analysiert und modifiziert. Die dabei entstehenden neuen periodischen Sollverläufe sind in ihrem spektralen Gehalt begrenzt. Wir haben uns jedoch noch nicht die Frage gestellt, ob die nun vorhandenen Abweichungen zur „Urbewegung“ überhaupt noch akzeptabel sind, ob die verarbeitungstechnische Funktion erfüllt wird, ob es möglicherweise Kollisionen mit anderen Arbeitsorganen gibt. Mit einem begrenzten Spektrum lassen sich immer noch unendlich viele Sollverläufe generieren und es besteht der Wunsch nach dem günstigsten²⁸.

Eine bessere Möglichkeit besteht daher darin, von vornherein ein Bewegungsgesetz nur aus eine Summe bestimmter Harmonischer zu generieren. Hierfür kann eine Optimierungsaufgabe formuliert werden, bei der die dann zur Verfügung stehenden Fourierkoeffizienten solange variiert werden, bis sich die Abtriebsfunktion im Rahmen vorgegebener Toleranzen bewegt. Von Hand ist dies nicht mehr lösbar, es existiert aber bereits mindestens ein Computerprogramm [55, 103].

4.11 Zusammenfassung

Festzuhalten bleibt folgendes: Mit periodischen Antrieben werden im Ausbringungsbereich alle möglichen Resonanzstellen durchfahren. Die Amplituden der Höherharmonischen sind aber in der Regel sehr klein oder sogar zielgerichtet vermieden sowie aufgrund der Dämpfung meist wirkungsarm. Kann das mechanische System so dynamisch steif gestaltet werden, dass dessen erste zu berücksichtigende Eigenfrequenz höher ist als der Wert der 20. Harmonischen der Erregergrundfrequenz, die 20 ist hier willkürlich gewählt, werden kaum zeitabhängige Lagefehler durch Schwingungen auftreten. In diesem Fall kann man Starrkörperbewegungen unterstellen. Beträgt also zum Beispiel die Ausbringung $n_T=600$ AT/min und damit die Erregergrundfrequenz 10 Hz, sollte die erste anregbare Eigenfrequenz des mechanischen Antriebs bei mindestens 200 Hz liegen. Ab gewissen Abmessungen wird das jedoch nicht einfach und führt meist zu großen Hohl-Wellendurchmessern oder aufwendigeren Leichtbauanwendungen. Andernfalls müssen Harmonische zumindest berücksichtigt werden bzw. die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von starken Schwingungen durch Überlagerung angeregter Eigenschwingungen ist sehr groß. Nicht nur die Lageabweichungen sind problematisch, auch Reaktionskräfte und Momente werden signifikant höher sein als nach der o. g. quasistatischen Betrachtung mit Starrkörpern. Man spricht dann sinnvollerweise erst von **schnellen Bewegungen**. Die gezielte Veränderung bestimmter Harmonischer im Bewegungsprofil kann hier Resonanzeffekte vermindern. Die so entwickelten Bewegungsprofile nennt man auch **HS**-Profile (nach „**H**igh **S**peed“ oder auch „**H**armonische **S**ynthese“. Als vertiefende Literatur zum Thema ist [6, 18, 16, 49, 64] zu empfehlen. Die Abb. 4.57 dient als abschließende Übersicht.

²⁸hinsichtlich eines oder mehrerer Zielkriterien

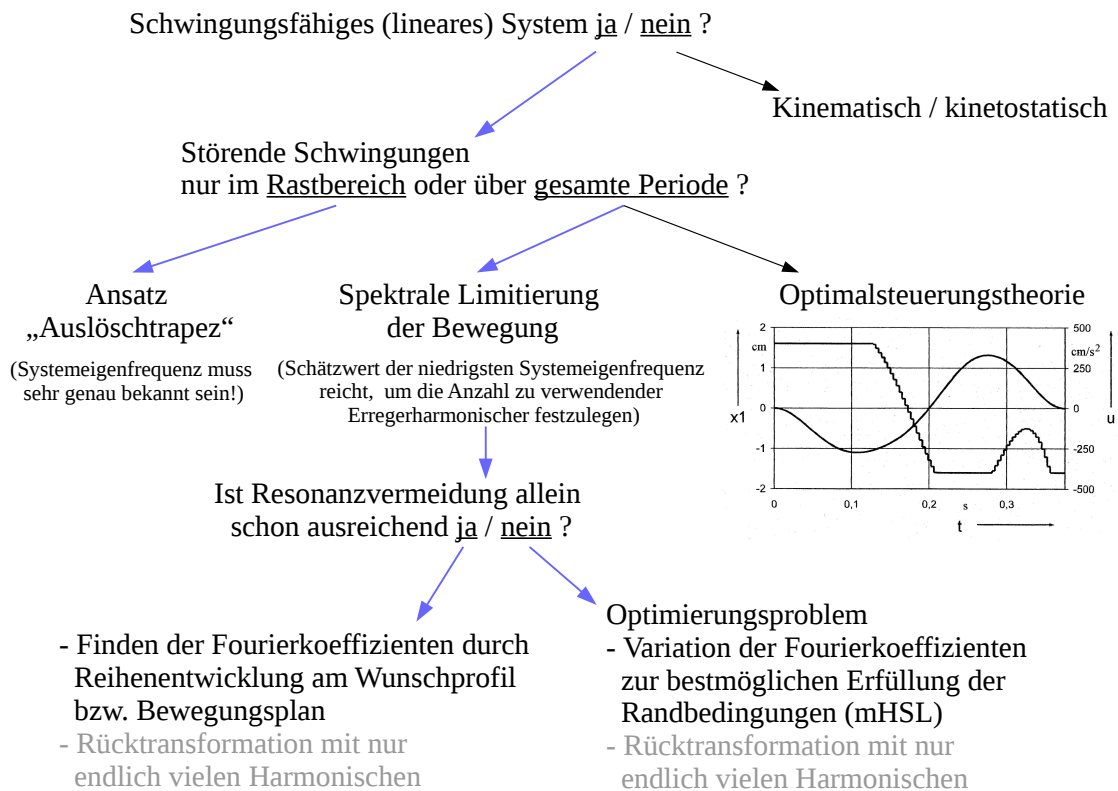


Abb. 4.57: Strategie für günstige Sollwertvorgaben bei schnellen Bewegungen

4.12 Übungsaufgaben

1. Bei schnelllaufenden getakteten Verarbeitungsmaschinen besteht die Gefahr von Schwingungen im Antrieb, womit die Bewegungsgüte am Arbeitsorgan erheblich beeinträchtigt werden kann. Welche Möglichkeiten zur Vermeidung dieser unerwünschten Störungen kennen Sie?
2. Warum sind „Höherharmonische“ meist unproblematischer zu „beseitigen“ als die unteren Erreger-Harmonischen?
3. Ermitteln Sie die Fourierkoeffizienten (Fourier-Reihenentwicklung) für eine Rast-in-Rast-Bewegung mit der Taktzeit T_T , einem Bewegungszeitanteil von $b = 40\%$ und einer Quadratischen Parabel [62] als normierten Übertragungsfunktion.
4. Die in der Regel vorhandene Struktur-Dämpfung hat eine große Bedeutung für den zeitlichen Verlauf der Verhaltensgröße. Erklären Sie die Wirkung der Dämpfung auf das instationäre und stationäre Verhalten.

5. Für eine Bewegungsaufgabe in einer Verpackungsmaschine ist eine Maßnahme zur Schwingungsreduktion auf ihre Wirksamkeit hin zu überprüfen. Der Sollbewegung liegt ein Plan gemäß Abb. 4.40 zugrunde mit den Daten: $s_H = 100 \text{ mm}$, $t_1 = 20\% T$, $t_2 = 50\% T$, $t_3 = 70\% T$. Der zeitliche Sollwertverlauf wurde mittels Polynomen 3. Grades gestaltet, siehe Abb. 4.58.

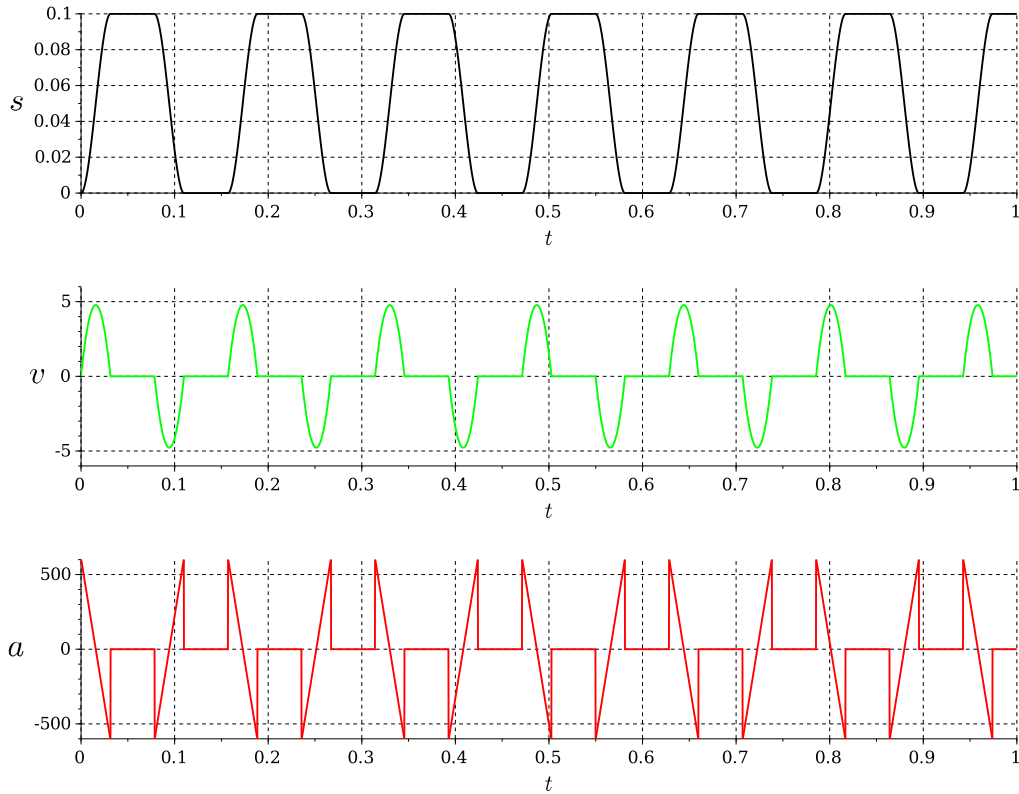


Abb. 4.58: Sollwertvorgaben

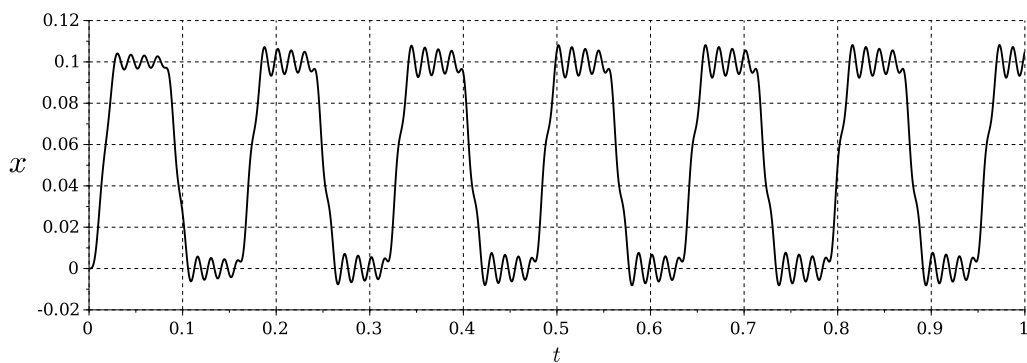


Abb. 4.59: Istbewegung bei $n_T = 382 \text{ AT/min}$ (bis zu 7 mm Amplitude Abweichung vom Sollwert während der Rast)

Der Ausbringungsbereich ist stufenlos verstellbar im Bereich $150 \text{ AT/min} \leq n_T \leq 450 \text{ AT/min}$. Bei einer stationären Ausbringung von $n_T = 382 \text{ AT/min}$ treten starke störende Schwingungen am Arbeitsorgan auf, siehe Abb. 4.59.

Der periodisch arbeitende Antriebsstrang ist mit einer relevanten niedrigsten anregbaren Eigenfrequenz von $f_0 = 70 \text{ Hz}$ als elastisches Einfreiheitsgrad-System gemäß Abb. 4.1 anzusehen mit $c = 193444 \text{ N/m}$ und $m = 1 \text{ kg}$. Für die Dämpfung dient zunächst ein Schätzwert von $D = 0.02$. Gemäß Campbell-Diagramm in Abb. 4.60 liegt es nahe, die Höherharmonischen ab $k \geq 10$ zu eliminieren bzw. herauszufiltern.

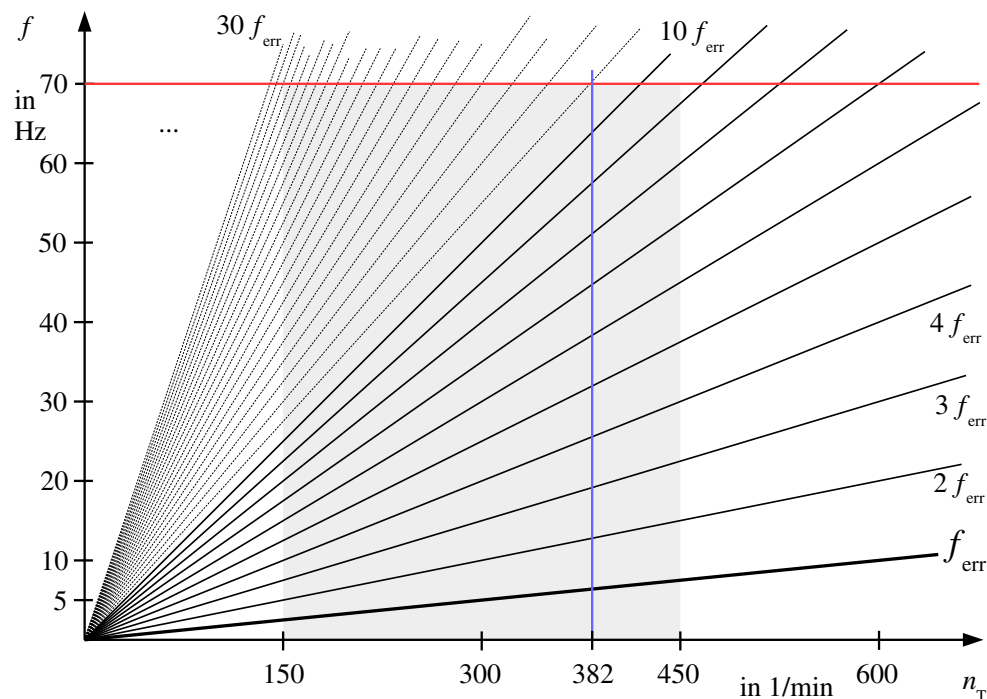


Abb. 4.60: Campbelldiagramm

Konkret: Die Höhe der Schwingungsamplituden am Abtrieb $x(t)$ bei o.g. Sollwertvorgabe sowie nach Filterung der Höherharmonischen soll verglichen werden.

Zur Lösung siehe Abb. 4.64 und 4.65.

Hinweise zur Lösung:

Die Aufbereitung der Sollfunktion kann mittels eines Scilab-Scriptes oder XCOS-Modells erfolgen. Das Ergebnis ist in Abb. 4.58 bereits zu sehen. Im Anschluss daran können die Fourierkoeffizienten dieser Sollfunktion ermittelt werden. Hier wird der Ansatz über die Beschleunigung verfolgt²⁹, siehe Abb. 4.61.

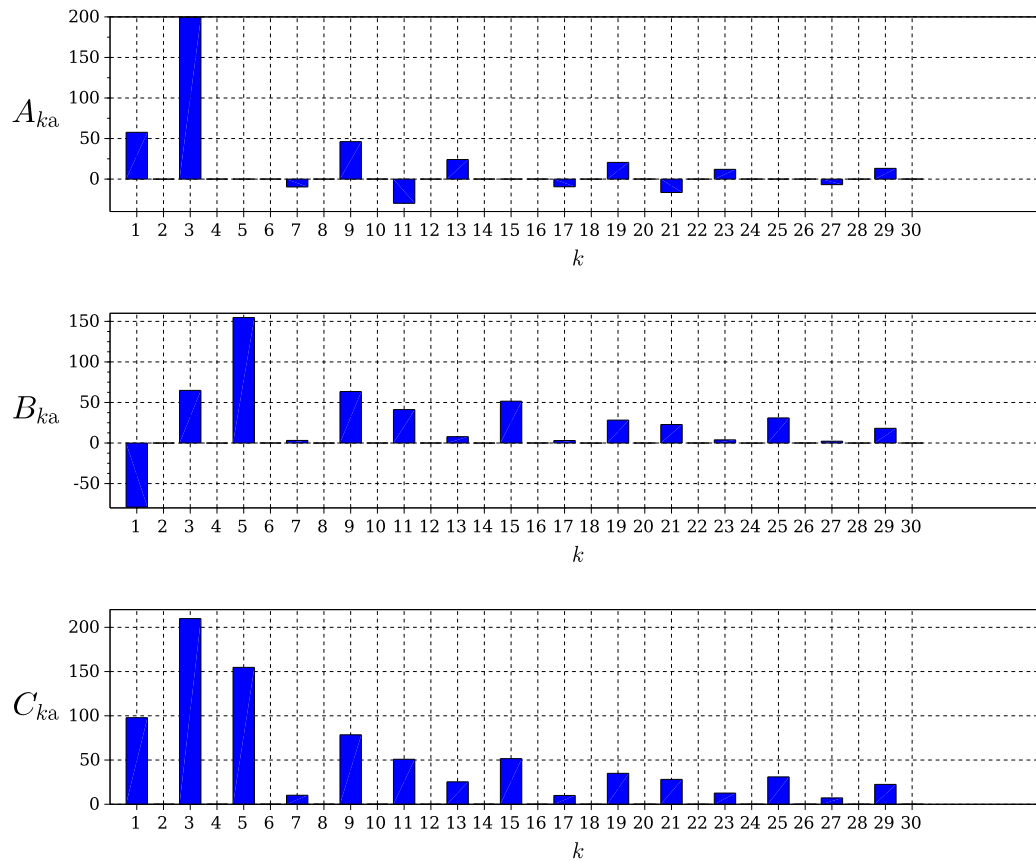
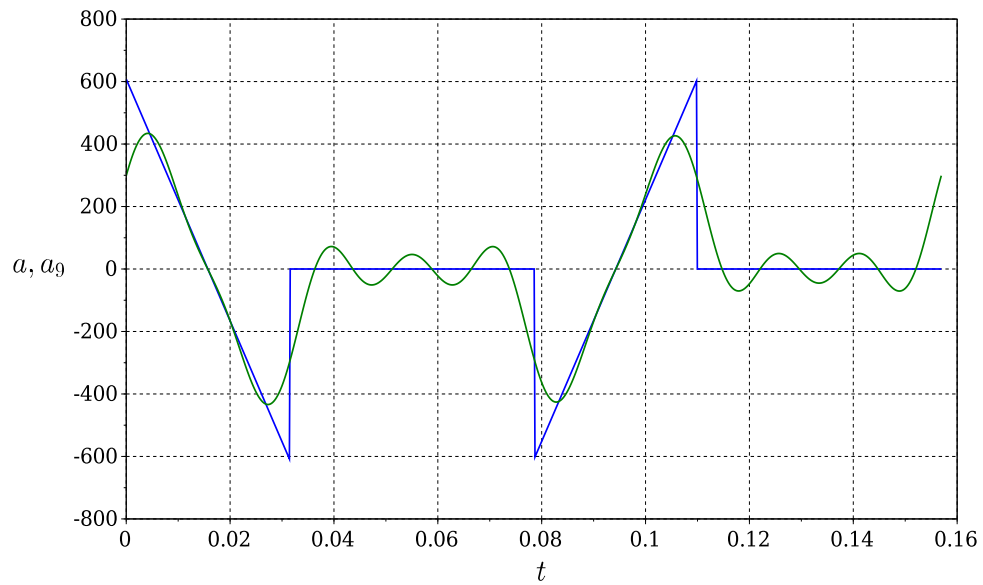
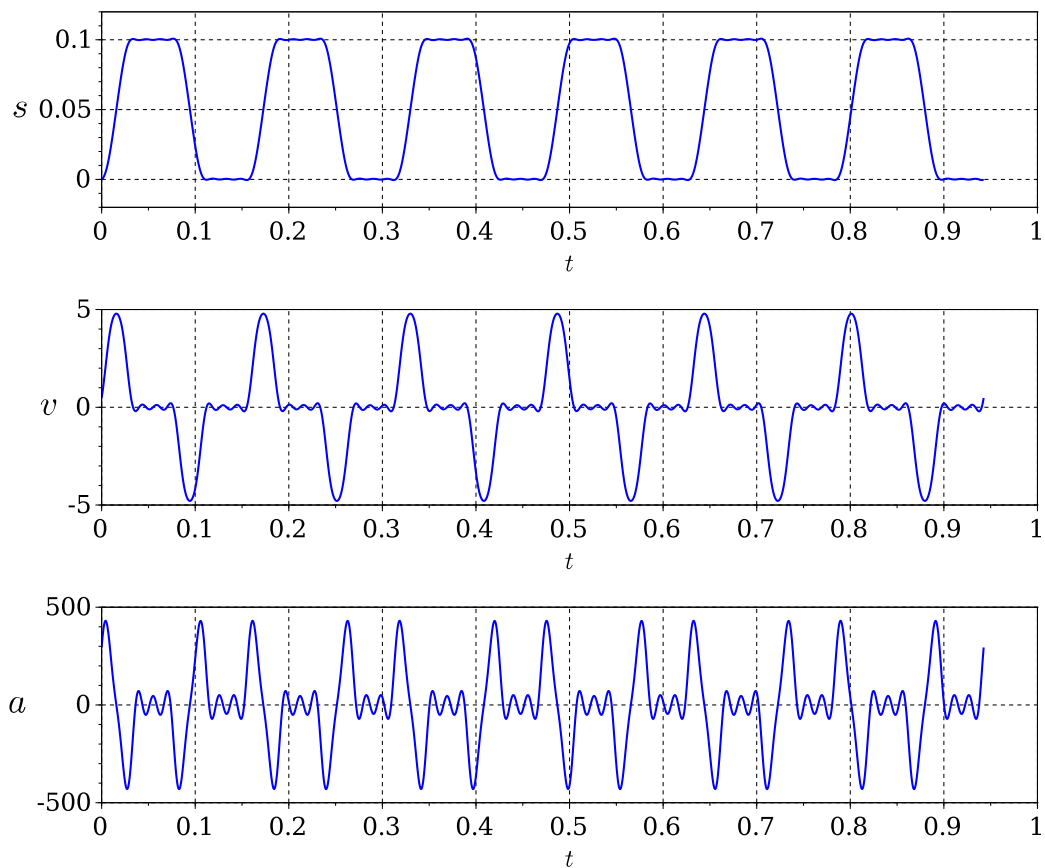


Abb. 4.61: Fourierkoeffizienten des Beschleunigungsverlaufes

Nach dem Abschneiden (Filtern) der Höherharmonischen ergibt sich der neue zeitliche Verlauf der Soll-Beschleunigung gemäß Abb. 4.62. Die „neue“ Erregerfunktion in Beschleunigung, Geschwindigkeit und Weg ist in Abb. 4.63 zu sehen.

²⁹es ginge aber auch Geschwindigkeit oder Weg

Abb. 4.62: Originaler sowie gefilterter Verlauf der Beschleunigung $n_{\text{harm}} = 9$ Abb. 4.63: Gefilterte Soll-Werte für 6 Takte mit $n_{\text{harm}} = 9$

Belastet man nun das Simulationsmodell mit dieser neuen Erregerfunktion, ist eine deutlich reduzierte Schwingungsamplitude zu erkennen. Im Beispiel auf ca. 38% des ungefilterten Verlaufes.

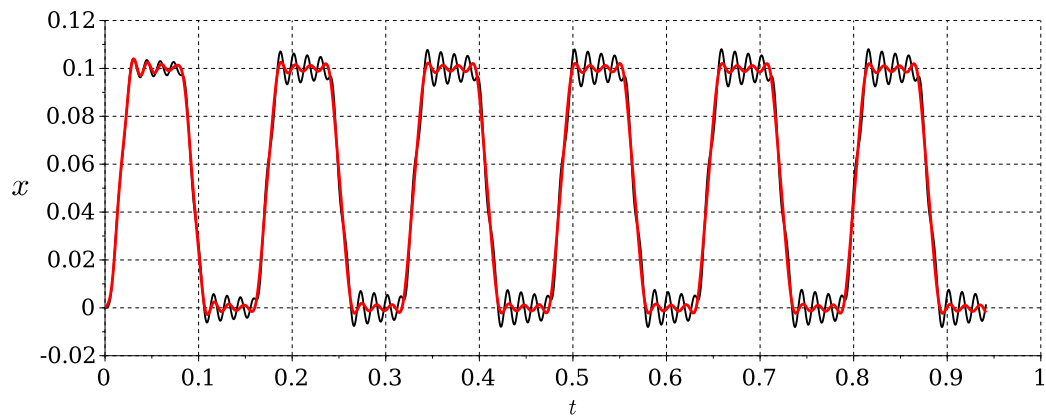


Abb. 4.64: Vergleich der Ist-Abtriebsbewegung $x(t)$ Vorher/ Nachher

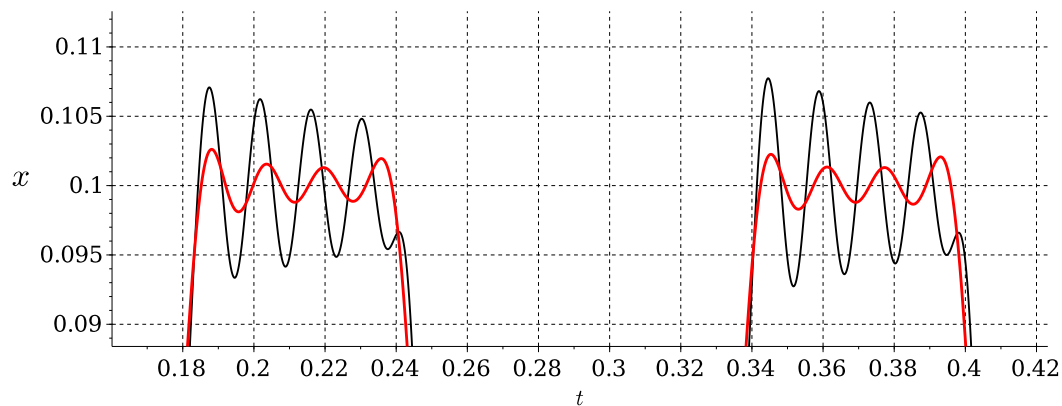


Abb. 4.65: Zoom in Abb. 4.64; Abweichung von 2.7 mm entspricht einer Reduktion der Amplitude auf 38%

5 Motor-G-Getriebe-Konfiguration

5.1 Allgemeines

Während es sich in den Kapiteln 3 und 4 bei der Definition von Bewegungsvorgaben, also von Sollwerten, um eine rein kinematische Aufgabe handelte, soll es in diesem Kapitel nun darauf aufbauend um die Abschätzung der Leistungsfähigkeit einer konkreten Motor-Getriebe-Konfiguration gehen. Eine zu klärende Frage ist u.a. die, ob ein gewählter Motor überhaupt geeignet ist, bzw. welche Leistungsmerkmale er aufweisen sollte.

Obwohl man bei vielen Verarbeitungsmaschinen von unerwünschten dynamischen Effekten ausgehen muss, siehe hierzu Kap. 4, werden bei der Entwurfs-Auslegung der Beherrschbarkeit halber zunächst etliche vereinfachende Annahmen getroffen. Ausgehend von der klassischen Theorie zur Kinetik der starren Körper sind die Ansätze zu Entwurf und Dimensionierung technischer Lösungen für Bewegungsaufgaben bekannt und es existiert eine Vielzahl an Standardliteratur, wie z.B. [63].

Grundsätzlich wird in zwei Vorgehensweisen unterschieden: Eine generalisierte Kraft $Q(t)$ wirke auf einen Körper und der sich einstellende Verlauf der Bewegungsgrößen, z.B. $\varphi(t)$, ist gesucht. Im anderen, für die Entwurfsphase eines Bewegungssystems wichtigeren Fall ist die Bewegung $\varphi(t)$ als veränderliche Randbedingung an einer generalisierten Koordinate als Sollwert vorgegeben und es wird die sich an dieser Koordinate einstellende Reaktionskraft gesucht. Bei einem MotionControl-System oder auch einer Kurvenscheibe tritt diese in der Realität auch auf und muss vom Motor in Form eines Antriebsmomentes mindestens aufgebracht werden können. Man unterstellt, dass die gewünschte Bewegung tatsächlich so stattfinden bzw. vom Antriebsregler erzwungen wird, was auch dessen hohes Potential voraussetzt.

Wir orientieren uns in diesem Kapitel an zyklischen bzw. periodischen Arbeitsorganbewegungen. Die interessierenden Größen wie Antriebsmoment, Drehzahl und Gelenkkräfte sind unter diesen Voraussetzungen periodisch. Das System ist zwar tatsächlich in Bewegung. Je Zeitschritt geht man aber davon aus, dass die Änderung der Abtriebskoordinate verzögerungsfrei, also zum gleichen Zeitpunkt wie die der generalisierten Antriebskoordinate erfolgt. Unter Berücksichtigung der wirkenden Trägheitskräfte wird das System, obwohl in Bewegung, zu jedem Zeitpunkt als im statischen Gleichgewicht befindend betrachtet, weshalb je Zeitschritt Berechnungsmethoden der Statik angewandt werden können. Daher wird diese Modellvorstellung auch als quasistatisch bezeichnet.

Weiterhin werden in diesem Abschnitt nur Fälle mit **G-Getriebe**¹ betrachtet, deren Übertragungsfunktion als linear anzusehen ist.

¹also gleichmäßig übersetzenden

5.2 Ein einfaches Beispiel

Betrachten wir das Beispiel von Abb. 5.1 und treffen folgende Annahmen: Elastizitäten sind nicht vorhanden, die Wirkung äußerer Kräfte und der Reibung ist gegenüber der der Massenkräfte vernachlässigbar, was bei *hohen* Taktzahlen durchaus gerechtfertigt ist. Die potentielle Energie dieses Systems ändert sich nicht und durch die konstante Übersetzung bleibt auch das vom Motor zu überwindende Trägheitsmoment konstant.

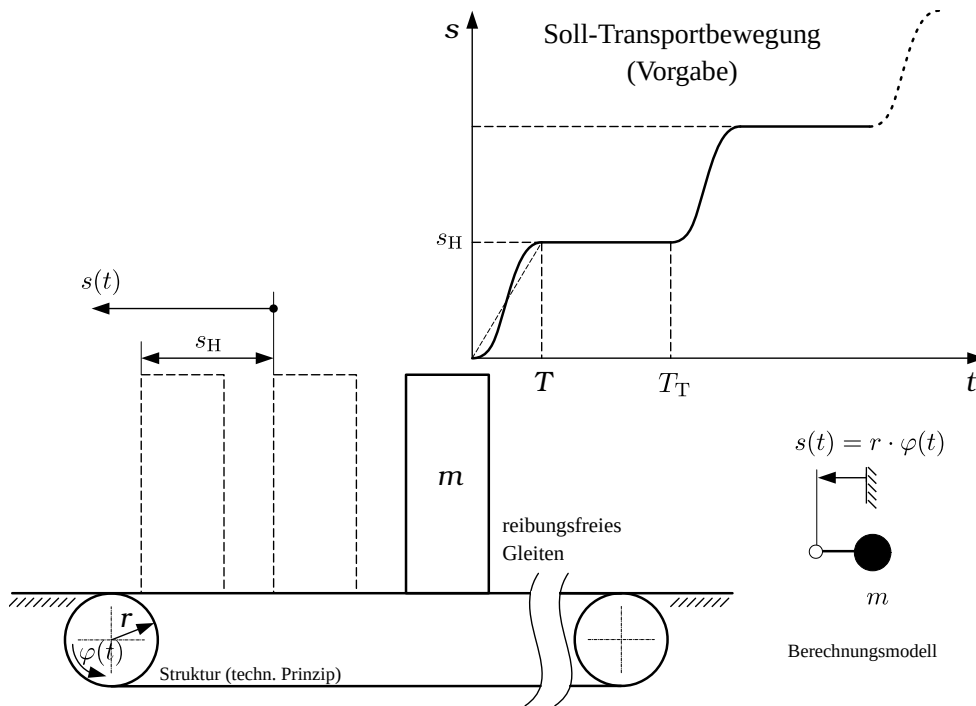


Abb. 5.1: Translatorisches Fördern einer Masse

Es sind also nur Trägheitskräfte zu überwinden womit sich der Zeitverlauf des erforderlichen Antriebsmoments ergibt aus:

$$M_M(t) = m \cdot r^2 \cdot \ddot{\varphi}(t) = J_{\text{red}} \cdot \ddot{\varphi}(t). \quad (5.1)$$

Das Produkt der generalisierten Kräfte mit ihren Geschwindigkeiten, die physikalische Größe Leistung, lautet dann:

$$P(t) = J_{\text{red}} \cdot \ddot{\varphi}(t) \cdot \dot{\varphi}(t) \quad \text{mit } 0 \dots t \dots T \quad (5.2)$$

Für periodische Bewegungen normieren wir die Zeit t wieder auf die Bewegungszeit T , siehe Gl. 3.2. Mit der normierten Zeit z ergibt sich für die Leistung:

$$\begin{aligned}
P(z) &= J_{\text{red}} \cdot \ddot{\varphi}(z) \cdot \dot{\varphi}(z) \\
&= m \cdot r^2 \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{s_H}{T^2} \cdot s_n''(z) \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{s_H}{T} \cdot s_n'(z) \\
&= m \cdot \frac{s_H^2}{T^3} \cdot s_n'(z) \cdot s_n''(z) \quad \text{mit } 0 \dots z \dots 1
\end{aligned} \tag{5.3}$$

Die gleiche Energie zum Beschleunigen der Masse muss wieder zum Abbremsen aufgebracht werden und im Mittel über eine Periode wird tatsächlich keine Arbeit verrichtet. Es handelt sich nur um Blindleistung, die jedoch Motor und Struktur belastet. Der Ausdruck $s_n'(z) \cdot s_n''(z)$ in Gl. 5.3 beschreibt hier den zeitlichen Verlauf der Leistung beim Antrieb mit einem drehzahlvariablen, lagegeregelten Servomotor². Klar ist somit, dass die Wahl des Bewegungsgesetzes auch erheblichen Einfluss auf die maximale Leistung des Motors und damit nicht zuletzt auch auf die Dimensionierung des Schaltschranks hat. Der Maximalwert der erforderlichen Leistung ist z.B. bei Verwendung der Sinoide von Besthorn mehr als doppelt so hoch wie bei der Kubischen Parabel!

Für das Transportband gemäß Abb. 5.1 gilt weiterhin folgender Zusammenhang zwischen Drehzahl³ und Ausbringung bzw. Taktzahl:

$$\begin{aligned}
\dot{\varphi} &= \frac{v}{r} \\
n &= \dot{\varphi} \cdot \frac{60 \text{ s}}{2\pi}
\end{aligned} \tag{5.4}$$

$$\begin{aligned}
\hat{\varphi} &= \frac{s_H}{T} \cdot \frac{1}{r} \cdot c_v \\
\hat{n} &= \frac{s_H}{T} \cdot \frac{1}{r} \cdot c_v \cdot \frac{60 \text{ s}}{2\pi}.
\end{aligned} \tag{5.5}$$

Für die Ausbringung wird üblicherweise die Taktzahl n_T angegeben, womit die Bewegungszeit T in Gl. 5.5 noch substituiert werden kann. Unter Nutzung der Gl. 3.1 sowie des Zusammenhanges $n_T = (60 \text{ s})/T_T$ ergibt sich:

$$\hat{n} = \frac{s_H}{b} \cdot \frac{1}{r} \cdot c_v \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot n_T. \tag{5.6}$$

Mit **Beispielzahlen**: Der Hub s_H betrage 0.1 m, als Bewegungsgesetz wird das Polynom 5. Grades verwendet, die Synchronscheibe hat einen Radius von $r = 0.050 \text{ m}$,

²Bei mechanischen Kurvengetrieben wird in der Regel die Kurvenscheibe selbst mit konstanter Drehzahl betrieben. Der gleiche Ausdruck beschreibt dann den zeitlichen Verlauf des Antriebsmomentes bei konstanter Trägheit/Masse am Abtrieb. Dessen Maximum c_M wird in der Literatur meist „dynamischer Momentenkennwert“ genannt

³die Drehzahl n wird in der Regel in 1/min bzw. U/min angegeben, muss dann also meist nach Gl. 5.4 umgerechnet werden

der Bewegungszeitanteil sei $b = 1/3$. Für die Ausbringung bzw. Taktzahl $n_T = 100$ ergibt sich unter Nutzung von Gl. 5.6 eine maximale Drehzahl an der Synchroscheibe von $\hat{n} = 180 \text{ 1/min}$.

5.3 Grundlegende Aspekte zur Motorauswahl

Um bestimmte Bewegungsvorgaben überhaupt einhalten zu können, müssen vom Motor das Drehmoment, Drehzahl und Beschleunigung „geliefert“ werden. Außerdem gibt es noch eine Reihe weiterer Auswahlkriterien, siehe Abb. 5.2.

Referenz Daten	Kürzel [Einheit]	SH-100 50 030 1	SH-100 40 060 1	SH-100 40 080 1	SH-100 30 100 1
allgemeine Daten					
Stillstandsrehmoment	M_0 [Nm]	3,3	5,8	8,0	10,0
Spitzendrehmoment	M_{\max} [Nm]	9,6	18,3	28,3	40,5
Netzspannung $U_N = 400V$					
Bemessungsdrehzahl	n_N [min-1]	5000	4000	4000	3000
Bemessungs-drehmoment	M_N [Nm]	2,7	4,6	5,7	7,9
Bemessungsleistung	P_N [kW]	1,41	1,93	2,39	2,48
elektrische Daten					
Polpaarzahl	p	4	4	4	4
Schaltung der Motorwicklung		y	y	y	y
Drehmomentkonstante (120°C)	k_T [Nm/Arms]	0,89	1,21	1,22	1,62
Wicklungswiderstand Ph-Ph (20°C)	R_{U-V} [Ohm]	3,80	2,40	1,43	1,81
Wicklungsinduktivität Ph-Ph	L_{U-V} [mH]	17,6	12,7	8,8	11,8
Gegen-EMK Ph-Ph (120°C)	k_E [V _{rms} /kmin ⁻¹]	60	77	77	103
Stillstandsstrom	I_0 [A _{rms}]	3,5	4,8	6,6	6,2
Bemessungsstrom	I_N [A _{rms}]	2,8	3,8	4,9	5,3
Spitzenstrom	I_{\max} [A _{rms}]	12	17,1	28,3	32,3
mechanische Daten					
Trägheitsmoment des Rotors	J_M [kgcm ²]	1,40	2,31	3,22	4,22
maximal zulässige mech. Drehzahl	n_{\max} [min-1]	6000	6000	6000	6000
maximaler Schock (alle Richtungen)	S [m/s ²]	200	200	200	200
maximale Vibration	V [m/s ²]	50	50	50	50
Gewicht	m [kg]	4,3	5,8	7,5	9,2
thermische Daten					
thermische Zeitkonstante	t_{th} [min]	44	48	56	58
Ansprechschwelle Thermokontakt	T_{TK} [°C]	130	130	130	130

Abb. 5.2: Technische Daten eines Servomotors [22]

Servomotoren können ein Maximalmoment M_{\max} abgeben und sind dafür auch ausgelegt. Es muss zu jedem Zeitpunkt gelten $M_{\max} \geq |M_M(t)|$.

Neben der Bedingung, dass der Motor die geforderte Drehzahl in der geforderten Zeit überhaupt erreicht, müssen auch bezüglich der Motor-Standzeit Kompromisse eingegangen werden. Die Motorenhersteller geben dafür eine maximal zulässige Motordrehzahl n_{\max} an.

Um die grundlegenden Aspekte zur Motorauswahl hervorzuheben, beschränken wir uns zunächst auf Systeme mit konstanter Trägheit, wie z.B. Abb. 5.3, d.h., $J = \text{const}$. Außerdem soll nur das kinetische Moment signifikant sein, das statische und das Wirkmoment seien demgegenüber vernachlässigbar.

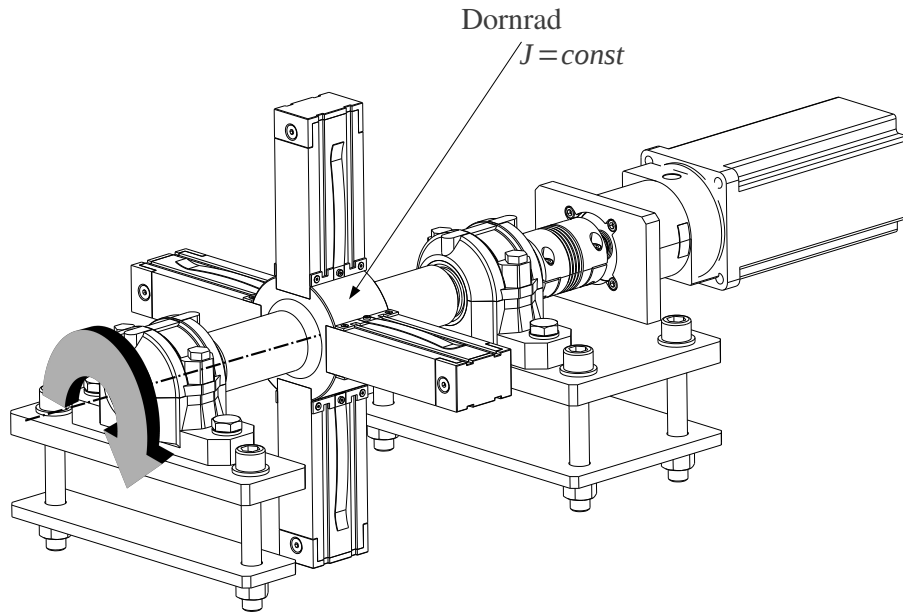


Abb. 5.3: Dornrad einer Faltschachtelmaschine, ein Beispiel für $J = \text{const}$.

Es reicht also die Forderung:

$$M_{\max} \geq \max |(J_{\text{red}} + J_M) \cdot \ddot{\varphi}_M(t)|, \quad (5.7)$$

unter Berücksichtigung der Tatsache, dass das Trägheitsmoment des Motors J_M nicht vernachlässigbar ist.

In Verarbeitungsmaschinen kommt es in der Regel auf sehr kurze Zykluszeiten an. Eine notwendige Bedingung dafür ist natürlich, dass die kinematisch geforderten Beschleunigungen auch tatsächlich erreicht werden. Aus Gl. 5.7 ergibt sich für die maximal erzielbare Winkelbeschleunigung:

$$\hat{\ddot{\varphi}}_M \leq \frac{M_{\max}}{J_{\text{red}} + J_M}. \quad (5.8)$$

Man kann diese Größe auch als Beschleunigungsvermögen des Antriebs bezeichnen, als eine notwendige Bedingung für die Tauglichkeit des ausgewählten Motors.

Jeder Elektromotor weist eine spezielle Kennlinie, die Momenten-Drehzahlkennlinie auf. In Analogie zu dieser kann man auch die „Last“ über der entsprechenden Winkelgeschwindigkeit bzw. Drehzahl am Motorzapfen antragen. Diese Vorgehensweise erweist sich als wesentlich aussagefähiger. Die Lastkennlinie sollte dann innerhalb der Motorkennlinie liegen.

Bei unserem **Beispiel** zum schnellen periodischen Bewegen des Dornrades von Abb. 5.3, analog zum Bewegen einer Transportkette oder auch von Packmittel, beschränken wir uns hier auf das kinetische Moment. Die Bewegung sei nach der Kubischen Parabel gesteuert [62]. Gesucht ist der qualitative Verlauf der Lastmoment-Drehzahlkennlinie M vs. n in normierter Darstellung.

Für die normierte Winkelgeschwindigkeit bzw. Winkelbeschleunigung gilt:

$$\begin{aligned}\varphi'_n &= 6 \cdot z - 6 \cdot z^2 \\ \varphi''_n &= 6 - 12 \cdot z.\end{aligned}$$

Das Lastmoment⁴ ergäbe sich gemäß Annahme aus dem Beschleunigungsverlauf φ''_n multipliziert mit dem Trägheitsmoment J .

Es handelte sich bisher um eine Darstellung über der „Zeit“ z und nicht über der Winkelgeschwindigkeit φ'_n bzw. Drehzahl. Da es einen eindeutigen Zusammenhang zwischen z , φ'_n und φ''_n gibt, substituieren wir den Parameter z

$$\begin{aligned}0 &= 6 \cdot z - 6 \cdot z^2 - \varphi'_n \\ 0 &= z^2 - z + \frac{1}{6} \cdot \varphi'_n \\ z_{1/2} &= \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1}{6} \cdot \varphi'_n}\end{aligned}$$

und setzen ihn in die o.g. Gleichung für φ''_n ein, woraus folgt:

$$\varphi''_n = \mp 6 \cdot \sqrt{1 - \frac{2}{3} \cdot \varphi'_n} \quad \text{mit } 0 \dots \varphi'_n \dots c_v. \quad (5.9)$$

Der Verlauf des Lastmomentes über der Drehzahl wird also dem in Abb. 5.4 gezeigten Verlauf der normierten Beschleunigung für die kubische Parabel entsprechen. Dargestellt sind hier auch weitere Bewegungsgesetze.

⁴normiert

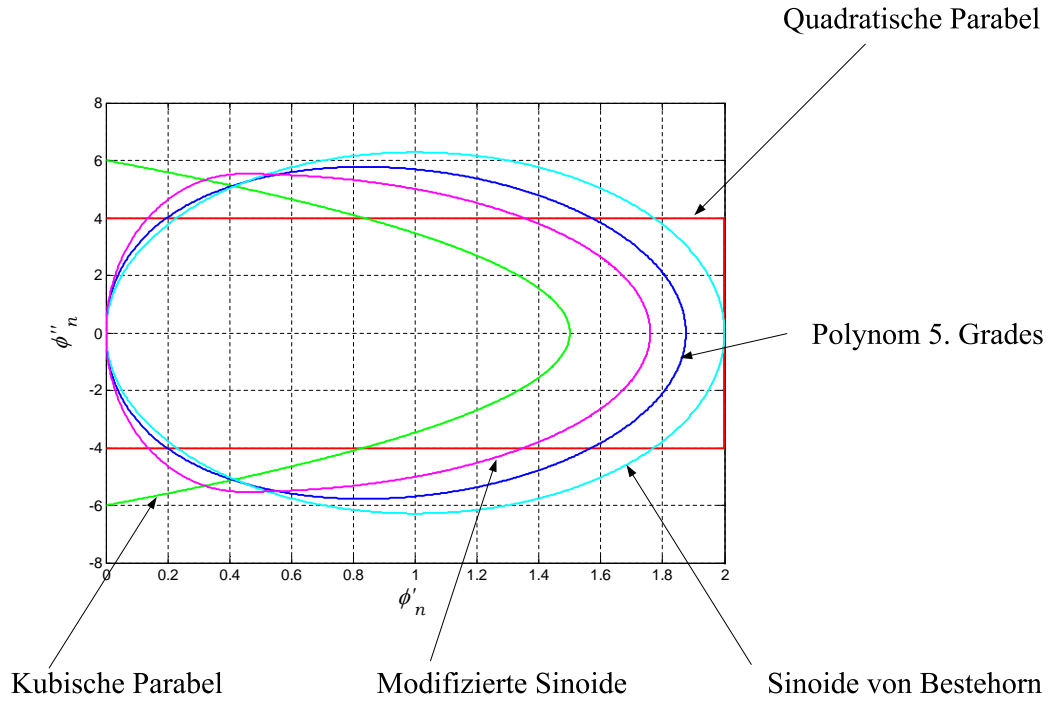


Abb. 5.4: Beschleunigung vs. Geschwindigkeit verschiedener Bewegungsgesetze

Wir untersetzen die Überlegungen noch mit exemplarischen Daten:
 Das Dornrad soll taktweise innerhalb von $T=0.450\text{s}$ um jeweils 90° fortlaufend gedreht werden, eine R-R Bewegung nach kubischer Parabel mit $\varphi_H = \pi/2$. Verwendet wird ein Motor SH-10050030 nach Abb. 5.2. Zwischen Motor und Dornrad wurde ein Getriebe mit $i=50$ gesetzt, das gesamte vom Motor zu überwindende Trägheitsmoment betrage $J_{\text{ges}} = 9.87 \cdot 10^{-4} \text{ kgm}^2$. Die maximale Drehzahl des Motors errechnet sich, in Analogie zu Gl. 5.5, mit:

$$\hat{n}_M = i \cdot \frac{\varphi_H}{T} \cdot c_v \cdot \frac{60\text{s}}{2\pi} = i \cdot 50 \frac{1}{\text{min}} \quad (5.10)$$

zu $\hat{n}_M = 2500 \text{ 1/min}$. Das maximale erforderliche Moment ergibt sich zu 2.3 Nm mit:

$$\hat{M}_M = J_{\text{ges}} \cdot \frac{i \cdot \varphi_H}{T^2} \cdot c_a. \quad (5.11)$$

In Abb. 5.5 ist der theoretische Verlauf dieser Lastkennlinie in ein Motorkennlinien-Diagramm eingezeichnet. Sie liegt noch innerhalb des zulässigen Bereiches, zu keiner Zeit wird das maximal zulässige Motormoment überschritten.

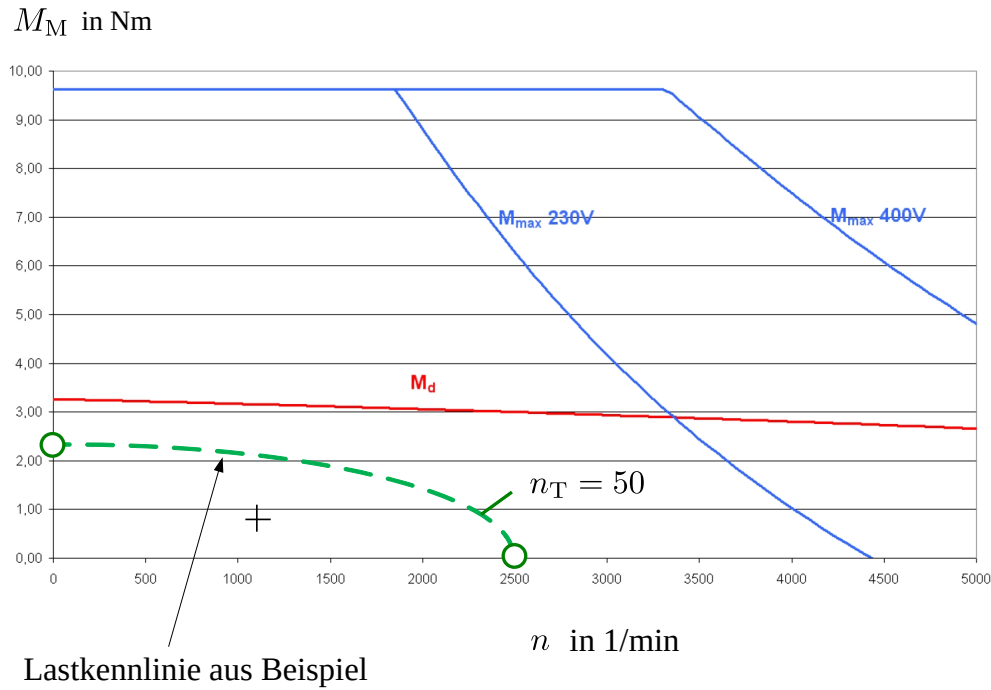


Abb. 5.5: Motorenkennlinie eines Servomotors (Fa. ELAU, SH-100 50 030) [22]

An dieser Stelle sei noch darauf hingewiesen, dass zur Bestimmung des maximalen Motormomentes auch Zustände wie Kollision oder *Not-Aus* eine große Bedeutung haben. Müssen Antriebe aufgrund von Forderungen aus der EG-Maschinenrichtlinie bei *Not-Aus* in vorgegebener kurzer Zeit zum Stillstand gebracht werden, können hierfür wesentlich höhere Motormomente erforderlich sein. Eine genügend große Reserve ist in solchen Fällen erforderlich, führt zu größeren Motoren und damit eventuell zu vorschnellem Verdacht auf Überdimensionierung.

Das Hauptproblem für Elektromotoren und deren Dauereinsatz ist aber ihre Erwärmung. Im Servomotor existiert eine direkte Proportionalität zwischen dem Motormoment M_M und dem elektrischen Motorstrom. Dieser Motorstrom erzeugt richtungsunabhängig aufgrund der ohmschen Widerstände eine Verlustwärme, die proportional zum Effektivwert dieses Stromes ist. Zur Beurteilung der Wärmeentwicklung genügt es daher, den **Effektivwert** bzw. quadratischen Mittelwert (rms) des Motormomentes zu betrachten. Der Effektivwert des Motormomentes berechnet sich wie folgt:

$$M_{\text{Meff}} = \sqrt{\frac{1}{T_T} \cdot \int_0^{T_T} M_M(t)^2 dt}. \quad (5.12)$$

Die Berechnung dieses Wertes ist auch bei Berücksichtigung aller Momentenanteile, siehe Gl. 6.3, sehr einfach zu bewerkstelligen. Der Effektivwert des Motormomentes muss kleiner gleich dem vom Motorhersteller angegebenen Motornennmoment für den Dauereinsatz⁵ sein.

Für eine schnelle, getaktete Bewegung mit dem Bewegungszeitanteil b , siehe Gl. 3.1, sollen unterschiedliche Bewegungsgesetze auf ihre Wirkung hinsichtlich Motor-Erwärmung geprüft werden. Das kinetische Moment ist direkt proportional zur Beschleunigung, so dass wir stellvertretend nur den Effektivwert einer Beschleunigung betrachten. Dieser ergibt sich zu:

$$\begin{aligned}
 a_{\text{eff}} &= \sqrt{\frac{1}{T_T} \cdot \int_0^{T_T} a(t)^2 dt} \\
 &= \sqrt{\frac{1}{T_T} \cdot \left[\int_0^T a(t)^2 dt + \underbrace{\int_T^{T_T} a(t)^2 dt}_{=0} \right]} \\
 &= \sqrt{\frac{1}{T_T} \cdot \frac{s_H^2}{T^4} \cdot T \cdot \int_0^1 s_n''^2(z) dz}, \tag{5.13}
 \end{aligned}$$

vgl. Gl. 3.2.

Mit $T = b \cdot T_T$, siehe Gl. 3.1, ergibt sich weiter:

$$\begin{aligned}
 a_{\text{eff}} &= \frac{s_H}{T_T^2} \cdot \sqrt{\frac{1}{b^3} \cdot \int_0^1 s_n''^2(z) dz} \\
 a_{\text{eff}} &= \left(\frac{n_T}{60 \text{ s}} \right)^2 \cdot s_H \cdot \sqrt{\frac{1}{b^3} \cdot \underbrace{\int_0^1 s_n''^2(z) dz}_{c_{\text{ae}}}} \tag{5.14}
 \end{aligned}$$

Die zweite Wurzel in Gl. 5.14 ist vom gewählten normierten Bewegungsgesetz abhängig und entspricht dessen Effektivwert. Sie erhält das Symbol c_{ae} für den Effektivwert der normierten Beschleunigung.

⁵Bemessungsmoment

Für die Kubische Parabel ergibt sich beispielsweise:

$$c_{aeP3} = \sqrt{\int_0^1 \left(6 \cdot (1 - 2 \cdot z)\right)^2 dz}$$

$$= \sqrt{12} \approx 3.46.$$

Für weitere Bewegungsgesetze kann man ermitteln:

Einfache Sinoide:	$c_{aeSinus}$	= 3.49
Modifizierte Sinoide:	c_{aeMS}	= 3.90
Quadratische Parabel:	c_{aeP2}	= 4.00
3-4-5-Polynom:	c_{aeP345}	= 4.14
Bestehorn:	c_{aeBH}	= 4.44.

Als **Zahlenbeispiel** nehmen wir eine translatorische Rast-in-Rast-Bewegung mittels Modifizierter Sinoide an, $s_H = 0.1$, $n_T = 60$, $b = 1/3$, und können für den Effektivwert der Beschleunigung am Arbeitsorgan nach Gl. 5.14 direkt angeben:

$a_{eff} = 0.1 \cdot \sqrt{1/0.333^3} \cdot 3.9 = 2.03 \text{ [m/s}^2\text{]}$, siehe Abb. 5.6.

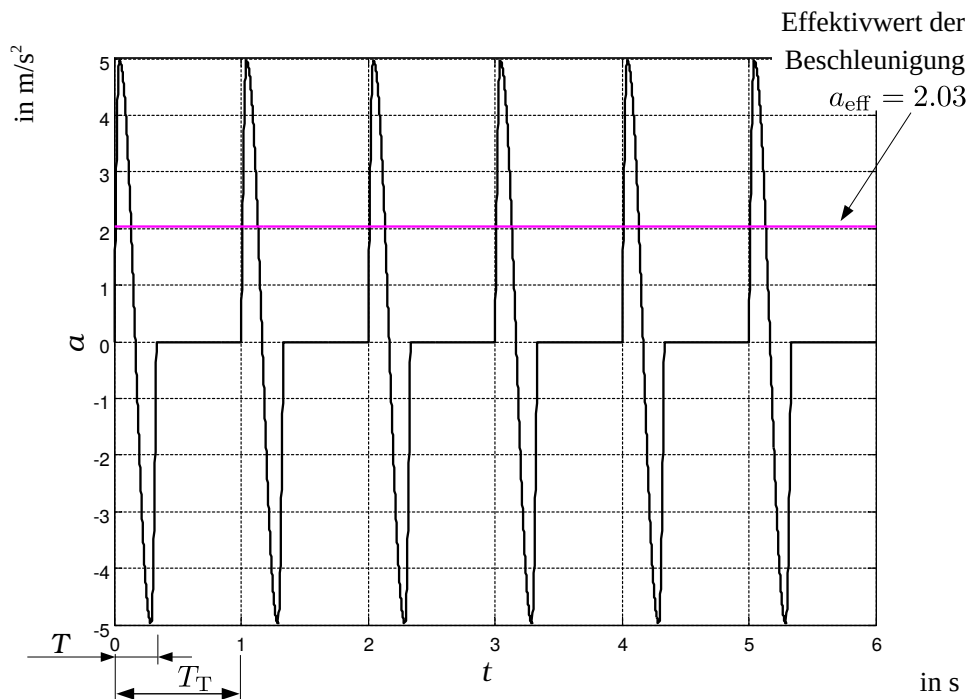


Abb. 5.6: Ein Beispiel zu Beschleunigungsverlauf und Effektivwert

Der Faktor $\sqrt{1/b^3}$ in Gl. 5.14 ist für die Effektivwerte ebenfalls interessant. Er beträgt bereits ab $b=63\%$ 2 bzw. ab $b=25\%$ 8, siehe Abb. 5.7. Falls die Effektivwerte also zu hoch sein sollten, muss entweder eine Bewegungscharakteristik mit niedrigerem c_{ae} -Wert genutzt, oder/und der Bewegungszeitanteil vergrößert werden.

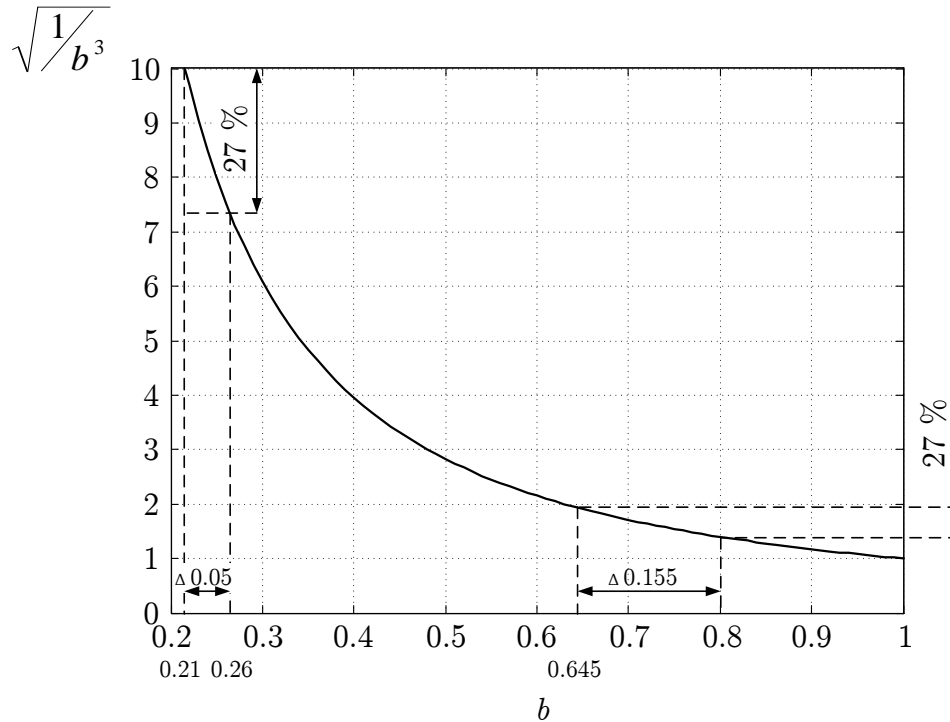


Abb. 5.7: Einfluss Bewegungszeitanteil b auf Effektivwert, siehe Gl. 5.14

Der Bewegungszeitanteil wird in der Regel durch den Prozess und die erforderliche Koordination der Arbeitsorgane vorgegeben. Sofern irgendwie möglich, würde aber insbesondere im vorderen Bereich von 20% ... 60% eine geringfügige Vergrößerung des Bewegungszeitanteils erheblich zur Entlastung beitragen können. Legen wir das Sparpotential von 27% bei der Substitution der Besthorn'schen durch die Einfache Sinoide zugrunde, siehe oben, würde der gleiche Effekt auch eintreten, wenn man nur den Bewegungszeitanteil z.B. von 21% auf 24.5% erhöht und die Besthorn-Sinoide beibehält. Je größer der Bewegungszeitanteil aber schon ist, umso weniger lohnt es sich noch über dessen Vergrößerung nachzudenken.

Für das Dornrad-Zahlenbeispiel von Seite 117, siehe auch Lastkennlinie Abb. 5.5 auf S. 118, benötigen wir noch diese Informationen: $T_R = 0.750\text{s}$ bzw. $b = 0.375$, $n_T = 50$ und können für den Effektivwert nun ebenfalls leicht ausrechnen:

$$\begin{aligned}\ddot{\varphi}_{\text{Meff}} &= i \cdot \left(\frac{50}{60\text{s}}\right)^2 \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{0.375^3}} \cdot \sqrt{12} \\ &= 822.7 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \\ M_{\text{eff}} &= J_{\text{ges}} \cdot \ddot{\varphi}_{\text{Meff}} \\ &= 0.81 \text{ Nm.}\end{aligned}$$

Um dieses Last-Effektivmoment in der Motorenkennlinie Abb. 5.5 platzieren zu können, ermitteln wir hierzu der Vollständigkeit halber auch die effektive Drehzahl. In Analogie zu Gl. 5.13 ergibt sich:

$$\begin{aligned}\dot{\varphi}_{\text{eff}} &= \sqrt{\frac{1}{T_T} \cdot \int_0^{T_T} \dot{\varphi}(t)^2 dt} \\ &= \sqrt{\frac{1}{T_T} \cdot \left[\int_0^T \dot{\varphi}(t)^2 dt + \underbrace{\int_T^{T_T} \dot{\varphi}(t)^2 dt}_{=0} \right]} \\ &= \sqrt{\frac{1}{T_T} \cdot \left[\int_0^T \left(\frac{\varphi_H}{T} \cdot \left(6 \cdot \left(\frac{t}{T} \right) - 6 \cdot \left(\frac{t}{T} \right)^2 \right) \right)^2 dt \right]} \\ &= \frac{\varphi_H}{T} \cdot \sqrt{\frac{T}{T_T} \cdot \frac{6}{5}}.\end{aligned}\tag{5.15}$$

Aus den konkreten Zahlen folgt für die effektive Winkelgeschwindigkeit am Dornrad: $\dot{\varphi}_{\text{Deff}} = 2.3416 \text{ rad/s}$ bzw. 22.36 1/min . Mit der im Beispiel gewählten Getriebeübersetzung $i = 50$ ergibt sich am Motorzapfen eine Effektivdrehzahl von $n_{\text{Meff}} = 1118 \text{ 1/min}$, siehe Abb. 5.8.

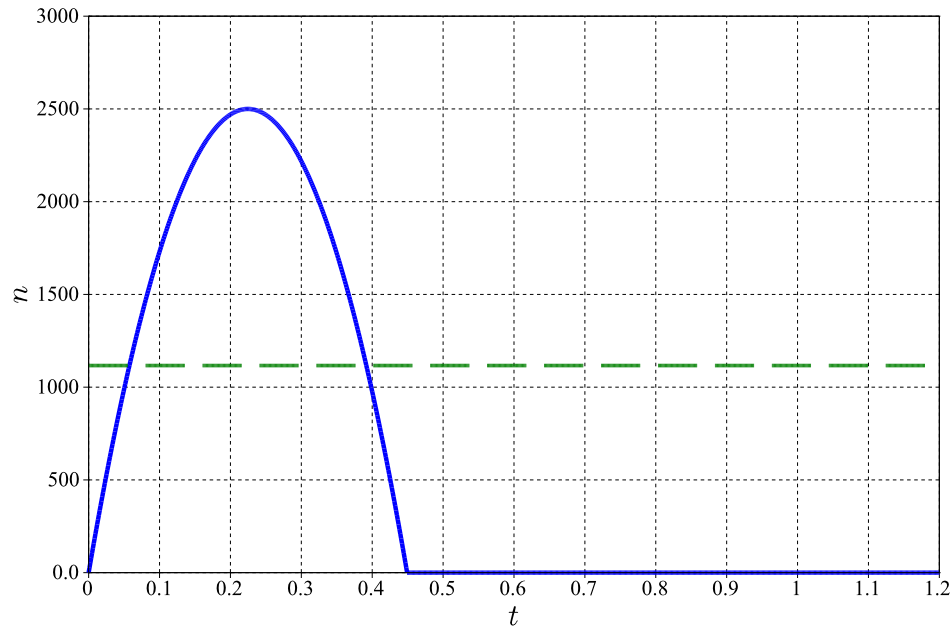


Abb. 5.8: Motor-Drehzahlverlauf und Effektivwert (Beispiel Dornrad)

Damit können wir nun auch den effektiven Arbeitspunkt in Abb. 5.5 einzeichnen⁶.

⁶schwarzes Kreuz

5.4 Ein günstiges Getriebe

Wenn auch an erster Stelle die Vermeidung eines zusätzlichen Getriebes steht, ist in den meisten Fällen eine qualifizierte Motorauswahl ohne zusätzliche Übersetzung i wenig sinnvoll, siehe hierzu auch die auf S. 25 genannten Gründe. Für Servoantriebe in Verarbeitungsmaschinen haben sich hierfür kompakte Planetengetriebe weitgehend durchgesetzt. Diese werden meist direkt an den Servomotor montiert und bilden mit ihm eine kompakte Einheit, bei der man das Getriebe mitunter nur bei genauem Hinsehen erkennt. Diese Getriebe zeichnen sich durch ein geringes durch den Motor zu bewältigendes Massenträgheitsmoment aus und sind auch für hohe Drehzahlen sehr gut geeignet. Nachfolgende Aspekte gelten aber auch für Übersetzungen mit Zugmitteln⁷ oder konventionelle Stirnradgetriebe.

Anhand eines einfachen Strukturmodells gemäß Abb. 5.9 soll die prinzipielle Vorgehensweise zur Auswahl einer günstigen Getriebeübersetzung kurz wiederholt werden. Eine rotierende Trägheit J_L , z.B. eine Packmittel-Abzugswalze, soll periodisch einen Packmittelabschnitt fördern, berücksichtigt wird hier wieder nur das kinetische Moment. Zwischen Motor und Walze setzen wir ein Getriebe mit der Übersetzung i und der Eigen-Rotationsträgheit J_G .

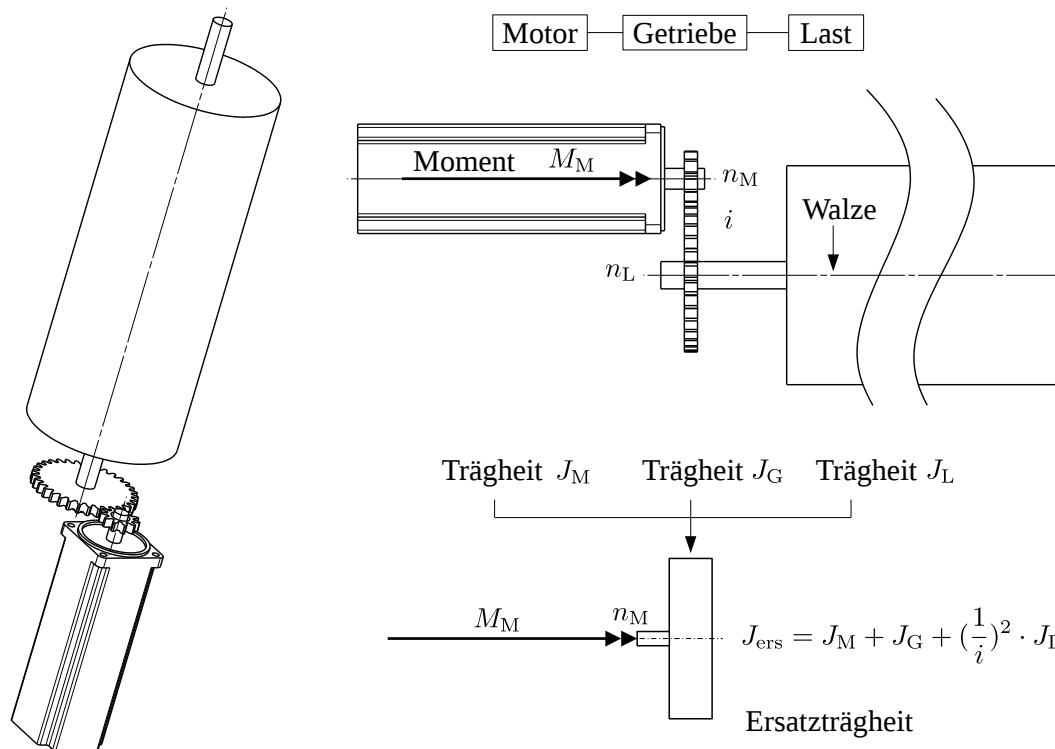


Abb. 5.9: Strukturmodell

⁷z.B. Zahnriemen, Ketten

Das Übersetzungsverhältnis wird üblicherweise definiert als das Verhältnis zwischen Antriebsdrehzahl und Abtriebsdrehzahl, hier also:

$$i = \frac{n_M}{n_L}. \quad (5.16)$$

Man übersetzt „ins Langsame“, wenn $i > 1$ ist.

Aus der Leistungsbilanz am Getriebe ergibt sich das auf die Motorwelle reduzierte Lastträgheitsmoment:

$$J_{\text{red}} = \left(\frac{1}{i}\right)^2 \cdot J_L \quad (5.17)$$

und aus Gl. 5.1 folgt :

$$\left[J_M + J_G + \left(\frac{1}{i}\right)^2 \cdot J_L \right] \cdot \ddot{\varphi}_M = M_M. \quad (5.18)$$

Da die gewünschte Bewegung am Abtrieb als Sollwertvorgabe bekannt ist, wird daraus mit dem ebenso bekannten Zusammenhang $\ddot{\varphi}_M = i \cdot \ddot{\varphi}_L$:

$$\left[i \cdot (J_M + J_G) + \left(\frac{1}{i}\right) \cdot J_L \right] \cdot \ddot{\varphi}_L = M_M. \quad (5.19)$$

Bei vorgegebener Abtriebsbeschleunigung wird also am Motor ein Moment benötigt, welches sich aus einem mit i linear ansteigenden Anteil sowie einem mit $1/i$ fallenden Anteil zusammensetzt, siehe Gl. 5.19. Diese Anteile sind gewichtet mit ihren jeweiligen Trägheitsmomenten. Irgendwo wird also bei Variation der Größe i ein Minimum an erforderlichem Motormoment zur Erreichung der geforderten Winkelbeschleunigung $\ddot{\varphi}_L$ existieren. Dies findet man leicht durch Nullsetzen der Ableitung der Größe M_M nach der Variablen i :

$$\begin{aligned} \frac{dM_M}{di} &= \left[J_M + J_G - \left(\frac{1}{i}\right)^2 \cdot J_L \right] \cdot \ddot{\varphi}_L \\ 0 &= J_M + J_G - \left(\frac{1}{i}\right)^2 \cdot J_L \\ i_{\text{opt}}^2 &= \frac{J_L}{J_M + J_G}. \end{aligned} \quad (5.20)$$

Die Suche nach einer günstigen Übersetzung setzt natürlich Kenntnisse oder Annahmen über die Größen J_G und J_M voraus. Startwerte können aus entsprechenden

Datenblättern genommen werden, siehe Abb. 5.10 und 5.11. Das so gefundene i_{opt} wird aber letztlich nur in der Nähe eines tatsächlich verfügbaren Getriebes liegen können.

Leistungswerte:		i	PG 25/1	PG 100/1	PG 200/1	PG 500/1	PG 1200/1	PG 3000/1
Nenn- Abtriebsmoment Auch bei S1 Betrieb zulässig	T_{2N} [Nm]	3	-	-	120	280	720	1 800
		4	25	85	170	420	1 020	2 500
		5	25	100	200	500	1 200	3 000
		7	25	85	170	420	1 020	2 500
		10	20	60	120	280	720	1 800
NOT-AUS-Moment ¹⁾	$T_{2\text{Not}}$ [Nm]	3	-	-	400	840	2 160	5 400
		4	100	280	560	1 260	3 060	7 500
		5	100	330	660	1 500	3 600	9 000
		7	80	280	560	1 260	3 060	7 500
		10	80	200	400	840	2 160	5 400
max. Beschleunigungs- moment ²⁾	T_{2B} [Nm]	3	-	-	220	560	1 440	3 000
		4	50	170	340	840	2 040	5 000
		5	50	200	400	1 000	2 400	6 000
		7	50	170	340	840	2 040	5 000
		10	40	110	220	560	1 440	3 000
max. Antriebsdrehzahl ⁵⁾	$n_{1\text{Max}}$ [min ⁻¹]	3	-	-	4 000	3 200	2 500	2 000
		4	5 000	5 000	4 000	3 200	2 500	2 000
		5	6 300	6 300	5 000	4 000	3 200	2 500
		7	8 000	8 000	6 300	5 000	4 000	3 000
		10	10 000	10 000	8 000	6 300	5 000	3 500
Nenn-drehzahl am Antrieb	n_{1N} [min ⁻¹]	3	-	-	2 300	1 800	1 300	800
		4	3 000	3 000	2 500	2 000	1 500	1 000
		5	4 000	4 000	3 000	2 500	2 000	1 200
		7	5 000	5 000	4 000	3 000	2 500	1 500
		10	6 000	6 000	5 000	4 000	3 000	2 000
Verdrehspiel standard reduziert ³⁾	[arcmin]		≤ 6	≤ 6	≤ 4	≤ 4	≤ 4	≤ 4
			≤ 3	≤ 3	≤ 2	≤ 2	≤ 2	≤ 2
Verdrehsteifigkeit	C_t [Nm/ arcmin]		3,5	8,2	24	48	149	340
Massenträgheits- moment	I_1 [kg cm ²]	3	-	-	2,8	8,2	36	128
		4	0,16	0,55	2,0	6,75	24,5	97,6
		5	0,16	0,47	1,64	5,54	18,8	76,4
		7	0,15	0,41	1,36	4,59	14,5	59,9
		10	0,14	0,38	1,22	4,1	12,3	51,1

Abb. 5.10: Technische Daten eines Planetengetriebes, einstufig [96]

Wir schauen auf das bereits auf Seite 118 untersuchte Beispiel in Abb. 5.12. Mit den Angaben für das Dornrad $J_L = 20000 \cdot 10^{-4} \text{ kgm}^2$ ergibt sich, dass das Abtriebsmoment am Getriebe bzw. das an der Dornradwelle wirkende kinetische Moment maximal 93 Nm beträgt⁸. Wenn wir z.B. ein Getriebe aus dem Angebot nach Abb. 5.10 und 5.11 auswählen und dort das maximal zulässige Beschleunigungsmoment am Abtrieb nicht überschreiten möchten, sollte es zunächst ein Getriebe des Typs „PG100“ sein. Ob nun ein- oder zweistufig kann festgestellt werden, dass für dessen Trägheitsmoment $J_G = 0,47 \cdot 10^{-4} \text{ kgm}^2$ angenommen werden kann. Prinzipiell wären alle Übersetzungsvarianten dieses Typs geeignet, welche sich in ihren Trägheitsmomenten glücklicherweise kaum unterscheiden.

⁸ $M_L = J_L \cdot \varphi_H / T^2 \cdot c_a$; für Kubische Parabel gilt $c_a=6$

Leistungswerte:		i	PG 25/2	PG 100/2	PG 200/2	PG 500/2	PG 1200/2
Nenn-Abtriebsmoment	T_{2N} [Nm]	20, 35, 40, 70 25, 50 100	25 25 20	85 100 60	170 200 120	420 500 280	1 020 1 200 720
NOT-AUS-Moment ¹⁾	T_{2Not} [Nm]	20, 35, 40, 70 25, 50 100	100 100 80	280 330 200	560 660 400	1 260 1 500 840	3 060 3 600 2 160
max. Beschleunigungs- moment ²⁾	T_{2B} [Nm]	20, 35, 40, 70 25, 50 100	50 50 40	170 200 110	340 400 220	840 1 000 560	2 040 2 400 1 440
max. Antriebsdrehzahl ⁵⁾	n_{1Max} [min ⁻¹]	20, 25, 35, 40, 50, 70, 100	6 300 10 000	6 300 10 000	5 000 8 000	4 000 6 300	3 200 5 000
Nenn-drehzahl am Antrieb	n_{1N} [min ⁻¹]	20, 25, 35, 40, 50, 70, 100	4 000 6 000	4 000 6 000	3 000 5 000	2 500 4 000	2 000 3 000
Verdrehspiel standard reduziert ³⁾	[arcmin]		≤ 8 ≤ 6	≤ 8 ≤ 6	≤ 6 ≤ 4	≤ 6 ≤ 4	≤ 6 ≤ 4
Verdrehsteifigkeit	C_t [Nm/ arcmin]		3,5	8,2	24	48	149
Massenträgheits- moment	I_l [kg cm ²]	20 25 35 40 50 70 100	0,12 0,12 0,12 0,10 0,10 0,10 0,10	0,47 0,47 0,47 0,47 0,47 0,46 0,46	1,56 1,54 1,53 1,44 1,44 1,44 1,44	5,29 5,25 5,21 4,96 4,96 4,94 4,94	6,95 6,70 6,53 5,51 5,45 5,42 5,39

Abb. 5.11: Technische Daten eines Planetengetriebes, zweistufig [96]

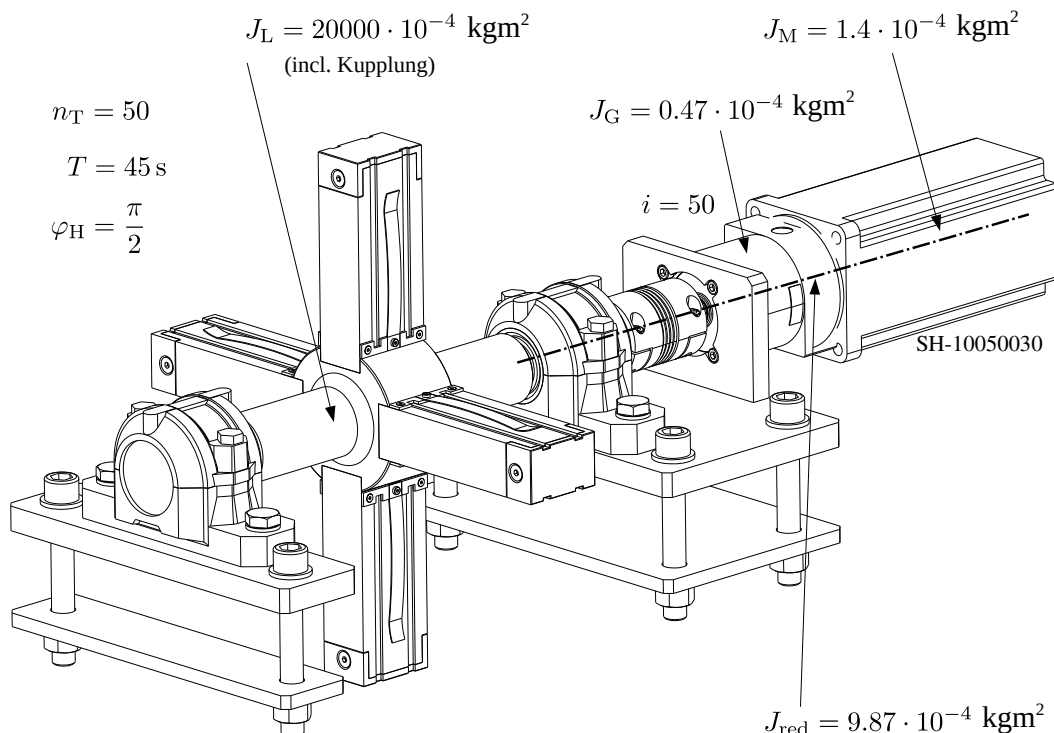


Abb. 5.12: Antrieb Dornrad einer Faltschachtelmaschine

Mit den Angaben vom Motor $J_M = 1.4 \cdot 10^{-4} \text{ kgm}^2$ ergibt sich $i_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{20000}{1.87}} = 103.4$.

Würde man also z.B. $i=100$ wählen (PG100/2), erhielte man eine Maximaldrehzahl von 5000 1/min. Das vom Motor zu überwindende Gesamtträgheitsmoment würde sich auf $(1.4 + 0.47 + 2) \cdot 10^{-4} \text{ kgm}^2$ verringern, womit sich ein maximal erforderliches Motormoment von $\hat{M}_M = 1.8 \text{ Nm}$ ergäbe. Immerhin 21 % weniger als bei $i=50$!

In Abb. 5.13 ist die entsprechende Kennlinie sowie die für $i=25$ hinzugefügt. Wie man allerdings auch sieht, kommt dann für $i=100$ nur ein 400V-Betrieb in Betracht!

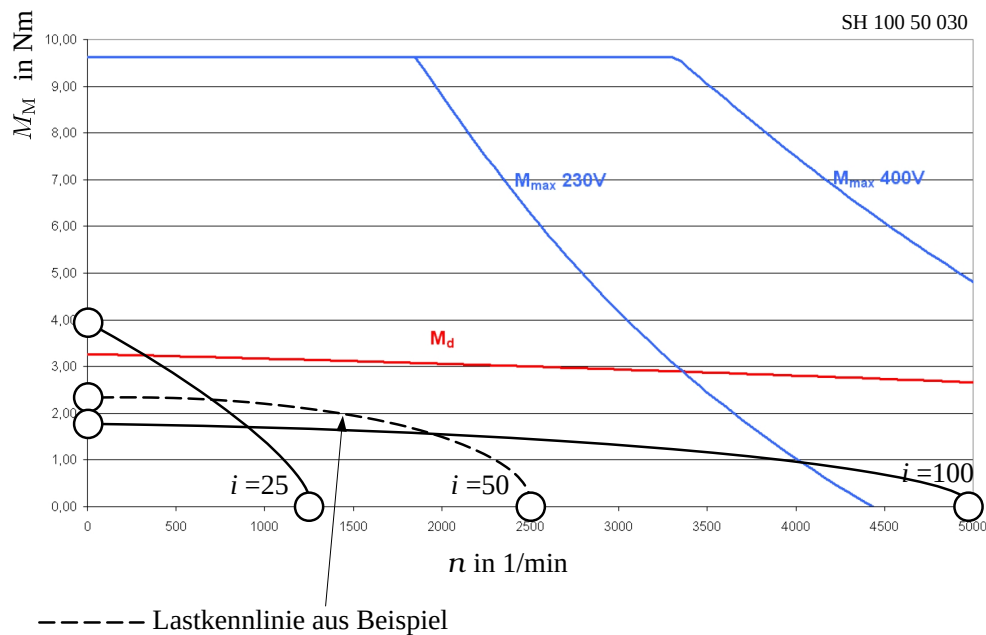


Abb. 5.13: Lastkennlinie bei unterschiedlicher Übersetzung

Aus Gl. 5.11 kann man auch passend zum Beispiel eine andere Darstellung für das maximale kinetische Moment gewinnen:

$$\begin{aligned}\hat{M}_M(i) &= \left(J_M + J_G + \frac{1}{i^2} \cdot J_L \right) \cdot i \cdot \frac{\varphi_H}{T^2} \cdot c_a \\ \hat{M}_M(i) &= \underbrace{\left(J_M + J_G \right) \cdot i \cdot 46.542 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}}_{M_1} + \underbrace{\left(\frac{1}{i} \cdot J_L \right) \cdot 46.542 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}}_{M_2}\end{aligned}$$

Wie man in Abb. 5.14 erkennen kann, liegt das Minimum des zu erwartenden kinetischen Antriebsmomentes im Bereich von $i=103$. Eine noch größere Übersetzung, sofern man im konkreten Beispiel überhaupt ein passendes Getriebe fände, würde wieder zu einer Erhöhung des erforderlichen Motormomentes führen.

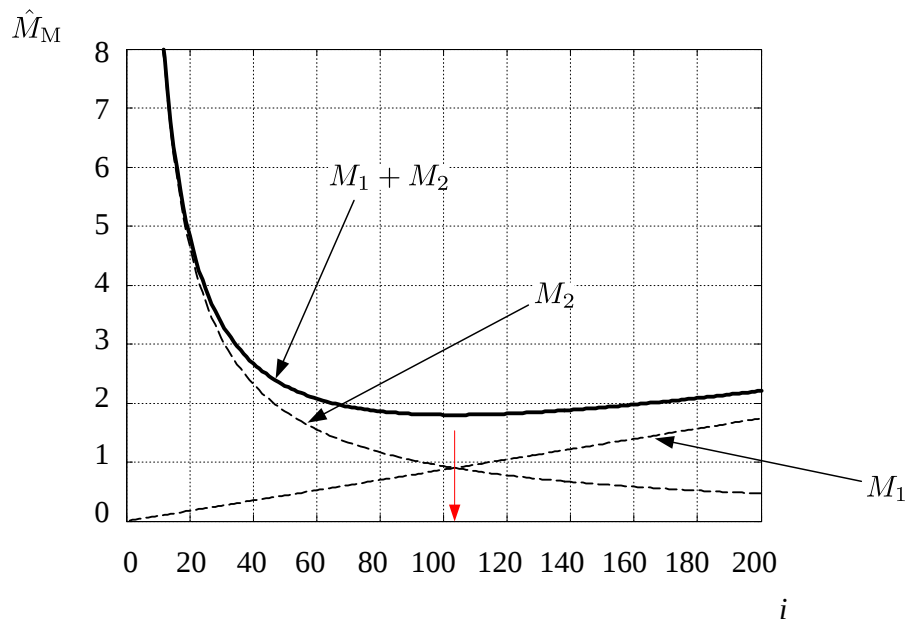


Abb. 5.14: Anteile am kinetischen Moment

Bisherige Überlegungen beziehen sich lediglich auf kinetische Momente, die insbesondere bei hochproduktiven Verarbeitungsmaschinen interessant sind. Es gibt aber noch weitere Aspekte zur Getriebeauswahl, anschaulich dargestellt z.B. in [57]:

„... Der effektive Arbeitspunkt des Motors wird im Wesentlichen durch den Motorstrom und der daraus folgenden thermischen Erwärmung des Motors begrenzt. Der maximale Arbeitspunkt wird zum einen am Strom

begrenzt, den der Motor maximal aufnehmen kann. Und zum anderen, bei höheren Drehzahlen, an der Netzspannung, um den gewünschten Strom noch einprägen zu können. Zusätzlich haben sich bei Servomotoren sogenannte „Drehzahlklassen“ etabliert, welches bei Standardasynchronmotoren die Wicklungsberechnung darstellt. Höhere Drehzahlklassen nutzen den Motor leistungsmäßig höher aus. Die Drehzahlklassen sind kostenneutral in der Anschaffung. Somit ist aus Sicht des Motors eine hohe Drehzahlklasse und damit eine hohe Getriebeübersetzung günstiger als eine kleine ...

... Das Massenträgheitsverhältnis von Last zu Motor hat wesentlichen Einfluss auf die Größe der Antriebskomponenten und auf die Regelungstechnik. (Anmerkung der Red.: es ist hier das Verhältnis von Motorträgheitsmoment zu mittels i reduziertem Lastträgheitsmoment gemeint, welches bei i_{opt} nach Gl. 5.20 1:1 beträgt) Ist das Massenträgheitsverhältnis zu klein: (Anmerkung der Red.: also i zu groß) beschleunigt der Motor zum größten Teil sich selber, entstehen unnötige Getriebeverluste bzw. Erwärmung, wird die Bremse im Notaus höher belastet, wird der Verstärker zu groß, wegen hohem J_M .

... Bei einem Verhältnis von 1:1 (Anmerkung der Red.: bei i_{opt}) hat der Motor die größte Dynamik ... Ein Verhältnis von ungefähr 8:1 ist für das Gesamtsystem als optimal anzusehen. Ab einem Verhältnis von 15:1 und größer muss das Ganze zusätzlich regelungstechnisch betrachtet werden ...“ [57].

Durch das G-Getriebe ändert sich der qualitative Zeitverlauf des Momentes nicht, weshalb hier das Minimum an kinetischem Moment durch i_{opt} unmittelbar auch ein Minimum an Effektivmoment zur Folge hat. Mit dem Übersetzungsverhältnis nach Gl. 5.20 wird also ein Minimum an erforderlichem Motormoment bzw. ein Maximum an möglicher Beschleunigung bei gegebenem Motormoment und konstanter Last erzielt. Würde man ein optimales Anpassungsgetriebe für ein variables Trägheitsmoment suchen, also etwa beim Antrieb eines Mechanismus, könnte man natürlich auch analoge Überlegung anstellen unter Einbeziehung der Trägheitsverläufe, Reibung und äußerer Last. Hierbei macht es Sinn, nicht nur explizit das Maximalmoment zu minimieren, sondern auch den Ausdruck für das Effektivmoment. Erste interessante Vorschläge hierzu findet man in [5].

Abschließend sei noch auf das vom Hersteller angegebene Verdrehspiel des Getriebes hingewiesen. Dies ist nicht unbedeutend, zumal man es sehr häufig mit Vorzeichenwechsel im Momentenverlauf zu tun hat. Für das o.g. PG100/2 wird ein maximales Spiel von 8 Bogenminuten angegeben, was 0.002327 rad entspricht. Für beispielsweise eine Dornlänge auf dem diskutierten Dornrad von 200 mm ergibt dies bereits ein deutliches Spiel am äußeren Dornende von ≤ 0.45 mm. Auch wenn dies technologisch bzw. verarbeitungstechnisch u.U. nicht von Interesse ist, so kann dieses Spiel doch erheblich zu unerwünschten Effekten wie Schwingungen oder Verschleiß führen.

5.5 Übungsaufgaben

1. Warum ist die konventionelle Betrachtung eines Last-Arbeitspunktes in der Motorkennlinie bei einem lagegeregelten Servoantrieb einer Verarbeitungsmaschine nicht ausreichend? Was ist eine Lastkennlinie?
2. Der Packmittelabzug einer Hartkaramellenverpackungsmaschine mit Abzugslänge s_H soll über ein periodisch drehendes Walzenpaar erfolgen. Die Bewegung entspricht einer Rast-in-Rast Bewegung mit Bewegungszeitanteil b . Eine Walze mit der Rotationsträgheit $J_L/2$ und dem Radius r soll direkt mit einem Servomotor angetrieben werden, die zweite wird nur angedrückt. Wie groß ist theoretisch die maximal erreichbare Taktzahl \hat{n}_T bzw. Einstellausbringung im Dauereinsatz mit einem Motor, dessen Eigenträgheit J_M und dessen Bemessungs- bzw. Dauernennmoment M_d beträgt? Alle äußeren Lasten sollen ignoriert werden. Entwickeln Sie hierfür eine Gleichung!
(Lsg: $\hat{n}_T = 60 \text{ s} \cdot b^{3/4} \cdot \sqrt{\frac{M_d}{J_M + J_L} \cdot \frac{r}{c_{ae} \cdot s_H}}$)
3. Im Berechnungsbeispiel Dornradantrieb, siehe Abb. 5.5 auf S. 118, wurde festgestellt, dass der gewählte Motor bei Betrieb mit $n_T = 50$ Reserven aufweist. Bis zu welcher maximalen Taktzahl wäre er dann einsetzbar?
(Lsg: $\hat{n}_T = 91.2$)
4. Erläutern Sie die Vorgehensweise bei der Auswahl einer Motor-Getriebe-Kombination, z.B. für den Fall eines getakteten Dornradantriebes.

5. Für die Berechnung eines Packmittelabzuges, siehe Abb. 5.15, seien folgende Eingangsgrößen gegeben:

intermittierender Betrieb bzw. Rast-in-Rast-Bewegung, gewünschter Ausbringungsbereich 300 ... 700 Arbeitstakte/min, Packmittelabschnittslänge 50 ... 100 mm, Bewegungszeitanteil 70% bzw. 252° , Durchmesser der Abzugswalzen 40 mm, Gesamt-Trägheitsmoment der Abzugswalzen incl. auf Antrieb reduziertes Trägheitsmoment der Tänzerwalzen $J_L = 1.2 \cdot 10^{-4} \text{ kgm}^2$, Bahnspannkraft im Packmittel 6 N, Motortyp für Antrieb: SH-070 60 020 1 [22] (Download Opal), Direktantrieb der Walzen ohne zusätzliches Getriebe.

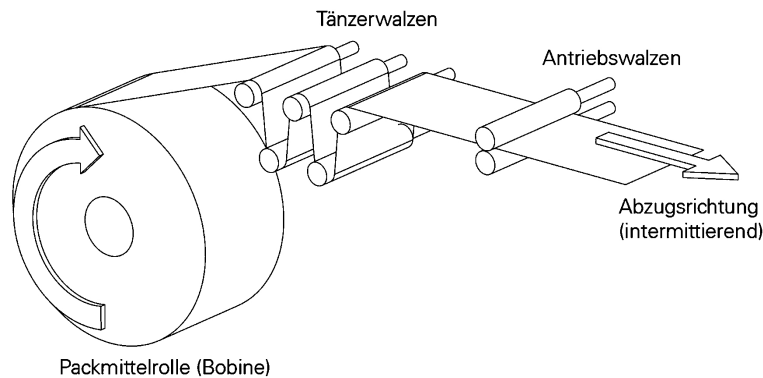


Abb. 5.15: Modell Packmittelabzug

- Wählen Sie als standardisiertes Bewegungsgesetz [62] die quadratische Parabel, die kubische Parabel, die harmonische Sinoide sowie die Bestehorn - Sinoide aus und zeichnen Sie die normierten Verläufe von Hub, Hubgeschwindigkeit und Beschleunigung auf.
- Geben Sie für den o.a. Bereich für Packmittelabschnittslänge und Taktzahl die jeweils auftretenden Maximalwerte von Packmittel-Geschwindigkeit, Packmittel-Beschleunigung sowie der entsprechenden Winkelgeschwindigkeit, Winkelbeschleunigung und Drehzahl des Motorzapfens an.
- Berechnen Sie die Maximalwerte des erforderlichen Antriebsmoments sowie der erforderlichen Leistung.
- Stellen Sie die Bewegungsgleichung für das Gesamtsystem Packmittel-Hauptabzug + Motor auf und berechnen Sie das Beschleunigungsvermögen des Gesamtsystems. Unter welchen Voraussetzungen ist der o.a. Motor für die Bewältigung dieser Aufgabe geeignet?
- Geben Sie die jeweils maximal erreichbaren Taktzahlen in Abhängigkeit von der Abschnittslänge an.
- Geben Sie für die berechneten tatsächlich möglichen Taktzahlbereiche die Motordrehzahlen an.
- Ermitteln Sie die Lastkennlinie $M_M(n)$ für die jeweils max. erreichbare Taktzahl und zeichnen Sie diese gemeinsam mit der Motorkennlinie auf.

6. Es soll die Transportkette innerhalb einer Verarbeitungsmaschine mit der wirksamen Masse $m = 300 \text{ kg}$ periodisch bewegt werden, siehe Abbildung 5.16. Der Hub beträgt jeweils $s_H = 100 \text{ mm}$. Die Bewegung innerhalb eines Maschinentaktes soll in der Zeit $T = 0.33 \text{ s}$ erfolgen, für deren Steuerung ein 3-4-5-Polynom [62] in Betracht gezogen wird. Der wirksame Radius des Kettenrades beträgt $r = 100 \text{ mm}$. Aufgrund der Reibung zwischen den Zellen und deren notwendiger Führung muss eine als konstant unterstellte Gleitreibungskraft von $F_R = 500 \text{ N}$ berücksichtigt werden. Zur Drehzahlanpassung befindet sich ein Planetengetriebe mit $i = 100$ und dem Trägheitsmoment $J_G = 1.6 \cdot 10^{-4} \text{ kgm}^2$ zwischen Kettenrad und E-Motor (in Abb. nicht dargestellt). Für den Elektromotor wird ein Läuferträgheitsmoment von $J_M = 1.4 \cdot 10^{-4} \text{ kgm}^2$ angenommen.

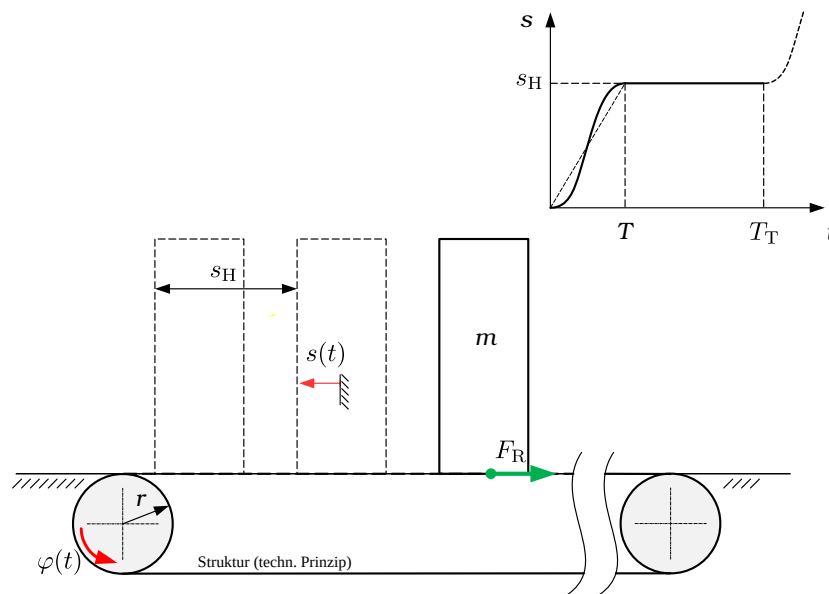


Abb. 5.16: Transportaufgabe

Für die Vorabschätzung der Eignung des MotionControl-Systems sind nun folgende Informationen, unter Betrachtung als starre Maschine, gesucht:

- Berechnen Sie für die Motorwelle die Maximalwerte von Winkelgeschwindigkeit und Winkelbeschleunigung in SI-Einheiten sowie die maximale Drehzahl der Motorwelle in 1/min.
Lsg.: $\hat{\varphi}_M = 569.69 \text{ rad/s}$, $\hat{\dot{\varphi}}_M = 5298.4 \text{ rad/s}^2$, $\hat{n}_M = 5440 \text{ 1/min}$.
- Wie groß ist das mindestens erforderliche maximale Motormoment? Annahme: Getriebe und Motor selbst seien reibungsfrei.
Lsg.: $\hat{M}_M = 3.179 \text{ Nm} + 0.5 \text{ Nm} = 3.68 \text{ Nm}$.
- Berechnen Sie die mindestens erforderliche Leistung (Spitzenwert). Zur Berücksichtigung der geschwindigkeitsabhängigen Verlustleistung genügt eine Abschätzung.
Lsg.: $\hat{P} = 1116.9 \text{ W} + 200 \text{ W} = 1330 \text{ W}$.

7. Das Dornrad einer diskontinuierlich arbeitenden, getakteten Karton- Faltmaschine, siehe Abb. 1.5, soll mit einem lagegeregelten Elektromotor (Servomotor) bewegt werden. Je Arbeitstakt muss das Dornrad um 60° weiterdrehen, um während der darauffolgenden Rast bestimmte Verarbeitungsvorgänge durchführen zu können, siehe Abb. 1.5. Folgende Daten bzw. Annahmen liegen zugrunde:

- Betrachtung als „starre Maschine“
- Trägheitsmoment des Dornrades um Drehachse: $J_D = 20 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
- Maschinen-Nennausbringung: 50 Takte/Minute
- Reibmoment in der Lagerung der Dornradwelle: $M_R = 50 \text{ Nm}$ (const)
- Bewegung nach VDI 2143 mit 3-4-5-Polynom
- Hub/Rast-Verhältnis 40/60 (40 % Bewegungszeit)
- Getriebe zwischen Motor und Dornradwelle mit $i=50$ (Übersetzung ins Langsame) sowie mit einem Trägheitsmoment: $J_G = 5 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
- Servomotor mit Läufer-Trägheitsmoment $J_M = 55 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, Nenn-dauerdrehmoment $M_{dN} = 11 \text{ Nm}$, maximale Drehzahl $n_{\max} = 3000 \text{ 1/min}$

Zur Auswahl des Motors und des Getriebes sind Abschätzungen gewünscht:

- a) Berechnen Sie für die Motorwelle die Maximalwerte von Winkelgeschwindigkeit, Winkelbeschleunigung (in SI-Einheiten) sowie die maximale Drehzahl der Motorwelle in 1/min.
Lsg.: $\hat{\varphi}_M = 205 \text{ rad/s}$, $\hat{\ddot{\varphi}}_M = 1311.27 \text{ rad/s}^2$, $\hat{n}_M = 1958.3 \text{ 1/min}$.
- b) Wie groß ist das mindestens erforderliche maximale Motormoment? Annahme: Getriebe und Motor selbst seien reibungsfrei.
Lsg.: $\hat{M}_M = 18.35 \text{ Nm} + 1 \text{ Nm} = 19.35 \text{ Nm}$.
- c) Wie groß ist die mindestens erforderliche Leistung? Zur Berücksichtigung der geschwindigkeitsabhängigen Verlustleistung genügt eine qualifizierte Näherung.
Lsg.: $\hat{P}_M = 2322 \text{ W} + 150 \text{ W} = 2472 \text{ W}$.
- d) Was ist über die Eignung des Motors für diese Aufgabe zu sagen?

8. Für die translatorische Bewegung eines Arbeitsorganes von der Rast-Position A in die Rast-Position B wird der Einsatz einer Linearachse mit Gewindetrieb erwogen, siehe Abb. 5.17.

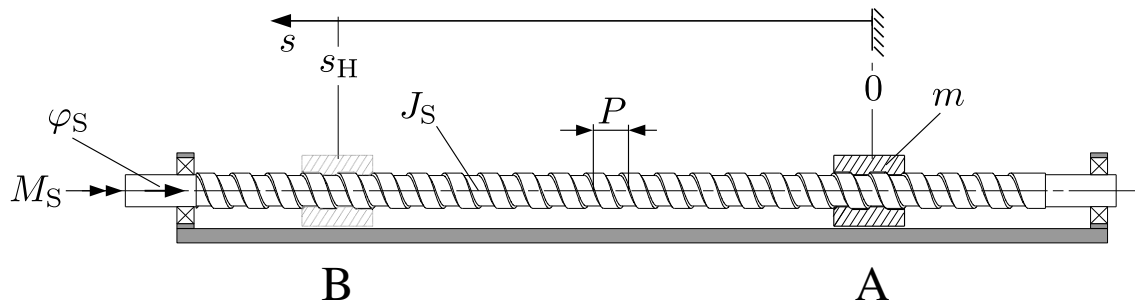


Abb. 5.17: Modell Lineareinheit

Folgende Daten bzw. Annahmen liegen zugrunde:

- Betrachtung als „starre Maschine“ ohne äußere Lasten und Reibung.
- Hub des Arbeitsorgans $s_H = 1$ m.
- Bewegungszeit für einen Hub $T = 0.75$ s.
- Die maximal zulässige Geschwindigkeit des Schlittens beträgt $v_{\max} = 2.5$ m/s.
- Die maximal zulässige Beschleunigung des Schlittens beträgt $a_{\max} = 20$ m/s².
- Die Spindelsteigung⁹ ist konstant und beträgt $P = 0.05$ m.
- Die translatorisch bewegte Gesamtmasse, Schlitten innerhalb der Linearachse sowie Masse des Arbeitsorgans, beträgt $m = 5$ kg.
- Massenträgheitsmoment der Spindel um ihre Längsachse:
 $J_S = 2.7 \cdot 10^{-4}$ kg · m²

- a) Wählen und nennen Sie ein ruckfreies Bewegungsgesetz für das Arbeitsorgan aus der Richtlinie VDI2143 [62], welches die genannten Bewegungsanforderungen erfüllt!
 (Es muss sein: $c_v \leq 1.875$ sowie $c_a \leq 11.25$. Gewählt wird daher die Modifizierte Sinuslinie mit $c_v = 1.76$, $c_a = 5.53$)
- b) Berechnen Sie, für das gewählte Bewegungsgesetz, die am Antriebszapfen der Lineareinheit auftretende maximale Winkelgeschwindigkeit $\hat{\varphi}_S$, die maximale Winkelbeschleunigung $\hat{\ddot{\varphi}}_S$ sowie die maximale Drehzahl \hat{n}_S !
 (Lsg.: $\hat{\varphi}_S = 294.8$ rad/s, $\hat{\ddot{\varphi}}_S = 1235.39$ rad/s², $\hat{n}_S = 2815.12$ min⁻¹)
- c) Wie groß ist, für das gewählte Bewegungsgesetz, das am Antriebszapfen auftretende maximale Lastmoment \hat{M}_S ?
 (Lsg.: $\hat{M}_S = 0.7246$ Nm)

⁹Hub pro Umdrehung der Spindelwelle

- d) Wie groß ist, für das gewählte Bewegungsgesetz, die am Antriebszapfen mindestens erforderliche Leistung \hat{P}_S ?
(Lsg.: $\hat{P}_S = 118.56 \text{ W}$)

6 Motor-U-Getriebe-Konfiguration

6.1 Zu Mechanismen allgemein

Für viele Anwendungsfälle mögen die bisher genannten Punkte zur Dimensionierung eines Bewegungssystems ausreichen. Die erforderliche Rückrechnung von Bewegungsvorgaben am Arbeitsorgan auf die entsprechende Motorachse ist z.B. für eine Abzugswalze, ein Transportband oder eine Hubspindel trivial. In Verarbeitungsmaschinen gibt es darüber hinaus aber viele Fälle, bei denen der Einsatz eines ungleichmäßig übersetzenden Getriebes, U-Getriebe oder auch Mechanismus genannt, insbesondere auch unter Nutzung eines Motion-Control-Systemes, nach wie vor sinnvoll oder gar notwendig ist. Siehe hierzu auch die bereits genannten Gründe auf S. 26.

Deren nichtlineare Übertragungsfunktion erschwert aber nicht nur die inverse Kinetik zur Ermittlung der Bewegungs-Sollgrößen am Motor. Es führt in der Regel auch zu ungewollten Störungen oder unerwartetem Systemverhalten. Die Berücksichtigung solcher U-Getriebe erfordert einen höheren Engineeringaufwand bei Systementwurf und Auslegung. Daher wollen wir uns im Folgenden kurz mit deren rechnerischen Analyse beschäftigen. Für den Status eines Entwurfes gehen wir davon aus, dass alle beteiligten Komponenten als starr angesehen werden können.

Ein Mechanismus stellt ein System mit nichtlinearer Übertragungsfunktion U dar. Der Zusammenhang zwischen der Eingangsgröße q und der Ausgangsgröße $U(q)$, siehe Abb. 6.1, ist aufgrund der unterstellten starren Glieder zeitunabhängig. Zu jeder Winkelstellung der Antriebswelle existiert eine bestimmte und zu jeder Periode wiederkehrende Position/Winkelstellung des Abtriebsgliedes.

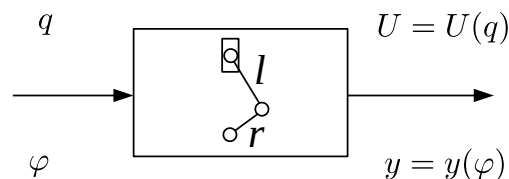


Abb. 6.1: Übertragungsfunktion

Eine anliegende zeitabhängige Eingangsgröße, z.B. $\varphi(t)$, bedeutet, dass $q = q(t)$ gilt und man kann folgende Zusammenhänge formal herleiten:

$$U(q) = U(q(t))$$

$$\begin{aligned}\dot{U}(q) &= \frac{dU(q(t))}{dt} \\ &= \frac{dU(q(t))}{dq} \cdot \frac{dq}{dt},\end{aligned}$$

$$\dot{U}(q) = U'(q) \cdot \dot{q}(q). \quad (6.1)$$

$$\ddot{U}(q) = U''(q) \cdot \dot{q}(q)^2 + U'(q) \cdot \ddot{q}(q). \quad (6.2)$$

Die Kenntnis dieser U-Funktionen sowie deren erster und zweiter Ableitung nach der Antriebskoordinate, oder auch generalisierten Koordinate, ist also von essentieller Bedeutung. Nicht nur für die eigentlich gewünschte Bewegungsumwandlung, sondern auch für die Berechnung des mindestens erforderlichen Antriebsmomentes sowie für die zielgerichtete Ableitung konstruktiver Maßnahmen zwecks Optimierung. Für deren Berechnung stehen eine Reihe von Software-Werkzeugen zur Verfügung, sowohl kommerzielle Produkte als auch freie. Bei den kommerziellen Produkten besitzen insbesondere die Stand-Alone-Produkte ADAMS, SimPack und RecurDyn eine große Bekanntheit. Häufig werden sie auch unter dem Oberbegriff *Mehrkörper-Simulationssystem* (MKS) geführt. In vielen CAD-Umgebungen (CAE) arbeiten diese auch als integriertes Simulationstool im Hintergrund. Die Benutzerfreundlichkeit dieser Programme ist mittlerweile so groß, dass man sich mit den Grundlagen der MKS-Berechnung nicht unbedingt auskennen muss, um an eine gut aussehende Bewegungsanimation oder ein nutzbares Rechenergebnis zu gelangen. Seit den 70er Jahren sind auch an vielen Hochschulen im Rahmen von Forschungsprojekten leistungsfähige Softwaretools entstanden. An der TU Dresden sind z.B. die Programme WinDAM [104] und GENESYS [24] für Lehre- und Forschungszwecke nutzbar.

Eine große Herausforderung für Software liegt zunächst in der Modellierung des Systems selbst. Will man mit einem Computerprogramm z.B. nicht nur eine einzige Klasse von Mechanismen, z.B. Viergelenke, berechnen, muss aus einer zeichnerischen Darstellung des Mechanismus bzw. einer Skizze erst ein berechnungsfähiges Modell erstellt werden. Hierin unterscheiden sich die Softwareprodukte erheblich, was aber z.B. durch eine Anwenderschulung relativ schnell unproblematisch wird. Intern, d.h. numerisch, können durchaus identische Strategien und Lösungsalgorithmen verfolgt sein.

Die Berechnung der Gliedlagen basiert auf der Lösung eines nichtlinearen Gleichungssystems und in fast allen Programmen näherungsweise¹.

¹Newton-Raphson-Verfahren

Etwas weniger Bekanntheit genießt die sogenannte *Modulmethode* bzw. das *Gliedergruppenkonzept*, was wir nachfolgend aber trotzdem etwas beleuchten. Insbesondere, weil sie aufgrund ihrer Anschaulichkeit, Schnelligkeit und Exaktheit sehr geeignet für rechenintensive Optimierungen oder modellbasierte Antriebssteuerungen ist.

Wie bereits in Kapitel 2.3 besprochen, ist ein Zwangslauf zwischen Arbeitsorgan, den dazwischenliegenden Komponenten sowie der Motorzapfenkoordinate nötig, da sonst die meisten Verarbeitungsprozesse nicht funktionieren würden. Dieser Zwangslauf ermöglicht dann auch eine eindeutigen Zuordnung der Stellung der beteiligte Glieder zum Wert einer bestimmten, generalisierten Koordinate, in der Regel die Motorzapfenkoordinate.

Aus Betrachtungen zum Energiehaushalt eines solchen mechanischen Systems ist die sogenannte *Bewegungsgleichung der starren Maschine* bekannt [17, S. 113]:

$$J(\varphi) \cdot \ddot{\varphi}(\varphi) + \frac{1}{2} \cdot J'(\varphi) \cdot \dot{\varphi}^2(\varphi) + U'(\varphi) + Q^* = M_M(\varphi), \quad (6.3)$$

worin hier $\varphi = \varphi(t)$ die von der Zeit t abhängige Antriebskoordinate ist, meist der Motorzapfenwinkel. Die Größe $J(\varphi)$ stellt das auf die Koordinate φ reduzierte Trägheitsmoment dar, welches bei *starrer Maschine* von der Stellung φ abhängig ist, M_M das Motormoment bzw. die treibende Kraft.

Würde man von einem starrgliedrigen anzutreibenden Mechanismus nur seinen Antriebszapfen mit der Koordinate φ sehen und wissen, dass nur eine stellungsabhängiges Massenträgheitsmoment „dahinter“ steht bzw. zu überwinden ist², dann könnte man sofort für die darin im Augenblick gespeicherte kinetische Energie notieren:

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot J \cdot \dot{\varphi}^2. \quad (6.4)$$

Da wir wissen, dass sich J über dem Winkel $0 \dots \varphi \dots 2\pi$ periodisch ändert, ergibt sich aus Gl. 6.4 formal:

$$E_{\text{kin}}(\varphi) = \frac{1}{2} \cdot J(\varphi) \cdot \dot{\varphi}^2(\varphi). \quad (6.5)$$

Die kinetische Energie des Zapfens ist abhängig vom augenblicklichen Drehwinkel φ sowie seiner Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}^2(\varphi)$.

²also z.B. eine horizontal liegende Kurbelschwinge, bei der die Gewichtskraft nur auf das Gestell wirkt

Betrachtet man nun die Änderung der kinetischen Energie gegenüber ihrer Koordinate φ , was ja die Folge eines wirkenden Momentes ist, ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 E'_{\text{kin}}(\varphi) &= \frac{dE_{\text{kin}}}{d\varphi} \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{d}{d\varphi} \left[J(\varphi) \cdot \dot{\varphi}^2(\varphi) \right] \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \left[J'(\varphi) \cdot \dot{\varphi}^2(\varphi) + 2 \cdot \dot{\varphi}(\varphi) \cdot \frac{d\dot{\varphi}(\varphi)}{d\varphi} \cdot \frac{dt}{dt} \cdot J(\varphi) \right] \\
 E'_{\text{kin}}(\varphi) &= J(\varphi) \cdot \ddot{\varphi}(\varphi) + \frac{1}{2} \cdot J'(\varphi) \cdot \dot{\varphi}^2(\varphi). \tag{6.6}
 \end{aligned}$$

Daher nennt man die beiden ersten Summanden in Gl. 6.3 auch „Kinetisches Moment“ M_{kin} . Am Motorzapfen ist ein Moment erforderlich, wenn die reduzierten Massen/ Trägheiten beschleunigt oder abgebremst werden und/oder sich das reduzierte Trägheitsmoment über eine Periode ändert. Letzteres ist bei Mechanismen und Kurvengetrieben in der Regel der Fall und muss dann auch Berücksichtigung finden.

Es wirken natürlich weitere Komponenten, siehe Abb. 6.2: Die Änderung der potentiellen Energie des Systems $U'(\varphi)$, etwa durch Federkräfte oder Heben/Senken von Getriebegliedern, erfordert einen weiteren Momentenanteil. Dieser ist nur von der Getriebestellung abhängig und nicht von Geschwindigkeit oder Beschleunigung. Er wird daher auch statisches Moment M_{stat} genannt. Manchmal ist dieser Anteil gegenüber dem kinetischen Moment vernachlässigbar klein. Insbesondere bei kurzen Zykluszeiten infolge hoher Ausbringung jenseits von 600 Takten/min.

Auch die in Lagern und Führungen vorhandene Reibung erfordert Energie und eine Komponente M_{Reib} . Nicht zuletzt verrichten Prozesskräfte zur Erfüllung der technologischen Aufgabe Arbeit Q^* . Diese eingepprägten Kräfte können einfacher Art sein, z.B. Press- und Haltekräfte. Häufig existiert aber auch hier eine gewisse Abhängigkeit von der Bewegungsgeschwindigkeit, wie z.B. beim Dosieren pastöser Füllgüter oder beim Rühren. In den meisten Fällen wird die Energie für diese Prozesskräfte nur in eine Richtung fließen, also verlorengehen. Man kann daher o.g. M_{Reib} mit Q^* als Verlust- oder Wirkmoment M_{W} zusammenfassen. Wenn die Rede vom Antriebsmoment eines Motors sein wird, von dessen Minimierung oder Interpretation, dann sollte dessen Zusammensetzung immer hinterfragt werden.

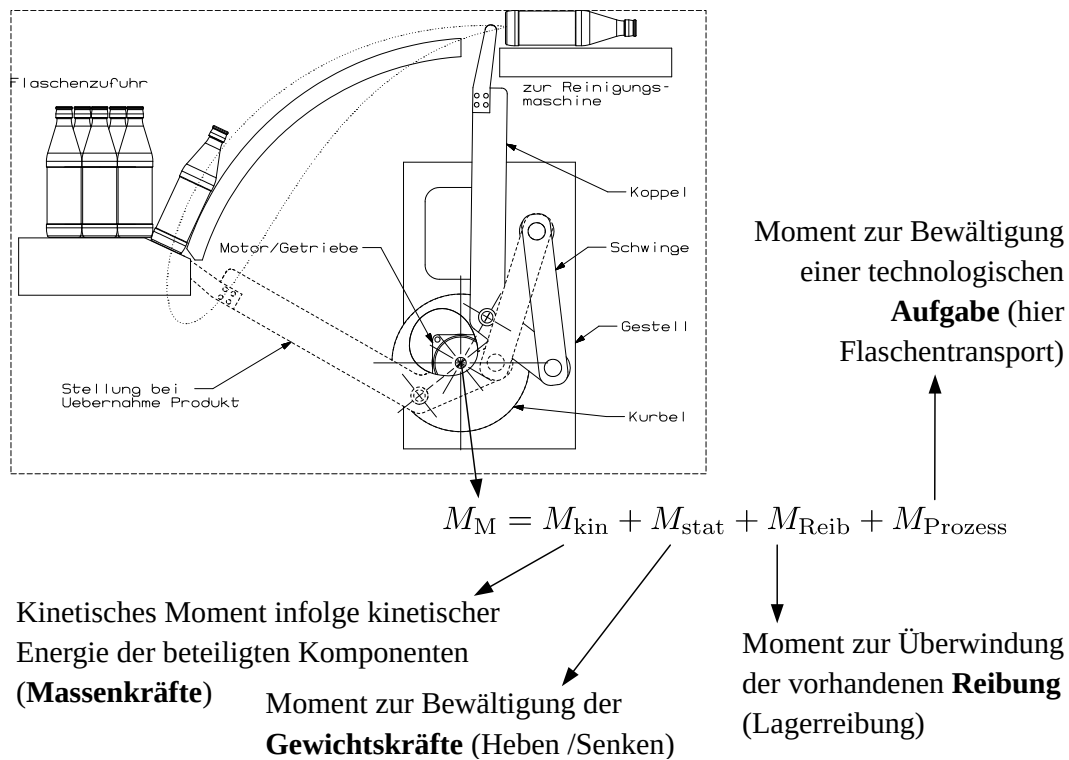


Abb. 6.2: Zur Zusammensetzung des Antriebsmomentes

6.2 Das Gliedergruppenkonzept

Neben der universellen numerischen Methode zur Bestimmung der Lagen eines Getriebes, die in der Regel in aktuellen CAE-Programmen verwendet wird, wurde die Modulmethode entwickelt, auch Gliedergruppenkonzept genannt [16, 37, 68]. Sofern sich der zu untersuchende Mechanismus als eine Zusammenschaltung bestimmter elementarer Bausteine, z.B. von Zweischlägen, betrachten lässt, sind sämtliche kinematische Größen sehr einfach, exakt und schnell mit dieser Methode berechenbar:

„Als Zweischlag wird eine Gliedergruppe bezeichnet, die aus zwei durch Dreh- oder Schubgelenk verbundenen Gliedern besteht, die ihrerseits mit jeweils einem Dreh- oder Schubgelenk an anderen Gliedern angelenkt sind, deren Bewegung vorgegeben oder bereits berechnet ist. Aus der vollständigen Kombination von Dreh- und Schubgelenken als Kopplungs- oder Anschlussgelenk ergeben sich fünf verschiedene Zweischlagformen. In allen Fällen wird aus den bekannten Punkten für die Anschlußdrehgelenke bzw. die Anschlußschubachsen und den konstanten Gliederabmessungen die Bewegung des Kopplungsdrehgelenkes bzw. eines Punktes der Kopplungsschubachse berechnet. Durch diesen Punkt und die jeweiligen Anschlußgrößen ist dann die Bewegung beider Zweischlagglieder

eindeutig bestimmt, und mit dem Modul *FGP* kann die Bewegung jedes beliebigen Punktes auf diesen Gliedern berechnet werden. In den drei Fällen mit weniger als zwei Schubgelenken sind rein mathematisch jeweils zwei Lösungen möglich. Eine davon muß durch entsprechende Vorgabe der Lagenkenngröße K ausgewählt werden.“ [68]

Es soll hier nicht unerwähnt bleiben, dass es auch Mechanismen gibt, die mit der Modulmethode nicht berechenbar sind, siehe hierzu ebenfalls die genannte VDI-Richtlinie [68].

In Abb. 6.3 ist ein Beispiel³ zu sehen. Um die Übersetzung der Antriebskoordinate φ_2 zur Abtriebskoordinate s zu bestimmen, wird der eigentlich achthgliedrige Mechanismus in vier einzelne Module zerlegt. Für jede neue Stellung φ_2 kann die Position des nachfolgenden Zweischlages und danach die dessen Nachfolgers usw. sehr einfach berechnet werden, bis die gesuchte Größe s bekannt ist.

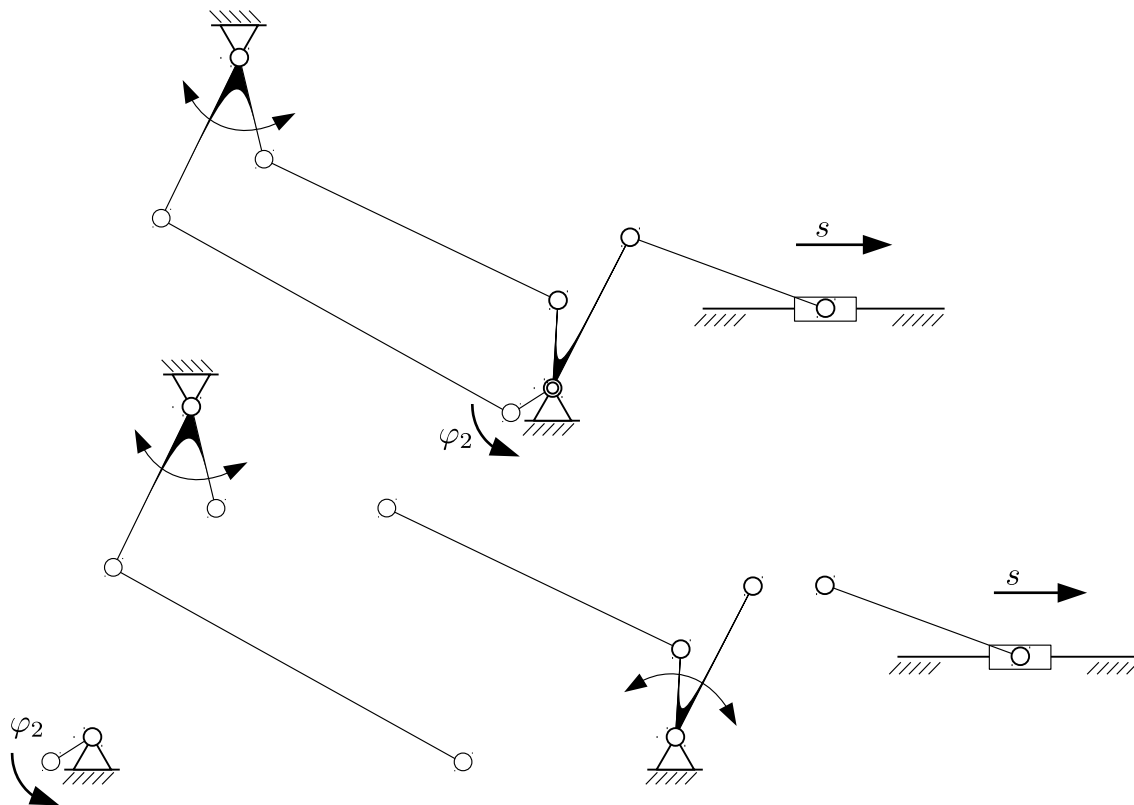


Abb. 6.3: Zur Zerlegung eines Mechanismus in Zweischläge

Obwohl die Vorgehensweise vielleicht etwas umständlich anmutet, sind letztlich nur Grundrechenarten und eine Wurzelfunktion notwendig, was wir nachfolgend noch sehen werden.

³Nachbildung von Bild 1.2a auf S. 23 in [16]

6.3 Ein Zweischlag

6.3.1 Kinematische Größen 0. Ordnung

Wie zuvor gezeigt, kommt der systematischen Analyse von Mechanismen, die als einen bestimmte Zusammenschaltung von *Modulen* betrachtet werden können, eine besondere Bedeutung zu. Zur Verdeutlichung untersuchen wir an dieser Stellen einen Zweischlag und betrachten das Viergelenk nach Abb. 6.4.

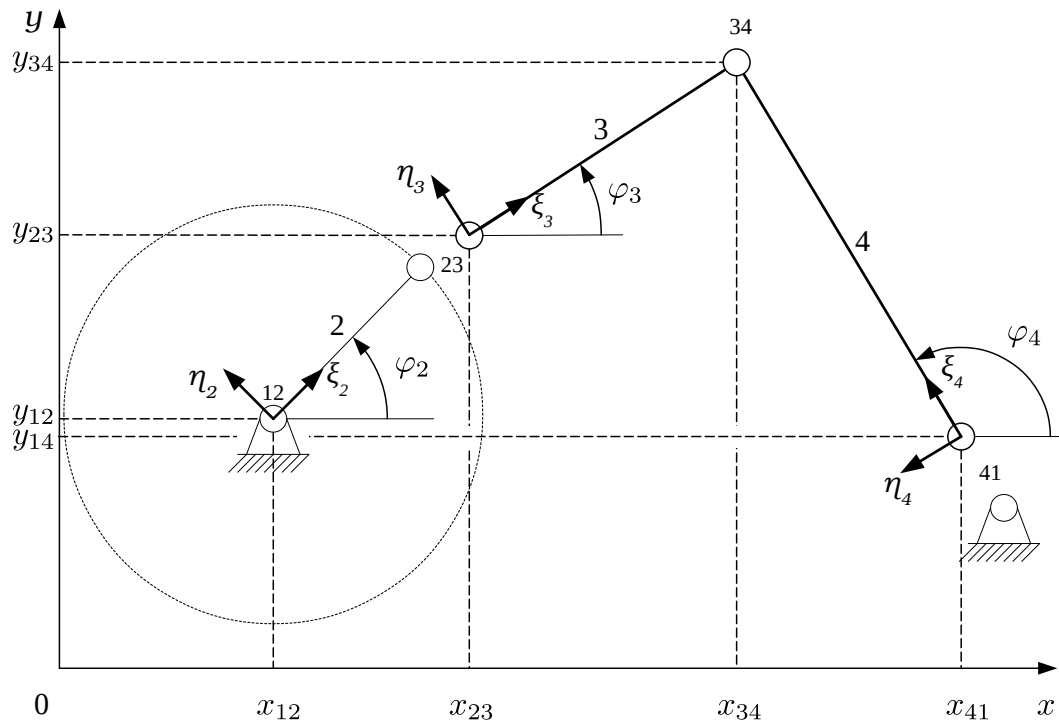


Abb. 6.4: Zweischlag 3-4 an einem Viergelenk

Der Antrieb soll an der Kurbel Glied 2 erfolgen, an deren Koordinate φ_2 . Unterstellt man einen bekannten Antrieb $\varphi_2(t)$, ist die Position des Gelenkes 23 zu jedem Zeitpunkt berechenbar. Gesucht sind die kinematischen Größen von Koppel und Schwinge, Glieder 3+4, im Bild herausgeschnitten dargestellt. Jedes Element besitzt ein gliedfestes Koordinatensystem dessen ξ -Achse auf das gemeinsame Verbindungsgelenk zuläuft. Sie bilden einen Zweischlag, bei dem die Positionen der Eingangspunkte 23 und 41 bekannt sind. Die Position des Gelenkes 34 ist unbekannt und es gilt:

$$x_{34} = x_{41} + l_4 \cdot \cos(\varphi_4) \quad (6.7)$$

$$y_{34} = y_{41} + l_4 \cdot \sin(\varphi_4) \quad (6.8)$$

Wir benötigen die Werte $\cos(\varphi_4)$ und $\sin(\varphi_4)$. Es gelten die Zwangsbedingungen⁴:

$$x_{23} + l_3 \cdot \cos(\varphi_3) - l_4 \cdot \cos(\varphi_4) - x_{41} = 0 \quad (6.9)$$

$$y_{23} + l_3 \cdot \sin(\varphi_3) - l_4 \cdot \sin(\varphi_4) - y_{41} = 0. \quad (6.10)$$

Das sind zwei nichtlineare Gleichungen für die beiden Unbekannten φ_3 und φ_4 , die man mittels numerischer Methoden lösen könnte (SciLab/MatLab *fsolve*). Wir beschreiten aber den analytischen Weg. Mit der Wegdifferenz der „Eingangspunkte“ vom Zweischlag „34“

$$B_{34} = x_{23} - x_{41} \quad (6.11)$$

$$C_{34} = y_{23} - y_{41} \quad (6.12)$$

ergibt sich:

$$l_3 \cdot \cos(\varphi_3) = l_4 \cdot \cos(\varphi_4) - B_{34} \quad (6.13)$$

$$l_3 \cdot \sin(\varphi_3) = l_4 \cdot \sin(\varphi_4) - C_{34}. \quad (6.14)$$

Der Winkel φ_3 lässt sich zunächst eliminieren, wenn man Gln. 6.13, 6.14 jeweils quadriert und danach addiert:

$$l_3^2 = l_4^2 - 2 \cdot B_{34} \cdot l_4 \cdot \cos(\varphi_4) + B_{34}^2 - 2 \cdot C_{34} \cdot l_4 \cdot \sin(\varphi_4) + C_{34}^2$$

Durch Umsortieren erhält man:

$$2 \cdot B_{34} \cdot l_4 \cdot \cos(\varphi_4) + 2 \cdot C_{34} \cdot l_4 \cdot \sin(\varphi_4) = l_4^2 - l_3^2 + B_{34}^2 + C_{34}^2$$

bzw.:

$$\underbrace{\left(\frac{2 \cdot B_{34} \cdot l_4}{l_4^2 - l_3^2 + B_{34}^2 + C_{34}^2} \right)}_{a_{34}} \cdot \cos(\varphi_4) + \underbrace{\left(\frac{2 \cdot C_{34} \cdot l_4}{l_4^2 - l_3^2 + B_{34}^2 + C_{34}^2} \right)}_{b_{34}} \cdot \sin(\varphi_4) = 1. \quad (6.15)$$

Die Cosinusfunktion lässt sich durch eine Sinusfunktion darstellen, womit folgt:

$$a_{34} \cdot \sqrt{1 - \sin(\varphi_4)^2} = 1 - b_{34} \cdot \sin(\varphi_4).$$

Quadrieren liefert nun eine quadratische Gleichung für den Ausdruck $\sin(\varphi_4)$:

$$\begin{aligned} a_{34}^2 - a_{34}^2 \cdot \sin(\varphi_4)^2 &= 1 - 2 \cdot b_{34} \cdot \sin(\varphi_4) + b_{34}^2 \cdot \sin(\varphi_4)^2 \\ 0 &= (a_{34}^2 + b_{34}^2) \cdot \sin(\varphi_4)^2 - 2 \cdot b_{34} \cdot \sin(\varphi_4) + (1 - a_{34}^2) \end{aligned}$$

und als Lösungen ergeben sich:

$$\left(\sin(\varphi_4) \right)_{1,2} = \frac{b_{34} \pm a_{34} \cdot \sqrt{a_{34}^2 + b_{34}^2 - 1}}{a_{34}^2 + b_{34}^2}. \quad (6.16)$$

⁴ $\cos(\pi - \varphi_4) = -\cos(\varphi_4)$

Aus den Gln. 6.15 sowie 6.16 errechnet sich dann der Cosinus-Wert zu:

$$\left(\cos(\varphi_4) \right)_{1,2} = \frac{a_{34} \mp b_{34} \cdot \sqrt{a_{34}^2 + b_{34}^2 - 1}}{a_{34}^2 + b_{34}^2} \quad (6.17)$$

und mit den Gln. 6.13 und 6.14 ergibt sich für den Winkel φ_3 :

$$\left(\cos(\varphi_3) \right)_{1,2} = \frac{l_4}{l_3} \cdot \left(\cos(\varphi_4) \right)_{1,2} - \frac{B_{34}}{l_3} \quad (6.18)$$

$$\left(\sin(\varphi_3) \right)_{1,2} = \frac{l_4}{l_3} \cdot \left(\sin(\varphi_4) \right)_{1,2} - \frac{C_{34}}{l_3} \quad (6.19)$$

Die beiden Lösungen entsprechen jeweils den möglichen Montagevarianten eines Zweischlages, siehe Abb. 6.5. Wie man durch Nachrechnen mit Beispieldaten feststellen wird, ist dem Index $\binom{}{1}$ die Montagevariante M_2 zuzuordnen, dem Index $\binom{}{2}$ die Variante M_1 .

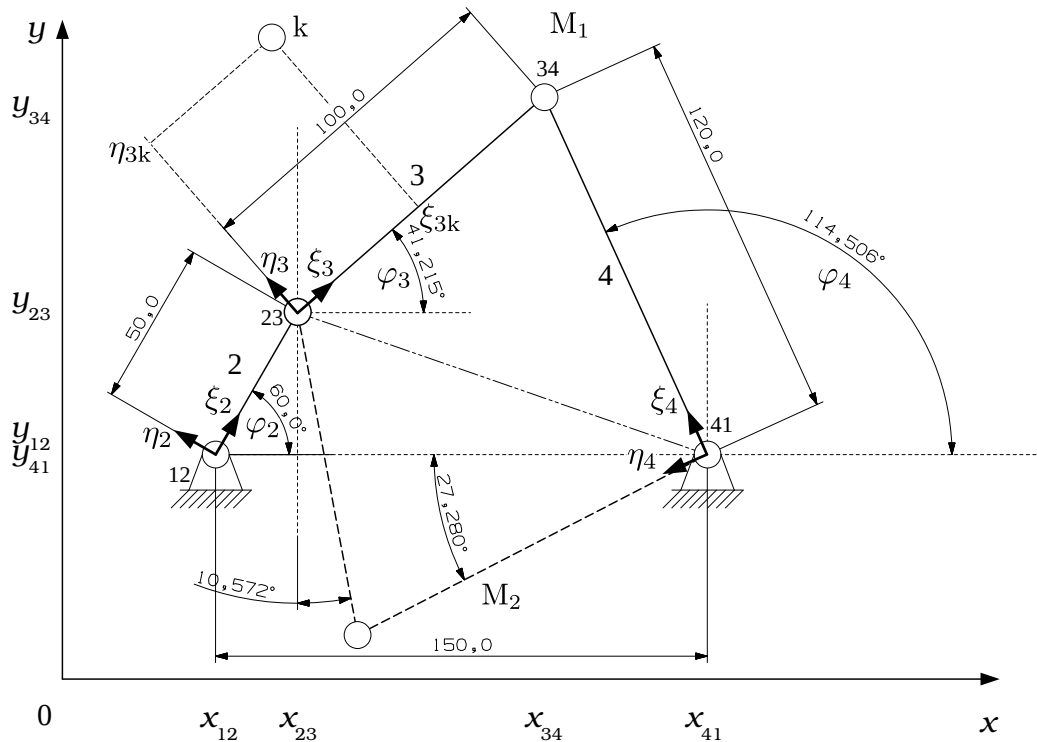


Abb. 6.5: Beispiel sowie Montagevarianten $M_1 + M_2$

Die Position des Gelenkpunktes 34 ist nun, nach Festlegung der Montagevariante, mit den Gln. 6.7 und 6.8 exakt bestimmbar.

Das nachfolgende Script zeigt zusammenfassend, wie mit beliebiger „Auflösung“ N die Bewegung des Mechanismus berechnet werden kann. Für den Ausdruck $\sin(\varphi_4)$ wurde verkürzend das Symbol $s4$ verwendet, bzw. für $\cos(\varphi_4)$ $c4$. Der Parameter t durchläuft die Periodendauer bis 1s. Die Variablen $s4$ und $c4$ sind einspaltige Matrizen (Vektoren) mit den jeweiligen Sinus- und Cosinuswerten des Winkels φ_4 .

```

clear;
% N=AnzPkt Tp=Periodendauer in s
N=30; Tp=1;
% t=Laufzeit; da periodisch, wird letzter Wert nicht gebraucht
t=0:(Tp/N):((N-1)/N)*Tp; t=t';
% Gestellpunkte
x12=0; y12=0; x41=150; y41=0;
% Gliedlaengen in mm
l2=50; l3=100; l4=120;
% Positionen Gelenk 23, Vorgabe fuer Drehzahl const.
x23=l2*cos(2*pi*t);
y23=l2*sin(2*pi*t);
% Berechnung der Winkel von Glied 3 und 4, Montagevariante 2
B34=x23-x41;
C34=y23-y41;
a34=2*B34*l4./(l4^2-l3^2+B34.^2+C34.^2);
b34=2*C34*l4./(l4^2-l3^2+B34.^2+C34.^2);
s4=( b34 - a34.*sqrt( a34.^2+b34.^2-1) )./(a34.^2+b34.^2);
c4=( a34 + b34.*sqrt( a34.^2+b34.^2-1) )./(a34.^2+b34.^2);
% Berechnung der Positionen des Gelenks 34
x34=x41+l4*c4;
y34=y41+l4*s4;

```

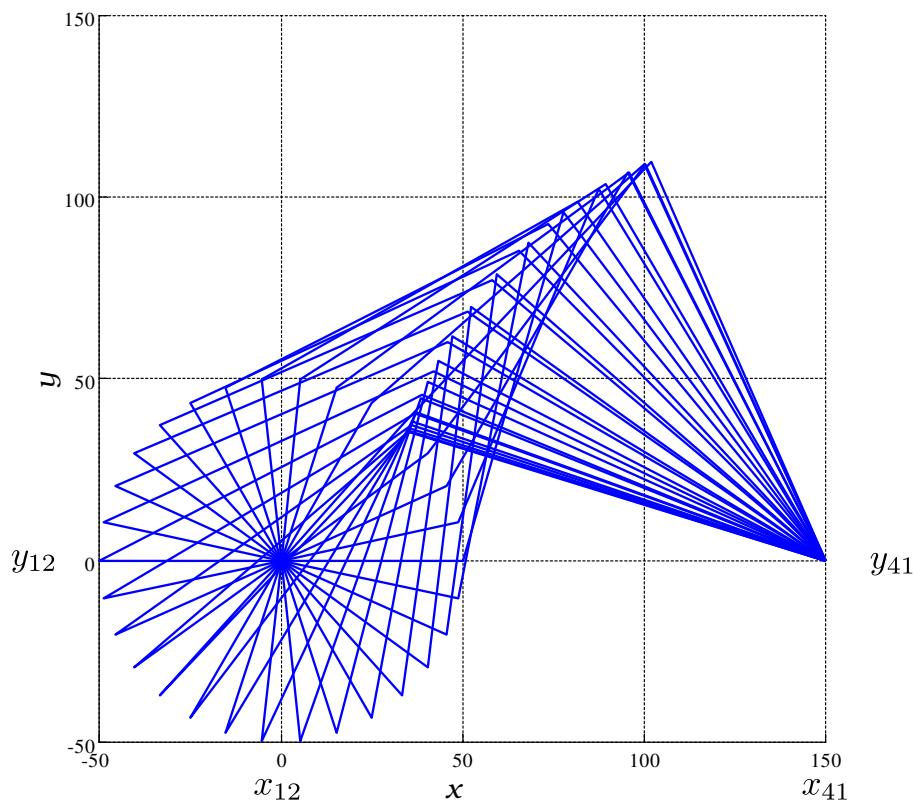


Abb. 6.6: Animiertes Viergelenk (Arbeitsraum)

Das Plotten und Animieren der Bewegung, siehe Abb. 6.6, dient zunächst nur der Plausibilitätsprüfung. Es kann mit nachfolgenden MatLab-Anweisungen erfolgen:

```
close all; clf; % Animation der Bewegung
figure(1); set(gcf,'Position',[100 100 800 800]);
axes('FontSize',12,'FontName','Times','PlotBoxAspectRatio',[1 1 1]);
grid;
for i=1:1:N
    plot([x41,x34(i),x23(i),x12] , ...
         [y41,y34(i),y23(i),y12] , 'LineWidth',2);
    axis([-50,150,-50,150]);
    pause(0.01);
end;
```

Mit Kenntnis der lokalen Koordinaten eines **beliebigen Gliedpunktes** lässt sich dessen Position im globalen Koordinatensystem ebenfalls sehr leicht berechnen. Für einen Punkt k auf Glied 3, siehe Abb. 6.7, mit der gliedfesten Position ξ_{3k}, η_{3k} gilt:

$$x_{3k} = x_{23} + \xi_{3k} \cdot \cos(\varphi_3) - \eta_{3k} \cdot \sin(\varphi_3) \quad (6.20)$$

$$y_{3k} = y_{23} + \xi_{3k} \cdot \sin(\varphi_3) + \eta_{3k} \cdot \cos(\varphi_3) \quad (6.21)$$

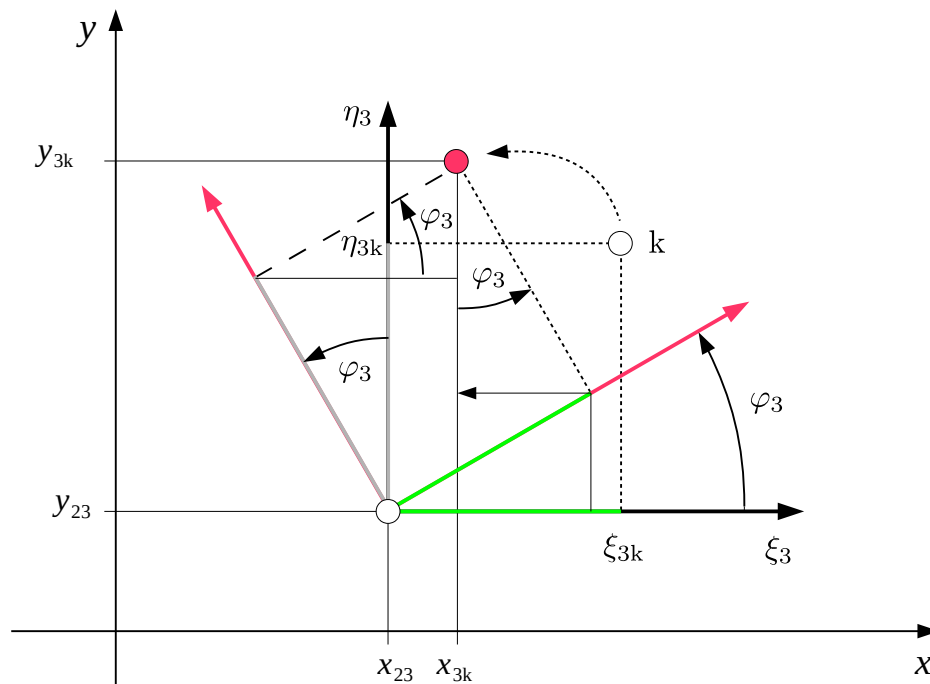


Abb. 6.7: Koordinatendrehung

Wir nehmen Bezug zu der in Abb. 1.1, S. 2 gezeigten Möglichkeit, Flaschen z.B. in eine Reinigungsmaschinen zu fördern. Aus den kinematisch relevanten Abmessungen: $l_2 = 92$, $l_3 = 145$, $l_4 = 240$, den Gestellpunkten $x_{12} = 0$, $y_{12} = 0$, $x_{41} = 132.5$, $y_{41} = 229.5$ sowie den lokalen Koordinaten des Arbeitsorganes (Fingerpunkt) auf dem Glied 3 von $\xi_{3k} = -300$, $\eta_{3k} = 400$ (alle Längen in mm) folgt der in Abb. 6.8 gezeigte Verlauf der Arbeitsorganbewegung.

```
% Gestellpunkte
x12=0; y12=0; x41=132.5; y41=229.5;
% Gliedlaengen in mm
l2=92; l3=145; l4=240; xsi3k=-300; eta3k=400;
...
% Berechnung des Winkels von Glied 3
c3=l4/l3*c4-B34/l3; s3=l4/l3*s4-C34/l3;
% Berechnung der Position des Koppelpunktes k
x3k=x23+xsi3k*c3-eta3k*s3; y3k=y23+xsi3k*s3+eta3k*c3;
```

Das Listing enthält nur die nötigen Ergänzungen zum letzten Quelltext, siehe auch Gln. 6.20, 6.21. Zu beachten ist, dass sich nur mit Montagevariante 2 sinnvolle Verläufe ergeben.

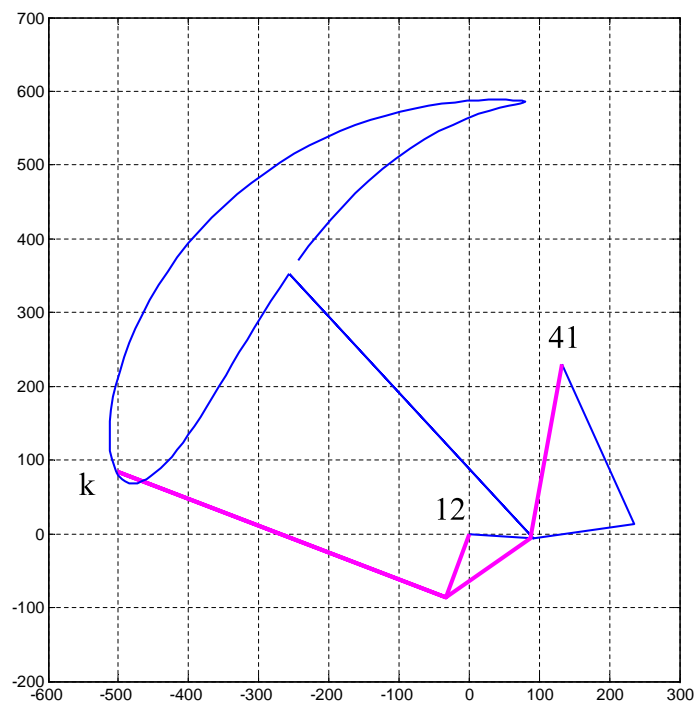


Abb. 6.8: Koppelkurve zum Bsp. Flascheneinschub

6.3.2 Kinematische Größen 1. Ordnung

Nach Berechnung der Punktlagen ist die Ableitung der lokalen Geschwindigkeiten und Beschleunigungen ebenfalls kein Problem mehr. Hierzu wird zunächst wieder von den Zwangsbedingungen nach Gln. 6.9, 6.10 ausgegangen. Beide Gleichungen werden nach der Zeit t differenziert und man erhält:

$$\dot{x}_{23} - l_3 \cdot \sin(\varphi_3) \cdot \dot{\varphi}_3 + l_4 \cdot \sin(\varphi_4) \cdot \dot{\varphi}_4 - \dot{x}_{41} = 0 \quad (6.22)$$

$$\dot{y}_{23} + l_3 \cdot \cos(\varphi_3) \cdot \dot{\varphi}_3 - l_4 \cdot \cos(\varphi_4) \cdot \dot{\varphi}_4 - \dot{y}_{41} = 0 \quad (6.23)$$

Unter Berücksichtigung der Gln. 6.11, 6.12 wird Gl. 6.22 umgeformt:

$$\dot{\varphi}_3 = \frac{\dot{B}_{34} + l_4 \cdot \sin(\varphi_4) \cdot \dot{\varphi}_4}{l_3 \cdot \sin(\varphi_3)} \quad (6.24)$$

und in Gl. 6.23 eingesetzt:

$$l_3 \cdot \cos(\varphi_3) \cdot \frac{\dot{B}_{34} + l_4 \cdot \sin(\varphi_4) \cdot \dot{\varphi}_4}{l_3 \cdot \sin(\varphi_3)} - l_4 \cdot \cos(\varphi_4) \cdot \dot{\varphi}_4 + \dot{C}_{34} = 0$$

$$l_3 \cdot \cos(\varphi_3) \cdot \left(\frac{\dot{B}_{34} + l_4 \cdot \sin(\varphi_4) \cdot \dot{\varphi}_4}{l_3 \cdot \sin(\varphi_3)} \right) - l_4 \cdot \cos(\varphi_4) \cdot \dot{\varphi}_4 + \dot{C}_{34} = 0$$

$$\dot{\varphi}_4 = - \frac{\dot{B}_{34} \cdot \cos(\varphi_3) + \dot{C}_{34} \cdot \sin(\varphi_3)}{l_4 \cdot [\cos(\varphi_3) \cdot \sin(\varphi_4) - \cos(\varphi_4) \cdot \sin(\varphi_3)]} \quad (6.25)$$

Der in Gl. 6.25 gefundene Ausdruck für $\dot{\varphi}_4$ wird in Gl. 6.24 eingesetzt und man erhält:

$$\dot{\varphi}_3 = - \frac{\dot{B}_{34} \cdot \cos(\varphi_4) + \dot{C}_{34} \cdot \sin(\varphi_4)}{l_3 \cdot [\cos(\varphi_3) \cdot \sin(\varphi_4) - \cos(\varphi_4) \cdot \sin(\varphi_3)]} \quad (6.26)$$

Nun ist es sehr leicht, die Geschwindigkeit eines jeden Punktes des Viergelenks zu bestimmen. Für z.B. den Koppelpunkt k auf Glied 3 in Abb. 6.8 kann man aus den Gln. 6.20, 6.21 sofort ableiten:

$$\dot{x}_{3k} = \dot{x}_{23} - \xi_{3k} \cdot \sin(\varphi_3) \cdot \dot{\varphi}_3 - \eta_{3k} \cdot \cos(\varphi_3) \cdot \dot{\varphi}_3 \quad (6.27)$$

$$\dot{y}_{3k} = \dot{y}_{23} + \xi_{3k} \cdot \cos(\varphi_3) \cdot \dot{\varphi}_3 - \eta_{3k} \cdot \sin(\varphi_3) \cdot \dot{\varphi}_3 \quad (6.28)$$

Um die Koppelpunktgeschwindigkeit aus obigem Beispiel für eine mit konstanter Drehzahl umlaufende Kurbel zu berechnen (1 Umdrehung/s), ergänzen wir den Programmcode um die nachfolgende Zeilen und erhalten den in Abb. 6.9 gezeigten Verlauf.

```

% Berechnung der Geschwindigkeit des Kurbelpunktes 23
x23p=-l2*sin(2*pi*t)*2*pi;
y23p= l2*cos(2*pi*t)*2*pi;
% Berechnung der Winkelgeschwindigkeit der Koppel 3
B34p=x23p-0; C34p=y23p-0;
phi3p=-(B34p.*c4+C34p.*s4)/l3./(c3.*s4-c4.*s3);
% Berechnung der Geschwindigkeit des Koppelpunktes k
x3kp=x23p-x3i3k*s3.*phi3p-eta3k*c3.*phi3p;
y3kp=y23p+x3i3k*c3.*phi3p-eta3k*s3.*phi3p;
v3k=sqrt(x3kp.^2+y3kp.^2);

```

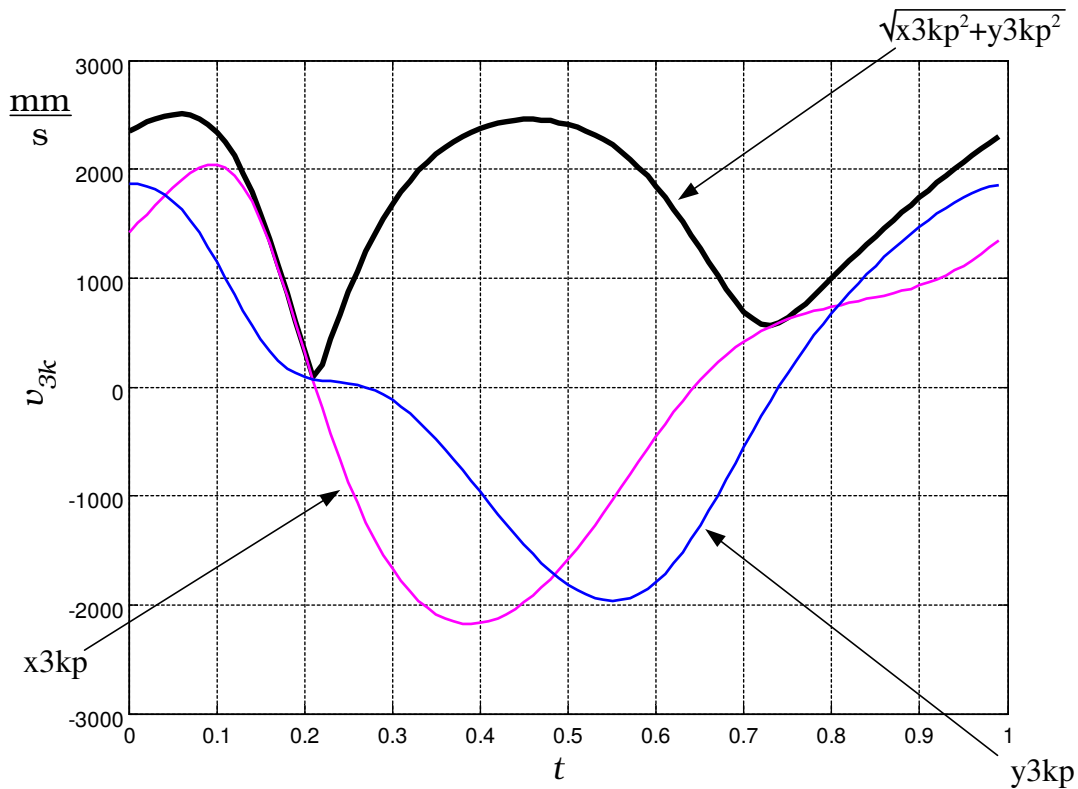


Abb. 6.9: Geschwindigkeit des Arbeitsorganes (Koppelpunkt)

6.3.3 Kinematische Größen 2. Ordnung

Um noch die Beschleunigungen zu berechnen, gehen wir analog vor. Die Gln. 6.22, 6.23 werden einmal nach der Zeit differenziert:

$$\begin{aligned}\ddot{B}_{34} - l_3 \cdot \left(\cos(\varphi_3) \cdot \dot{\varphi}_3^2 + \sin(\varphi_3) \cdot \ddot{\varphi}_3 \right) + l_4 \cdot \left(\cos(\varphi_4) \cdot \dot{\varphi}_4^2 + \sin(\varphi_4) \cdot \ddot{\varphi}_4 \right) &= 0 \\ \ddot{C}_{34} - l_3 \cdot \left(\sin(\varphi_3) \cdot \dot{\varphi}_3^2 - \cos(\varphi_3) \cdot \ddot{\varphi}_3 \right) + l_4 \cdot \left(\sin(\varphi_4) \cdot \dot{\varphi}_4^2 - \cos(\varphi_4) \cdot \ddot{\varphi}_4 \right) &= 0\end{aligned}$$

und wir erhalten aus der ersten Gleichung für $\ddot{\varphi}_3$:

$$\ddot{\varphi}_3 = \frac{\ddot{B}_{34} + l_4 \cdot \cos(\varphi_4) \cdot \dot{\varphi}_4^2 + l_4 \cdot \sin(\varphi_4) \cdot \ddot{\varphi}_4 - l_3 \cdot \cos(\varphi_3) \cdot \dot{\varphi}_3^2}{l_3 \cdot \sin(\varphi_3)}.$$

Nach einigen Umformungen ergeben sich für die gesuchten Winkelbeschleunigungen die Ausdrücke:

$$\ddot{\varphi}_4 = -\frac{\ddot{C}_{34} \cdot \sin(\varphi_3) + \ddot{B}_{34} \cdot \cos(\varphi_3) - l_3 \cdot \dot{\varphi}_3^2 + l_4 \cdot \dot{\varphi}_4^2 \cdot A}{l_4 \cdot B} \quad (6.29)$$

$$\ddot{\varphi}_3 = -\frac{\ddot{C}_{34} \cdot \sin(\varphi_4) + \ddot{B}_{34} \cdot \cos(\varphi_4) + l_4 \cdot \dot{\varphi}_4^2 - l_3 \cdot \dot{\varphi}_3^2 \cdot A}{l_3 \cdot B}, \quad (6.30)$$

wobei für die verwendeten Abkürzungen und unter Berücksichtigung der Additionstheoreme [13] gilt:

$$\begin{aligned}A &= \cos(\varphi_3) \cdot \cos(\varphi_4) + \sin(\varphi_3) \cdot \sin(\varphi_4) = \cos(\varphi_3 - \varphi_4) = \cos(\varphi_4 - \varphi_3) \\ B &= \cos(\varphi_3) \cdot \sin(\varphi_4) - \sin(\varphi_3) \cdot \cos(\varphi_4) = \sin(\varphi_4 - \varphi_3).\end{aligned}$$

Aus den Gln. 6.27 und 6.28 lässt sich durch weiteres Differenzieren nach der Zeit zur Beschleunigung eines Koppelpunktes k auf dem Glied 3 ableiten:

$$\begin{aligned}\ddot{x}_{3k} &= \ddot{x}_{23} - \xi_{3k} \left[\cos(\varphi_3) \dot{\varphi}_3^2 + \sin(\varphi_3) \ddot{\varphi}_3 \right] - \eta_{3k} \left[-\sin(\varphi_3) \dot{\varphi}_3^2 + \cos(\varphi_3) \ddot{\varphi}_3 \right] \\ \ddot{y}_{3k} &= \ddot{y}_{23} + \xi_{3k} \left[-\sin(\varphi_3) \dot{\varphi}_3^2 + \cos(\varphi_3) \ddot{\varphi}_3 \right] - \eta_{3k} \left[\cos(\varphi_3) \dot{\varphi}_3^2 + \sin(\varphi_3) \ddot{\varphi}_3 \right]\end{aligned}$$

und es ergibt sich durch Umformung und Sortieren:

$$\begin{aligned}\ddot{x}_{3k} &= \ddot{x}_{23} - \ddot{\varphi}_3 \cdot \left[\xi_{3k} \cdot \sin(\varphi_3) + \eta_{3k} \cdot \cos(\varphi_3) \right] \dots \\ &\quad \dots - \dot{\varphi}_3^2 \cdot \left[\xi_{3k} \cdot \cos(\varphi_3) - \eta_{3k} \cdot \sin(\varphi_3) \right]\end{aligned} \quad (6.31)$$

$$\begin{aligned}\ddot{y}_{3k} &= \ddot{y}_{23} + \ddot{\varphi}_3 \cdot \left[\xi_{3k} \cdot \cos(\varphi_3) - \eta_{3k} \cdot \sin(\varphi_3) \right] \dots \\ &\quad \dots - \dot{\varphi}_3^2 \cdot \left[\xi_{3k} \cdot \sin(\varphi_3) + \eta_{3k} \cdot \cos(\varphi_3) \right]\end{aligned} \quad (6.32)$$

Wir ergänzen unser MatLab-Script damit um folgende Zeilen:

```
...
% Berechnung der Winkelbeschleunigung von Koppel 3 und Schwinge 4
% Berechnung der Beschleunigung des Kurbelpunktes 23
x23pp=-l2*(2*pi)^2*cos(2*pi*t);
y23pp=-l2*(2*pi)^2*sin(2*pi*t);
B34pp=x23pp-0;
C34pp=y23pp-0;
A=c3.*c4+s3.*s4;
B=c3.*s4-s3.*c4;
phi4pp=-(C34pp.*s3 + B34pp.*c3 - l3*phi3p.^2 + l4*phi4p.^2 .*A) ./ (l4*B);
phi3pp=-(C34pp.*s4 + B34pp.*c4 + l4*phi4p.^2 - l3*phi3p.^2 .*A) ./ (l3*B);
% Berechnung der Beschleunigung des Koppelpunktes k
x3kpp=x23pp - phi3pp.*(xsi3k*s3+eta3k*c3) - phi3p.^2 .* (xsi3k*c3-eta3k*s3);
y3kpp=y23pp + phi3pp.*(xsi3k*c3-eta3k*s3) - phi3p.^2 .* (xsi3k*s3+eta3k*c3);
...
```

und erhalten u.a. für die Beschleunigung am Koppelpunkt den in Abb. 6.10 dargestellten Verlauf.

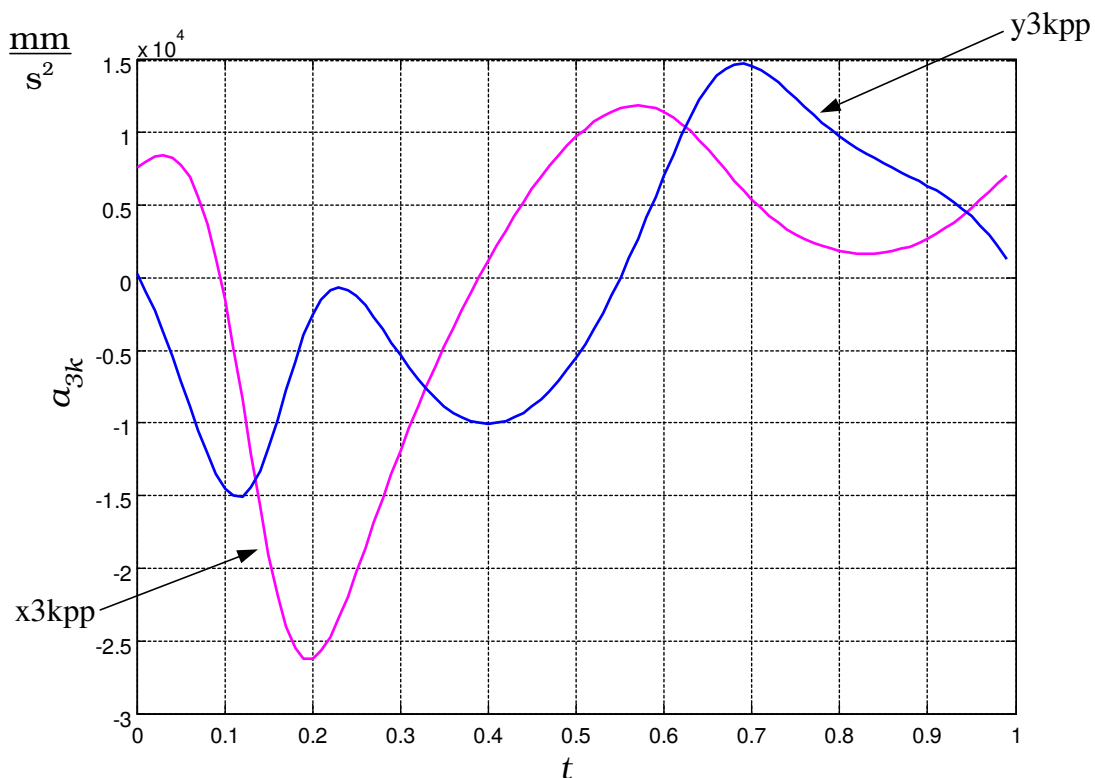


Abb. 6.10: Beschleunigung des Arbeitsorganes (Koppelpunkt)

Mit der nachfolgend angegebenen function DDD sind die nullte, erste und zweite Ableitung der Koordinaten des Zweischlages bestimmt. Ebenso die des Gliedpunktes 34, die dann wiederum den „Eingang“ zum Zweischlag ZS II darstellen. Insbesondere mit $\varphi_2, \dot{\varphi}_2, \ddot{\varphi}_2$ und $\varphi_5, \dot{\varphi}_5, \ddot{\varphi}_5$ stehen alle Informationen zur Bewegungsvorgabe am MotionControl-System und zur Auswahl geeigneter Motoren zur Verfügung.

Nachfolgende Listings zeigen den Aufbau der Modulberechnung. Die Berechnung der Koordinaten eines beliebigen Gliedpunktes erfolgt hierbei mit der function GP. Siehe hierzu die Gln. 6.20, 6.21, 6.27, 6.28, 6.32, 6.31.

```
function [p]=GP(pin,gw,xsi,eta)

% Berechnung der Position eines Gliedpunktes p
p.x=pin.x + xsi*gw.cosphi - eta*gw.sinphi;
p.y=pin.y + xsi*gw.sinphi + eta*gw.cosphi;

% Berechnung der Geschwindigkeit des Gliedpunktes p
p.xp=pin.xp - xsi*gw.sinphi.*gw.phip - eta*gw.cosphi.*gw.phip;
p.yp=pin.yp + xsi*gw.cosphi.*gw.phip - eta*gw.sinphi.*gw.phip;

% Berechnung der Beschleunigung des Gliedpunktes p
p.xpp=pin.xpp - gw.phipp.*(xsi*gw.sinphi + eta*gw.cosphi) - ...
    gw.phip.^2.*(xsi*gw.cosphi - eta*gw.sinphi);
p.ypp=pin.ypp + gw.phipp.*(xsi*gw.cosphi - eta*gw.sinphi) - ...
    gw.phip.^2.*(xsi*gw.sinphi + eta*gw.cosphi);
```


Die Berechnung eines Zweischlages mit 3 Drehgelenken erfolgt mit der function DDD, siehe hierzu auch die Gln. 6.16, 6.17, 6.18, 6.19, 6.25, 6.26, 6.29, 6.30:

```
function [p34,gw3,gw4]=DDD(l3,l4,p23,p41,M)

B34 =p23.x -p41.x ; C34 =p23.y -p41.y ; % x,y -Differenzen
B34p =p23.xp -p41.xp ; C34p =p23.yp -p41.yp ;
B34pp=p23.xpp-p41.xpp; C34pp=p23.ypp-p41.ypp;
% *****

a34=2*B34*l4./(l4^2-l3^2+B34.^2+C34.^2);
b34=2*C34*l4./(l4^2-l3^2+B34.^2+C34.^2);

% Berechnung des Winkels von Glied 4 (cos=c4,sin=s4)
if M==2 % M2
s4=( b34 + a34.*sqrt( a34.^2+b34.^2-1 ) )./(a34.^2+b34.^2);
c4=( a34 - b34.*sqrt( a34.^2+b34.^2-1 ) )./(a34.^2+b34.^2);
elseif M==1 % M1
s4=( b34 - a34.*sqrt( a34.^2+b34.^2-1 ) )./(a34.^2+b34.^2);
c4=( a34 + b34.*sqrt( a34.^2+b34.^2-1 ) )./(a34.^2+b34.^2);
else
    error('Keine gueltige Montagevariante ...');
end

% Berechnung des Winkels von Glied 3 (cos=c3,sin=s3)
c3=l4/l3*c4-B34/l3;
s3=l4/l3*s4-C34/l3;
% Berechnung der Winkelgeschwindigkeit von Glied 3 und 4
phi3p=-(B34p.*c4+C34p.*s4)/l3./(c3.*s4-c4.*s3);
phi4p=-(B34p.*c3+C34p.*s3)/l4./(c3.*s4-c4.*s3);
% Berechnung der Winkelbeschleunigung von Glied 3 und 4
A=c3.*c4+s3.*s4; B=c3.*s4-s3.*c4;
phi4pp=-(C34pp.*s3 + B34pp.*c3 - l3*phi3p.^2 + l4*phi4p.^2 .*A) ./ (l4*B);
phi3pp=-(C34pp.*s4 + B34pp.*c4 + l4*phi4p.^2 - l3*phi3p.^2 .*A) ./ (l3*B);

% Ausgabe Gliedwinkel *****
gw3.sinphi = s3 ;
gw3.cosphi = c3 ;
gw3.phip = phi3p;
gw3.phipp = phi3pp ;
gw4.sinphi = s4 ;
gw4.cosphi = c4 ;
gw4.phip = phi4p;
gw4.phipp = phi4pp ;

% Ausgabe Position Gelenk 34 *****
p34=GP(p23,gw3,l3,0);
```

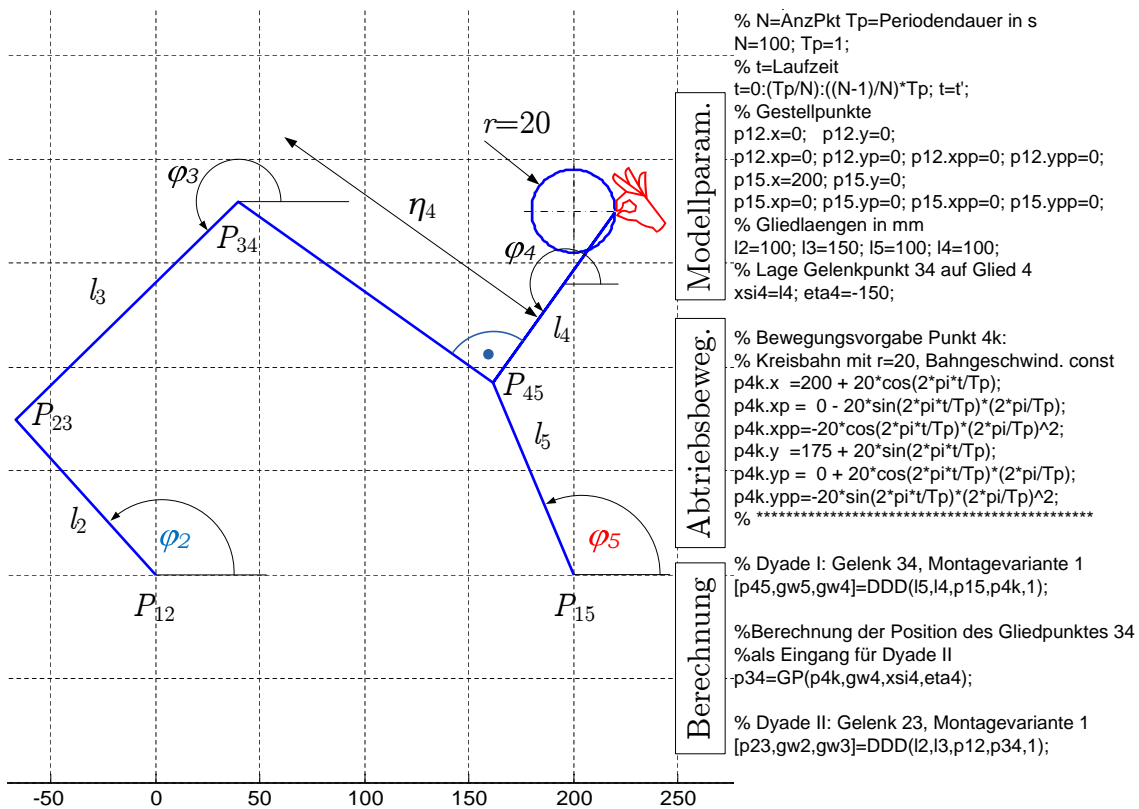


Abb. 6.12: Beispiel zur inversen Kinematik am Fünfgelenk

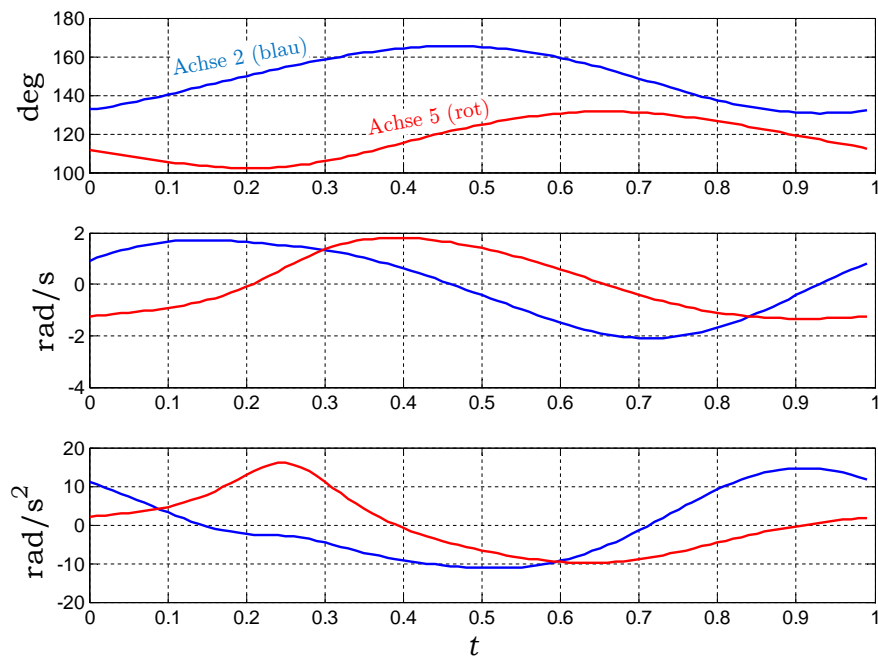


Abb. 6.13: Bewegung der Antriebsachsen (Kreisbahn von Abb. 6.12)

6.5 Das reduzierte Trägheitsmoment

Aus der Bewegungsgleichung der starren Maschine, siehe Gl. 6.3 auf S. 139, bzw. der Maschinendynamik ist uns der Begriff des auf den Antrieb reduzierten Trägheitsmomentes bekannt. In den bisherigen Kapiteln wurde es als gegeben hingenommen, in den Fällen mit konstanter Übersetzung ist dessen Berechnung auch einfach. Wir wollen uns in diesem Abschnitt mit der Berechnung und den Folgen des veränderlichen Trägheitsmomentes eines Mechanismus beschäftigen, weil es für viele Anwendungen in Verarbeitungsmaschinen relevant ist.

Betrachten wir zunächst Abb. 6.14. Sowohl das Arbeitsorgan als auch die mechanischen Übertragungsglieder besitzen Massen und Rotationsträgheiten. Wir unterstellen Starrkörper und nehmen an, dass in jedem Glied diese Eigenschaften im jeweiligen Masseschwerpunkt konzentriert sind.

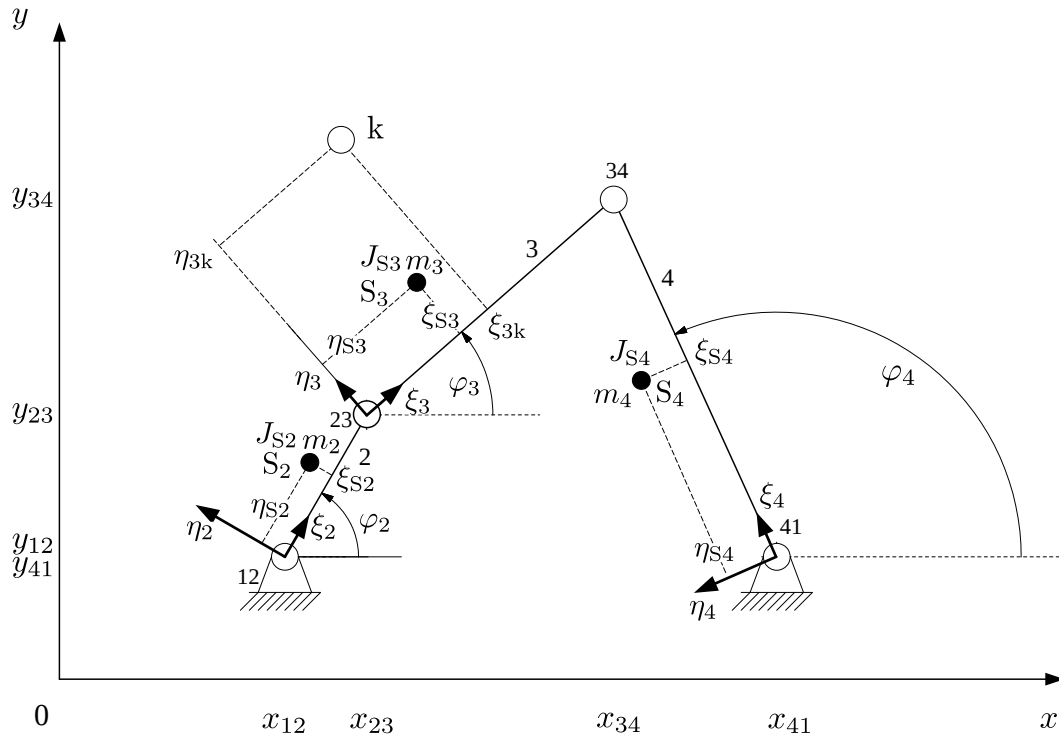


Abb. 6.14: Masseparameter an einem Viergelenk-Mechanismus

Wenn sich das ebene Viergelenk in Bewegung befindet, besitzt es insgesamt die kinetische Energie:

$$E_{\text{kin}}(t) = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=2}^4 \left[m_i \cdot (\dot{x}_{Si}^2 + \dot{y}_{Si}^2) + J_{Si} \cdot \dot{\varphi}_i^2 \right] \quad (6.33)$$

bzw.

$$E_{\text{kin}}(t) = \frac{1}{2} \cdot \dot{\varphi}_2^2 \cdot \underbrace{\sum_{i=2}^4 \left[m_i \cdot (x_{Si}'^2 + y_{Si}'^2) + J_{Si} \cdot \varphi_i'^2 \right]}_{J_{\text{red}}(\varphi_2)}, \quad (6.34)$$

wenn man φ_2 als unabhängige generalisierte Koordinate wählt⁶.

In Analogie zu Gln. 6.27, 6.28 gilt für die Schwerpunktgeschwindigkeiten:

$$\begin{aligned}\dot{x}_{S2} &= \dot{x}_{12} - \xi_{S2} \cdot \sin(\varphi_2) \cdot \dot{\varphi}_2 - \eta_{S2} \cdot \cos(\varphi_2) \cdot \dot{\varphi}_2 \\ \dot{y}_{S2} &= \dot{y}_{12} + \xi_{S2} \cdot \cos(\varphi_2) \cdot \dot{\varphi}_2 - \eta_{S2} \cdot \sin(\varphi_2) \cdot \dot{\varphi}_2,\end{aligned}$$

und wir können, mit Blick auf Gl. 6.1, für alle Schwerpunkte aufschreiben:

$$\begin{aligned}\dot{x}_{S2} = \dot{\varphi}_2 \cdot x'_{S2} &= \dot{\varphi}_2 \cdot \left(x'_{12} - \xi_{S2} \cdot \sin(\varphi_2) \cdot \varphi'_2 - \eta_{S2} \cdot \cos(\varphi_2) \cdot \varphi'_2 \right) \\ \dot{y}_{S2} = \dot{\varphi}_2 \cdot y'_{S2} &= \dot{\varphi}_2 \cdot \left(y'_{12} + \xi_{S2} \cdot \cos(\varphi_2) \cdot \varphi'_2 - \eta_{S2} \cdot \sin(\varphi_2) \cdot \varphi'_2 \right) \\ \dot{x}_{S3} = \dot{\varphi}_2 \cdot x'_{S3} &= \dot{\varphi}_2 \cdot \left(x'_{23} - \xi_{S3} \cdot \sin(\varphi_3) \cdot \varphi'_3 - \eta_{S3} \cdot \cos(\varphi_3) \cdot \varphi'_3 \right) \\ \dot{y}_{S3} = \dot{\varphi}_2 \cdot y'_{S3} &= \dot{\varphi}_2 \cdot \left(y'_{23} + \xi_{S3} \cdot \cos(\varphi_3) \cdot \varphi'_3 - \eta_{S3} \cdot \sin(\varphi_3) \cdot \varphi'_3 \right) \\ \dot{x}_{S4} = \dot{\varphi}_2 \cdot x'_{S4} &= \dot{\varphi}_2 \cdot \left(x'_{41} - \xi_{S4} \cdot \sin(\varphi_4) \cdot \varphi'_4 - \eta_{S4} \cdot \cos(\varphi_4) \cdot \varphi'_4 \right) \\ \dot{y}_{S4} = \dot{\varphi}_2 \cdot y'_{S4} &= \dot{\varphi}_2 \cdot \left(y'_{41} + \xi_{S4} \cdot \cos(\varphi_4) \cdot \varphi'_4 - \eta_{S4} \cdot \sin(\varphi_4) \cdot \varphi'_4 \right)\end{aligned}$$

Weiterhin gilt für den vorliegenden Fall:

$$\begin{aligned}x'_{12} &= 0 \\ y'_{12} &= 0 \\ x'_{41} &= 0 \\ y'_{41} &= 0 \\ \varphi'_2 &= \frac{d\varphi_2}{d\varphi_2} = 1 \\ x_{23} &= l_2 \cdot \cos(\varphi_2) \\ x'_{23} &= -l_2 \cdot \sin(\varphi_2) \cdot 1 \\ x''_{23} &= -l_2 \cdot \cos(\varphi_2) \\ y_{23} &= l_2 \cdot \sin(\varphi_2) \\ y'_{23} &= l_2 \cdot \cos(\varphi_2) \cdot 1 \\ y''_{23} &= -l_2 \cdot \sin(\varphi_2).\end{aligned}$$

⁶z.B. Motorzapfen

Die noch fehlenden Ausdrücke für φ'_3 und φ'_4 ergeben sich aus den Gln. 6.25 und 6.26 (S. 149) unter Beachtung von Gln. 6.11, 6.12 (S. 144):

$$\begin{aligned} \dot{B}_{34} &= \dot{\varphi}_2 \cdot B'_{34} \\ \dot{C}_{34} &= \dot{\varphi}_2 \cdot C'_{34} \\ B'_{34} &= x'_{23} \\ C'_{34} &= y'_{23} \\ \varphi'_3 &= \frac{l_2 \cdot (\sin(\varphi_2) \cdot \cos(\varphi_4) - \cos(\varphi_2) \cdot \sin(\varphi_4))}{l_3 \cdot (\sin(\varphi_4) \cdot \cos(\varphi_3) - \cos(\varphi_4) \cdot \sin(\varphi_3))} \end{aligned} \quad (6.35)$$

$$\varphi'_4 = \frac{l_2 \cdot (\sin(\varphi_2) \cdot \cos(\varphi_3) - \cos(\varphi_2) \cdot \sin(\varphi_3))}{l_4 \cdot (\sin(\varphi_4) \cdot \cos(\varphi_3) - \cos(\varphi_4) \cdot \sin(\varphi_3))} \quad (6.36)$$

Für das gesuchte, auf den Antrieb φ_2 reduzierte Trägheitsmoment des Vierge-
lenkgetriebes können wir somit angeben:

$$\begin{aligned} J_{\text{red}} &= m_2 \cdot (-\xi_{S2} \cdot \sin(\varphi_2) - \eta_{S2} \cdot \cos(\varphi_2))^2 \dots \\ &+ m_2 \cdot (\xi_{S2} \cdot \cos(\varphi_2) - \eta_{S2} \cdot \sin(\varphi_2))^2 \dots \\ &+ J_{S2} \dots \\ &+ m_3 \cdot (-l_2 \cdot \sin(\varphi_2) - \xi_{S3} \cdot \sin(\varphi_3) \cdot \varphi'_3 - \eta_{S3} \cdot \cos(\varphi_3) \cdot \varphi'_3)^2 \dots \\ &+ m_3 \cdot (l_2 \cdot \cos(\varphi_2) + \xi_{S3} \cdot \cos(\varphi_3) \cdot \varphi'_3 - \eta_{S3} \cdot \sin(\varphi_3) \cdot \varphi'_3)^2 \dots \\ &+ J_{S3} \cdot \varphi_3'^2 \dots \\ &+ m_4 \cdot (-\xi_{S4} \cdot \sin(\varphi_4) \cdot \varphi'_4 - \eta_{S4} \cdot \cos(\varphi_4) \cdot \varphi'_4)^2 \dots \\ &+ m_4 \cdot (\xi_{S4} \cdot \cos(\varphi_4) \cdot \varphi'_4 - \eta_{S4} \cdot \sin(\varphi_4) \cdot \varphi'_4)^2 \dots \\ &+ J_{S4} \cdot \varphi_4'^2. \end{aligned} \quad (6.37)$$

Siehe hierzu auch das Beispiel in [17], S. 115 ff.

Für das **Beispiel Flascheneinschub** von Abb. 6.8 auf S. 148 unterstellen wir nun die im nachfolgenden Listing angegebenen Masseparameter und erhalten den in Abb. 6.15 gezeigten Verlauf des auf den Antrieb φ_2 reduzierten Massenträgheitsmomentes.

```

clear; N=1002; Tp=1; % N=AnzPkt Tp=Periodendauer in s
% t=Laufzeit; da periodisch, wird letzter Wert nicht gebraucht
t=0:(Tp/N):((N-1)/N)*Tp; t=t';

% Vorgabe Drehwinkel Antrieb bei Winkelgeschwindigkeit const. eine Periode
phi2=t/Tp*2*pi;
c2=cos(phi2); s2=sin(phi2);

% Gestellpunkte
x12=0; y12=0; x41=132.5; y41=229.5;
% Gliedlaengen in mm
l2=92; l3=145; l4=240; xsi3k=-300; eta3k=400;

% Berechnungen
% Positionen Gelenk 23
x23=l2*c2; y23=l2*s2;

% Berechnung der Winkel von Glied 3 und 4, Montagevariante 2
B34=x23-x41; C34=y23-y41;
a34=2*B34*l4./(l4^2-l3^2+B34.^2+C34.^2);
b34=2*C34*l4./(l4^2-l3^2+B34.^2+C34.^2);
s4=( b34 + a34.*sqrt( a34.^2+b34.^2-1) )./(a34.^2+b34.^2);
c4=( a34 - b34.*sqrt( a34.^2+b34.^2-1) )./(a34.^2+b34.^2);

% Berechnung des Winkels von Glied 3
c3=l4/l3*c4-B34/l3;
s3=l4/l3*s4-C34/l3;

m2=10; JS2= 1500; xsiS2= 0; etaS2= 0;
m3=50; JS3=1000000; xsiS3=-100; etaS3= 250;
m4=10; JS4= 400000; xsiS4=l4/2; etaS4= 0;

% Berechnung des reduzierten Trägheitsmomentes
phi2s=1;
phi3s=l2/l3*(s2.*c4 - c2.*s4)./(s4.*c3-c4.*s3);
phi4s=l2/l4*(s2.*c3 - c2.*s3)./(s4.*c3-c4.*s3);

xs2s=-xsiS2*s2 - etaS2*c2;
ys2s= xsiS2*c2 - etaS2*s2;
xs3s=-l2*s2 - xsiS3*s3.*phi3s - etaS3*c3.*phi3s;
ys3s= l2*c2 + xsiS3*c3.*phi3s - etaS3*s3.*phi3s;
xs4s=-xsiS4*s4.*phi4s - etaS4*c4.*phi4s;
ys4s= xsiS4*c4.*phi4s - etaS4*s4.*phi4s;

Jred = m2*(xs2s.^2 + ys2s.^2) + JS2*phi2s.^2 ...
      + m3*(xs3s.^2 + ys3s.^2) + JS3*phi3s.^2 ...
      + m4*(xs4s.^2 + ys4s.^2) + JS4*phi4s.^2 ;
...

```

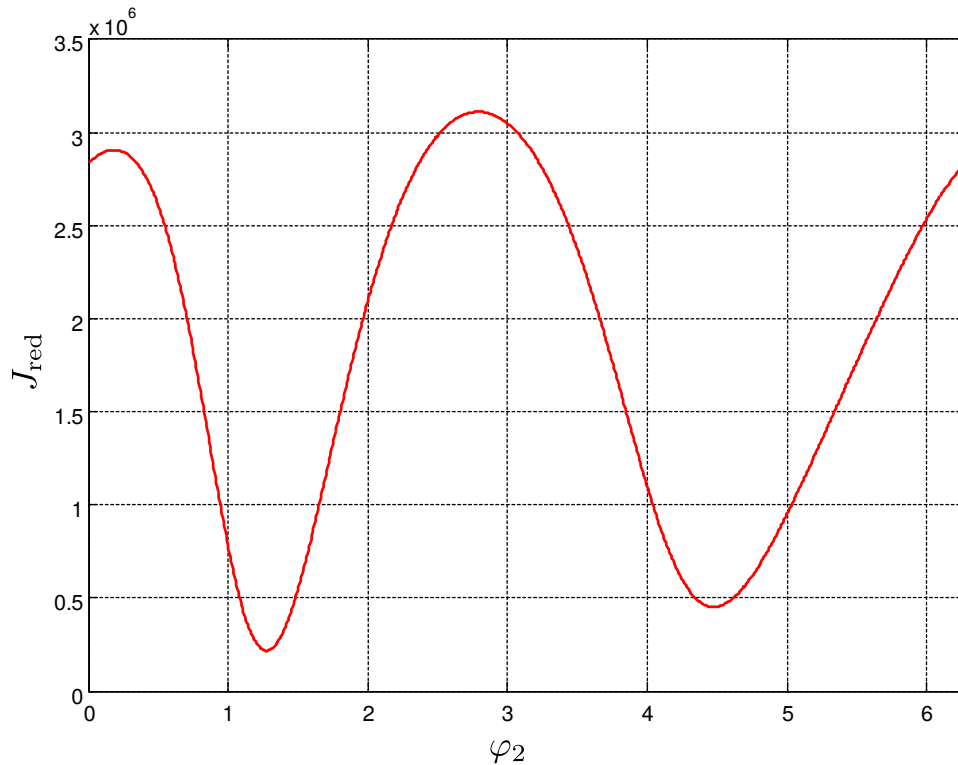


Abb. 6.15: Verlauf des reduzierten Massenträgheitsmomentes am Antrieb vom Beispiel

Nach Gl. 6.3 wird noch die erste Ableitung des Massenträgheitsmomentes nach der generalisierten Koordinate benötigt. Numerisch ist dies zwar nun sehr einfach zu bewerkstelligen, wir versuchen jedoch auch hier möglichst einfach eine analytische Lösung zu finden. Ausgehend von Gl. 6.34 können wir angeben:

$$J'_{\text{red}}(\varphi_2) = 2 \cdot \sum_{i=2}^4 \left[m_i \cdot (x'_{Si} \cdot x''_{Si} + y'_{Si} \cdot y''_{Si}) + J_{Si} \cdot \varphi'_i \cdot \varphi''_i \right], \quad (6.38)$$

D.h., es werden noch die Ausdrücke x''_{Si} , y''_{Si} und φ''_i benötigt. Wir erhalten diese Größen einfach (1-2 Seiten Handrechnung), wenn man analog zum Vorgehen im Kapitel 6.5 die entsprechenden Gleichungen nicht nach der Zeit, sondern nach der generalisierten Koordinate φ_2 ableitet:

$$x''_{S2} = -\xi_{S2} \cdot \cos(\varphi_2) + \eta_{S2} \cdot \sin(\varphi_2) \quad (6.39)$$

$$y''_{S2} = -\xi_{S2} \cdot \sin(\varphi_2) - \eta_{S2} \cdot \cos(\varphi_2) \quad (6.40)$$

$$\begin{aligned} x''_{S3} = & x''_{23} - \varphi_3'' \cdot \left[\xi_{S3} \cdot \sin(\varphi_3) + \eta_{S3} \cdot \cos(\varphi_3) \right] \dots \\ & \dots - \varphi_3'^2 \cdot \left[\xi_{S3} \cdot \cos(\varphi_3) - \eta_{S3} \cdot \sin(\varphi_3) \right] \end{aligned} \quad (6.41)$$

$$\begin{aligned} y''_{S3} = & y''_{23} + \varphi_3'' \cdot \left[\xi_{S3} \cdot \cos(\varphi_3) - \eta_{S3} \cdot \sin(\varphi_3) \right] \dots \\ & \dots - \varphi_3'^2 \cdot \left[\xi_{S3} \cdot \sin(\varphi_3) + \eta_{S3} \cdot \cos(\varphi_3) \right] \end{aligned} \quad (6.42)$$

$$\begin{aligned} x''_{S4} = & -\varphi_4'' \cdot \left[\xi_{S4} \cdot \sin(\varphi_4) + \eta_{S4} \cdot \cos(\varphi_4) \right] \dots \\ & \dots - \varphi_4'^2 \cdot \left[\xi_{S4} \cdot \cos(\varphi_4) - \eta_{S4} \cdot \sin(\varphi_4) \right] \end{aligned} \quad (6.43)$$

$$\begin{aligned} y''_{S4} = & \varphi_4'' \cdot \left[\xi_{S4} \cdot \cos(\varphi_4) - \eta_{S4} \cdot \sin(\varphi_4) \right] \dots \\ & \dots - \varphi_4'^2 \cdot \left[\xi_{S4} \cdot \sin(\varphi_4) + \eta_{S4} \cdot \cos(\varphi_4) \right] \end{aligned} \quad (6.44)$$

$$\varphi_4'' = \frac{l_2 \cdot \left(\sin(\varphi_2) \sin(\varphi_3) + \cos(\varphi_2) \cos(\varphi_3) \right) + l_3 \cdot \varphi_3'^2 - l_4 \cdot \varphi_4'^2 \cdot A}{l_4 \cdot B} \quad (6.45)$$

$$\varphi_3'' = \frac{l_2 \cdot \left(\sin(\varphi_2) \sin(\varphi_4) + \cos(\varphi_2) \cos(\varphi_4) \right) - l_4 \cdot \varphi_4'^2 + l_3 \cdot \varphi_3'^2 \cdot A}{l_3 \cdot B} \quad (6.46)$$

Zur Berechnung der Werte ergänzen wir den Quelltext um folgende Zeilen:


```

...
A=c3.*c4+s3.*s4;
B=s4.*c3-c4.*s3;
phi2ss = 0;
phi4ss = ( 12*(s2.*s3+c2.*c3) + 13*phi3s.^2 - 14*phi4s.^2 .*A ) ./ (14*B);
phi3ss = ( 12*(s2.*s4+c2.*c4) - 14*phi4s.^2 + 13*phi3s.^2 .*A ) ./ (13*B);

xs2ss = -xsiS2*c2+etaS2*s2;
ys2ss = -xsiS2*s2-etaS2*c2;
xs3ss=-12*c2 -phi3ss.*(xsiS3*s3+etaS3*c3) - phi3s.^2 .*(xsiS3*c3-etaS3*s3);
ys3ss=-12*s2 +phi3ss.*(xsiS3*c3-etaS3*s3) - phi3s.^2 .*(xsiS3*s3+etaS3*c3);
xs4ss=-phi4ss.*(xsiS4*s4+etaS4*c4) - phi4s.^2 .*(xsiS4*c4-etaS4*s4);
ys4ss= phi4ss.*(xsiS4*c4-etaS4*s4) - phi4s.^2 .*(xsiS4*s4-etaS4*c4);

Jreds=2*( m2*(xs2s.*xs2ss + ys2s.*ys2ss) + JS2*phi2s.*phi2ss ...
        + m3*(xs3s.*xs3ss + ys3s.*ys3ss) + JS3*phi3s.*phi3ss ...
        + m4*(xs4s.*xs4ss + ys4s.*ys4ss) + JS4*phi4s.*phi4ss );
...

```

und erhalten den in Abb. 6.16 gezeigten Verlauf.

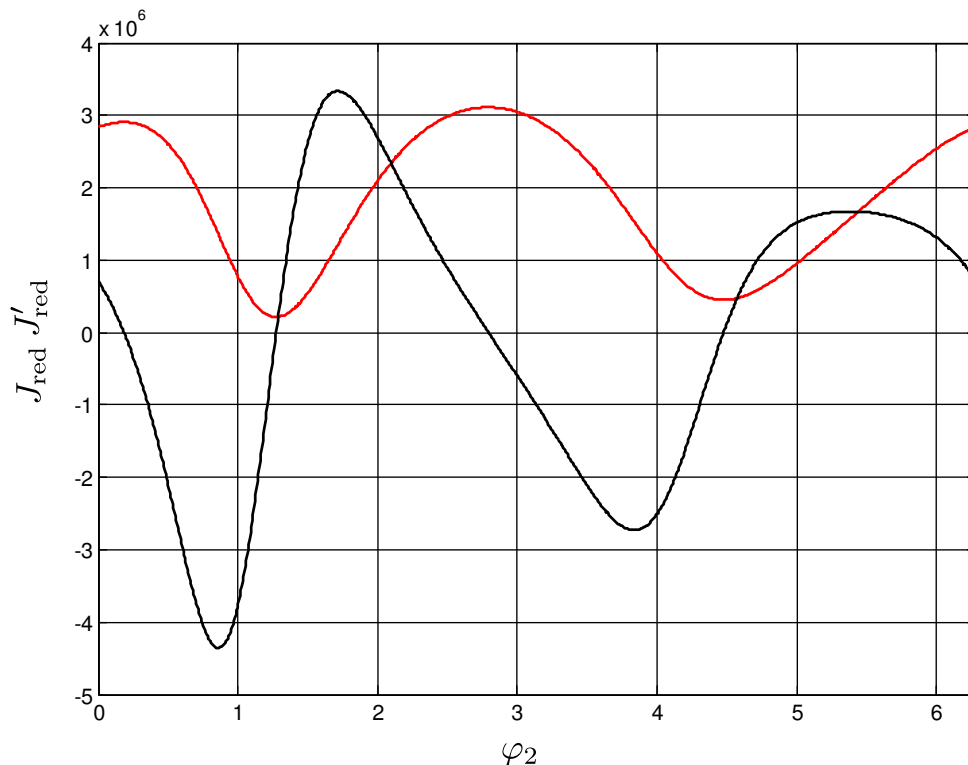


Abb. 6.16: Verlauf des reduzierten Massenträgheitsmomentes vom Beispiel -rote Kurve- (in kg·mm²) sowie dessen ersten Ableitung nach der generalisierten Koordinate φ_2 -schwarze Kurve- (in kg·mm²/rad)

Es gibt auch Software, welche diese Informationen berechnet und ausgibt, siehe Abb. 6.17. Zu empfehlen ist WinDAM [104].

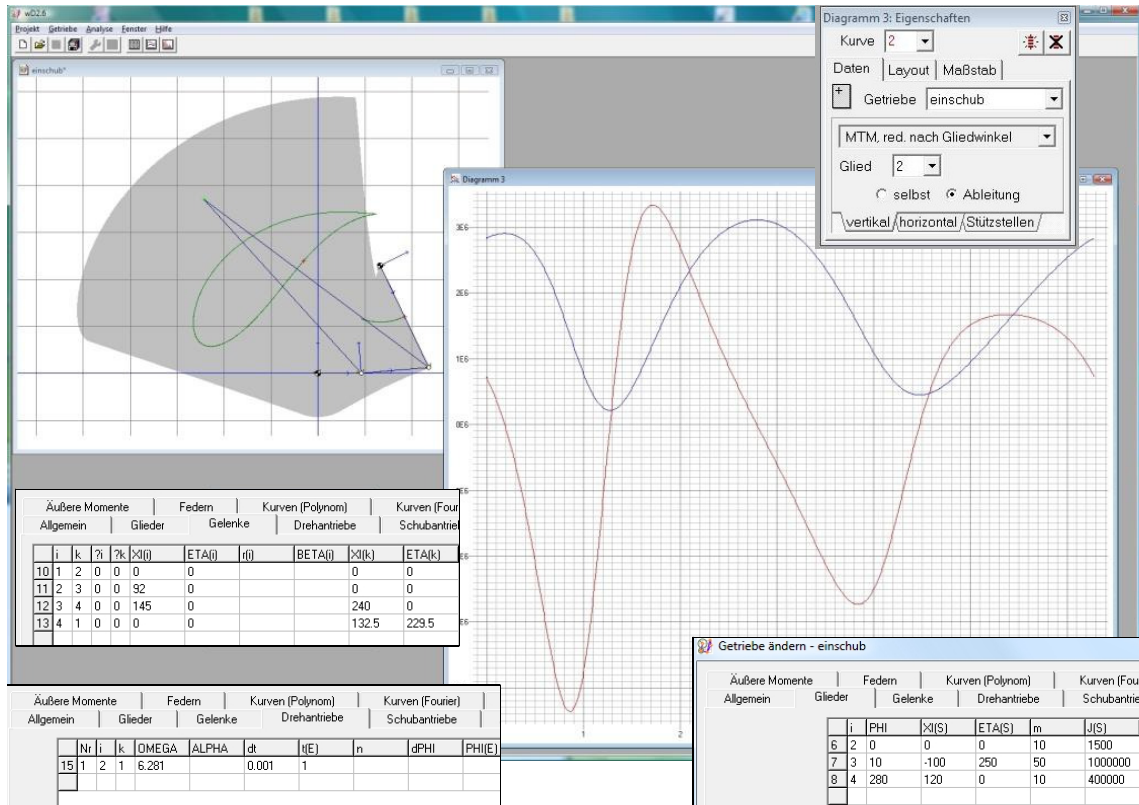


Abb. 6.17: Anwendungsbeispiel in WinDAM

Bezugnehmend auf Gl. 6.3 können wir nun damit bereits Überlegungen zum Antriebsmoment unseres Flascheneinschub-Beispiels anstellen. Unterstellt man z.B. einen drehzahlkonstanten (geregelten) Antrieb an der Kurbel, also $\ddot{\varphi}_2 = 0$, mit einer Umdrehung je Sekunde, $\dot{\varphi}_2 = 2 \cdot \pi/\text{s}$, so ergibt sich für das kinetische Antriebsmoment:

$$M_{\text{kin}}(\varphi_2) = \frac{1}{2} \cdot J'(\varphi_2) \cdot (2 \cdot \pi/\text{s})^2, \quad (6.47)$$

d.h., wir müssen den Verlauf der ersten Ableitung des Trägheitsmomentes von Abb. 6.16 mit dem Faktor $19.74/\text{s}^2$ multiplizieren. Wir erhalten jedoch aufgrund der gewählten Einheiten für das Moment die Einheit 10^{-6}Nm , so dass sich für das untersuchte Beispiel ein Spitzenmoment von ca. 80 Nm ergäbe.

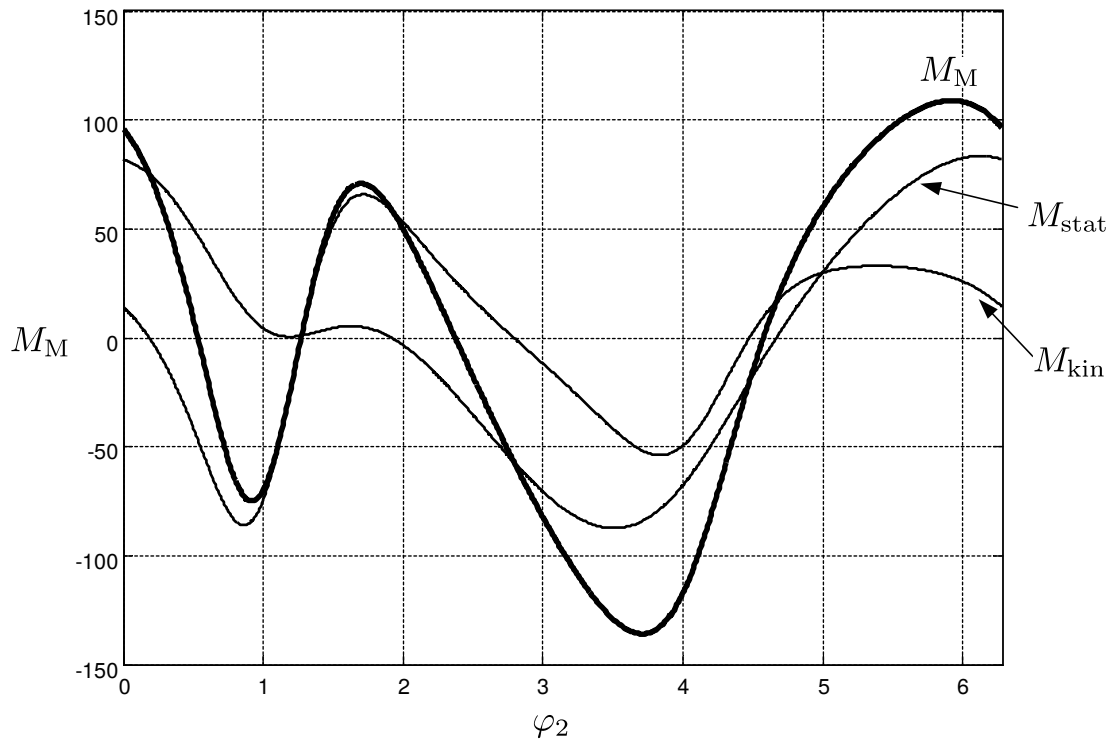


Abb. 6.18: Verlauf des Antriebsmomentes vom Beispiel Flascheneinschub (in Nm)

Das erforderliche statische Moment ergibt sich aus der Änderung der potentiellen Energie des Systems, wobei wir die Wirkung der Erdbeschleunigung g in y -Richtung annehmen. Zur Reduktion dieser Komponenten auf die Antriebsachse sind dadurch nur die Änderungen der Schwerpunkthöhen bezüglich der generalisierten Koordinate interessant, die ja bekannt sind:

$$M_{\text{stat}}(\varphi_2) = (m_2 \cdot y'_{S2} + m_3 \cdot y'_{S3} + m_4 \cdot y'_{S4}) \cdot g. \quad (6.48)$$

```
g=9.81;
Mkin = 1/2*(2*pi)^2*Jreds*10^(-6);
Mstat= (m2*ys2s + m3*ys3s + m4*ys4s)*g*10^(-3);
MM = Mkin+Mstat;
```

6.6 Spezialfall Eigenbewegung

Bei kurzen Zykluszeiten, also hohen Drehzahlen, dominiert in der Regel das kinetisch verursachte Antriebsmoment (siehe Gl. 6.6). Problematisch hierbei ist, dass durch den Vorzeichenwechsel des Antriebsmomentes der Energiefluss pendelt und diese Blindleistung sowohl die Struktur belastet als auch die Energieverluste steigert. Die Frage besteht also, welche Möglichkeiten zur Verringerung dieses Blindleistungsanteiles existieren. Unter der Überschrift „Leistungsausgleich“ sind viele Möglichkeiten bekannt und Stand der Technik [9, 17, 63]. Wir wollen an dieser Stelle vorerst nur einen dieser Wege zur Diskussion stellen, die Nutzung der sogenannten Eigenbewegung, auch Eigengeschwindigkeit. Die Bewegungsgleichung 6.3 beschreibt das Verhalten des mechanischen Systemes. Die Summe der eingepprägten Kräfte und Momente verursacht eine Änderung der kinetischen und potentiellen Energie. Unter Nutzung von Gl. 6.6 kann man also auch schreiben:

$$E'_{\text{kin}} + U'(\varphi) = M_M + Q^*, \quad (6.49)$$

bzw.:

$$dE_{\text{kin}} = (M_M + Q^* - U'(\varphi)) d\varphi. \quad (6.50)$$

Integriert man den Ausdruck 6.50, erhält man den absoluten Zuwachs an kinetischer Energie durch die Arbeit der eingepprägten Kräfte abzüglich der Speicherung potentieller Energie:

$$\int_{\varphi_0}^{\varphi} dE_{\text{kin}} = \Delta E_{\text{kin}} = \underbrace{\int_{\varphi_0}^{\varphi} (M_M + Q^*) d\bar{\varphi}}_{W(\varphi)} - U(\varphi) + U(\varphi_0). \quad (6.51)$$

Für die momentane kinetische Energie eines rotierenden Systemes gilt auch:

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot J(\varphi) \cdot \dot{\varphi}^2 \quad (6.52)$$

und für die Differenz zwischen zwei Winkelpositionen φ_0 und φ :

$$\Delta E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot J(\varphi) \cdot \dot{\varphi}^2 - \frac{1}{2} \cdot J(\varphi_0) \cdot \dot{\varphi}_0^2. \quad (6.53)$$

Gleichsetzen der Ausdrücke 6.51 und 6.53 liefert für die momentane kinetische Energie des Systems:

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot J(\varphi) \cdot \dot{\varphi}^2 = \frac{1}{2} \cdot J(\varphi_0) \cdot \dot{\varphi}_0^2 + W(\varphi). \quad (6.54)$$

Aus Gl. 6.54 folgt dann für den Verlauf der Winkelgeschwindigkeit:

$$\dot{\varphi}(\varphi) = \dot{\varphi}_0 \cdot \sqrt{\frac{J(\varphi_0)}{J(\varphi)} \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot W(\varphi)}{J(\varphi_0) \cdot \dot{\varphi}_0^2}\right)} = \dot{\varphi}_0 \cdot \sqrt{\frac{J(\varphi_0)}{J(\varphi)} \cdot \left(1 + \frac{W(\varphi)}{E_{\text{kin}0}}\right)}. \quad (6.55)$$

Die Gl. 6.55 kennzeichnet den Verlauf der Winkelgeschwindigkeit des Systems infolge einwirkender Kraftgrößen bei gegebenem Ausgangszustand.

Die Interpretation dieser Gleichung fällt leichter, wenn wir nur „schnelle“ Antriebe mit vergleichsweise hoher kinetischer und demgegenüber kaum potentieller Energie betrachten, bei denen also Gewichts- und Federkräfte sowie auch die Wirkung äußerer Lasten vernachlässigbar gering sind. Die Reibung sei ebenfalls sehr gering. Zudem stelle man sich vor, bei einer gewissen erreichten Drehzahl den Motor plötzlich vom Antriebsstrang mechanisch zu entkoppeln. Dann würde $W(\varphi)$ sehr klein sein und man könnte den zweiten Quotienten in Gl. 6.55 vernachlässigen. Wir erhalten damit einen einfachen Ausdruck für den Verlauf der Winkelgeschwindigkeit bei Anfangsgeschwindigkeit $\dot{\varphi}_0$:

$$\dot{\varphi}(\varphi) = \dot{\varphi}_0 \cdot \sqrt{\frac{J(\varphi_0)}{J(\varphi)}} \quad (6.56)$$

und direkt hieraus für die entsprechende Winkelbeschleunigung:

$$\ddot{\varphi}(\varphi) = \dot{\varphi}_0^2 \cdot \frac{-J'(\varphi) \cdot J(\varphi_0)}{2 \cdot J(\varphi)^2}. \quad (6.57)$$

```
% Winkelgeschwindigkeit Antrieb bei Eigenbewegung
phi2pe =(2*pi)*sqrt(Jred(1)./Jred);

% Winkelbeschleunigung Antrieb bei Eigenbewegung
phi2ppe =-Jreds*Jred(1)./(2*Jred.^2)*(2*pi)^2;

% kinetisches Moment bei Eigenbewegung
Mkine =( Jred.*phi2ppe + 1/2*(phi2pe.^2).* Jreds )*10^(-6);
```

Wenn man also das o.g. Bewegungssystem bis zu einer gewissen Drehzahl antreibt, es dann aber quasi sich selbst überlässt, stellt sich der gezeigte Geschwindigkeitsverlauf am Motorzapfen ein. Im Umkehrschluss bedeutet dies, dass wenn man den lagegeregelten Motor mit einer Bewegungsvorgabe gemäß Eigenbewegung der Struktur beaufschlagt, das kinetische Antriebsmoment verschwindet, siehe Abb. 6.22!

Für unser bisher diskutiertes *Beispiel Flascheneinschub*, siehe Kap. 6.3.1, sind in den Abb. 6.19 und 6.20 die Verläufe jeweils dargestellt.

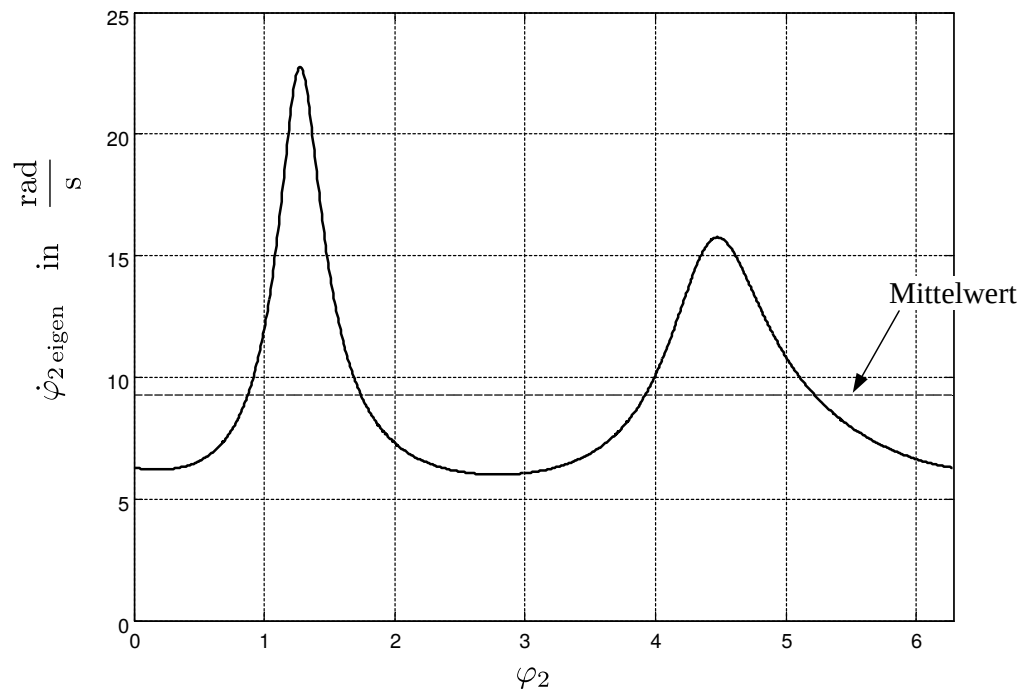


Abb. 6.19: Eigengeschwindigkeit Flascheneinschub (Kap. 6.3.1)

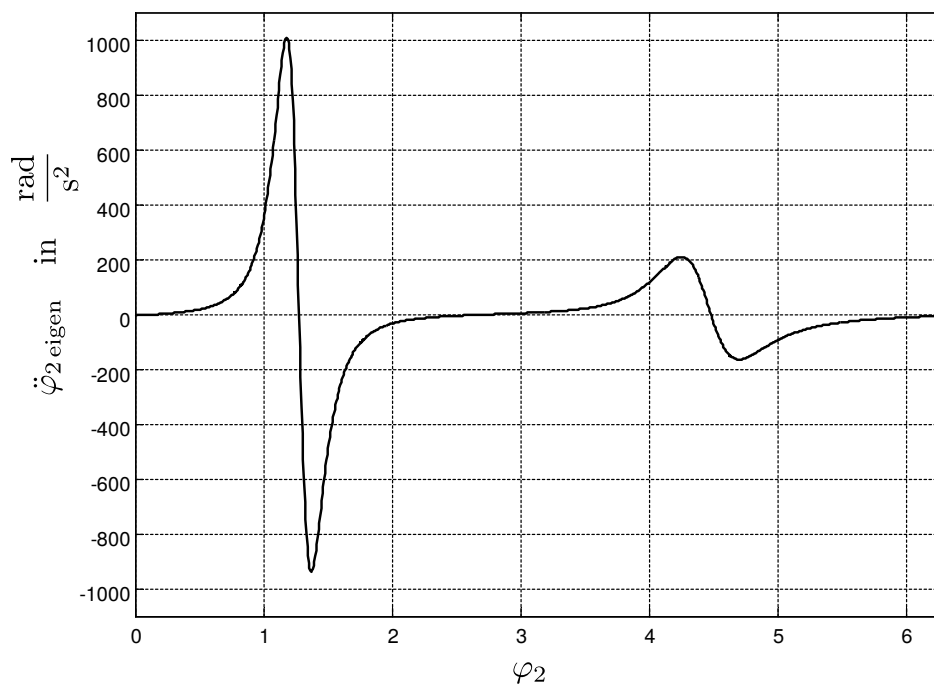


Abb. 6.20: Verlauf Eigenbeschleunigung über Drehwinkel

Der Lagesollwert für den Servoantrieb kann aus dem Geschwindigkeitsverlauf von Abb. 6.19 integriert werden. Der dort dargestellte Verlauf stellt sich bei der gewählten Anfangswinkelgeschwindigkeit von $2 \cdot \pi/s$ ein (Kinetische Energie zu diesem Zeitpunkt). Wir müssen diesen Verlauf also in seinem Mittelwert auf die gewünschte mittlere Winkelgeschwindigkeit skalieren und anschließend im Zeitbereich integrieren. Das Resultat ist in Abb. 6.21 zu sehen.

```
% fuer eine Umdrehung/s bzw. T=1s muss Mittelwert der
% Winkelgeschwindigkeit 2Pi betragen
phi2peT1=2*pi/mean(phi2pe)*phi2pe;

% Winkel ueber der Zeit durch numerische Integration
phi2eT1=cumsum(phi2peT1)*1/(N-1); phi2eT1(N)=phi2eT1(N-1);
```

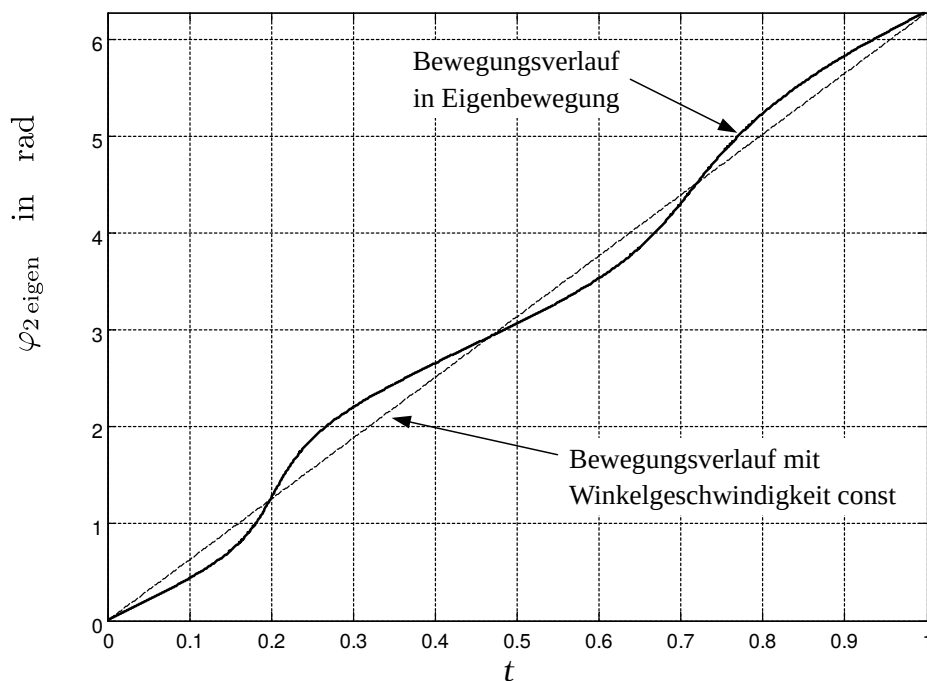


Abb. 6.21: Verlauf des Winkels am Antrieb über der Zeit bei einer Umdrehung/s

Diese Möglichkeit zum energieeffizienten Antrieb eines Bewegungssystems ist also insbesondere bei hohem kinetischem Momentenanteil erfolgversprechend und interessant. Sie setzt aber auch voraus, dass der eigentlich zu realisierende Prozess, also z.B. das Flaschentransportieren, damit auch funktioniert. Auch muss die Synchronisation mit anderen Arbeitsorganen und das Risiko von Kollisionen bedacht werden. Aufgrund der Vielzahl der genannten Einschränkungen wird dieser Ansatz daher sicher nur in seltenen Spezialfällen zum Erfolg führen.

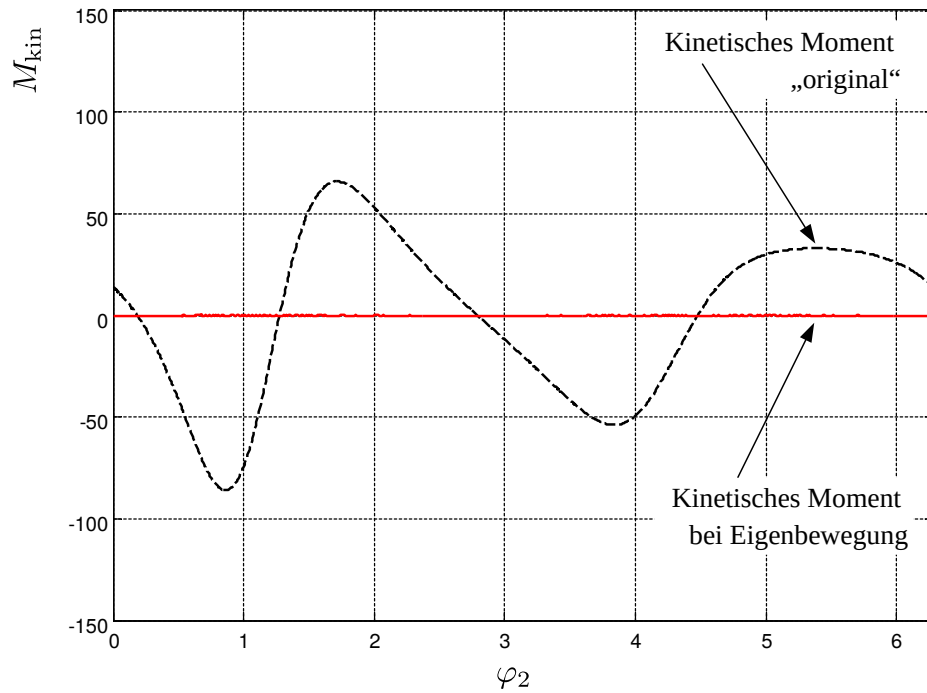


Abb. 6.22: Verlauf des kinetischen Momentes am Antrieb über dem Drehwinkel

6.7 Beispiel Siegelbackenantrieb (Schubkurbel)

6.7.1 Analyse Antriebsmoment

Das Quernahtfügen in einer Form-, Füll- und Verschleißmaschine für Schlauchbeutel erfolgt in der Regel mit zwei beheizten Quersiegelbacken. Das gesteuerte Bewegen dieser Quersiegelbacken kann auf vielfältige Weise erfolgen. Wir betrachten hier nur eines der möglichen technischen Prinzipien, nämlich den ebenen Antrieb der Backen über eine nichtumlaufende Schubkurbel mit MotionControl-System, siehe Abb. 6.23. Weitere Informationen hierzu kann man in [48] finden⁷.

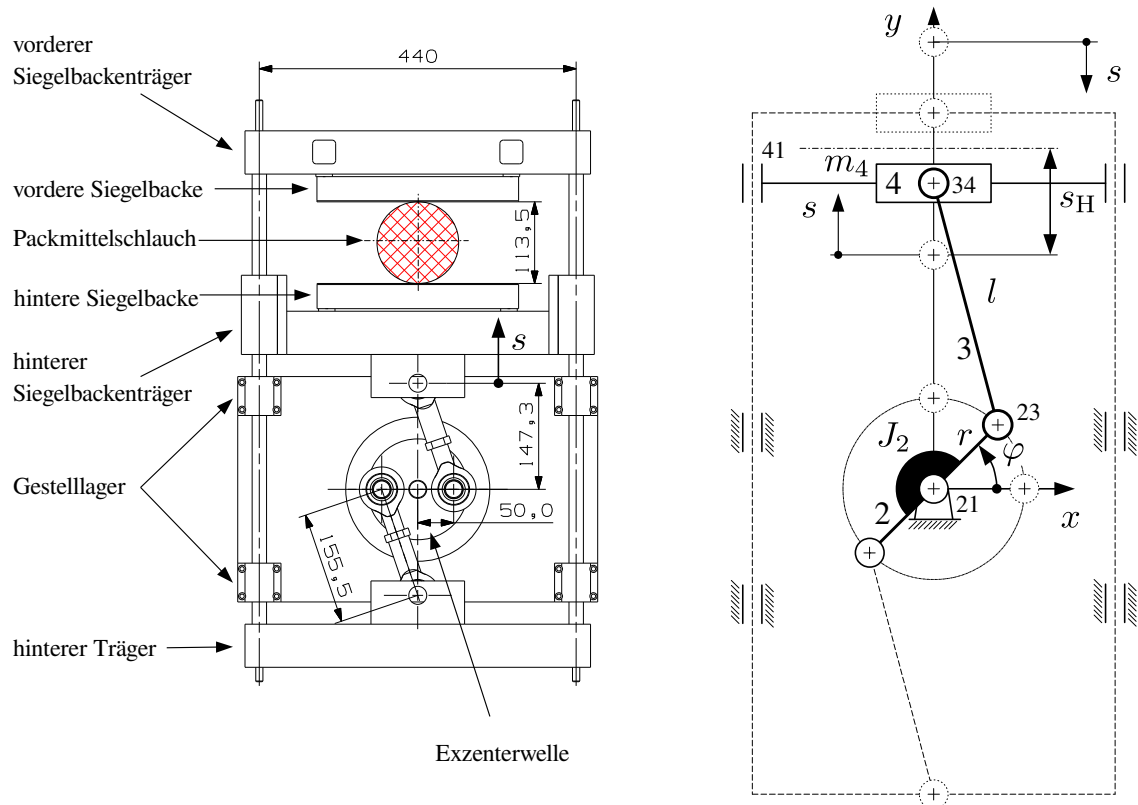


Abb. 6.23: Quersiegelstation einer Schlauchbeutelmaschine und kinematisches Schema

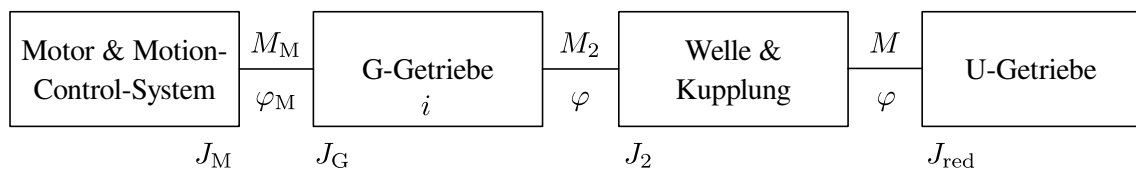


Abb. 6.24: Strukturmodell

⁷Dort geht es aber im Wesentlichen um die Auswertung von Motorstrom-Informationen hinsichtlich Prozess-Sicherheit / *condition monitoring*

Wir interessieren uns hier für das zu erwartende kinetische Antriebsmoment am Motorzapfen. Für den Siegelprozess selbst wird eine zeitliche Bewegungsabfolge gemäß Abb. 6.25 zugrundegelegt.

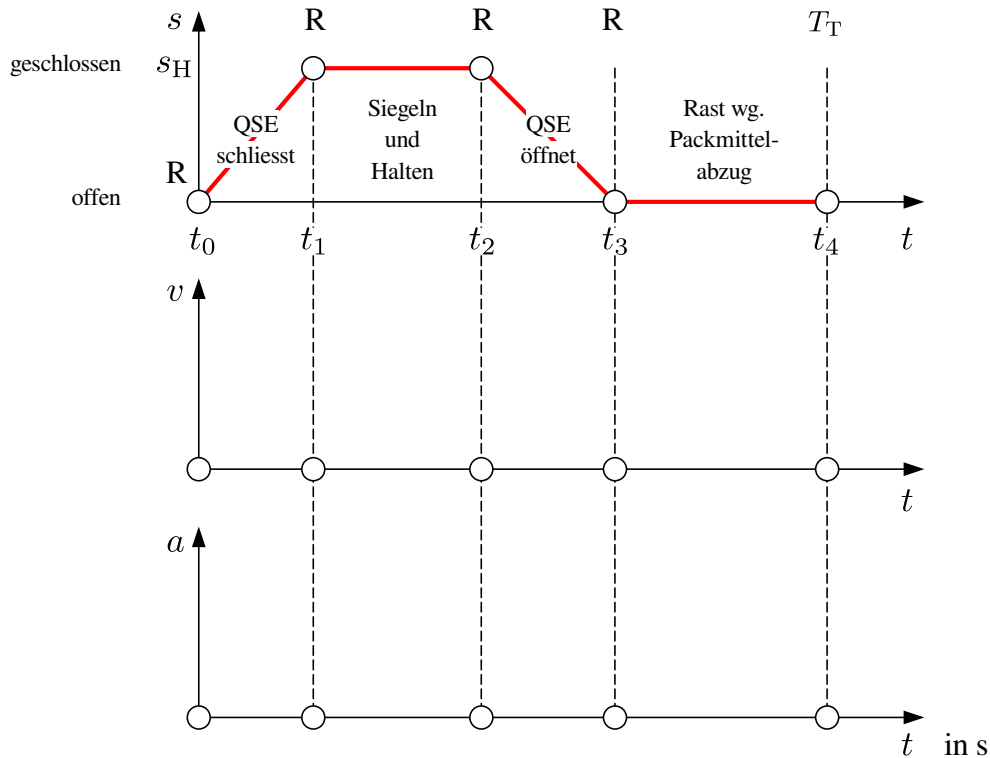


Abb. 6.25: Bewegungsplan Quersiegelbacke

Die Siegel- und Haltezeit betrage $t_{\text{Siegel}} = 150 \text{ ms}$, die Rastdauer beim Weitertransport des Schlauches $t_{\text{Abzug}} = 230 \text{ ms}$. Unterstellt man für die Zeitabschnitte 1 und 3 gleiche Zeitanteile, bleibt eine Bewegungszeit von $T_1 = T_3 = 185 \text{ ms}$ bei $n_T = 80 \text{ AT/min}$ ($T_T = 750 \text{ ms}$).

Es seien weiterhin folgende technische Daten gegeben:

$r = 50 \text{ mm}$, $l = 155 \text{ mm}$, Übersetzung Planetengetriebe $i = 5$,
 Summe aller translatorisch bewegter Massen $m_4 = 24 \text{ kg}$,
 Rotationsträgheitsmoment Exzenterwelle incl. Kupplung $J_2 = 7600 \text{ kg mm}^2$,
 Rotationsträgheitsmoment Planetengetriebe und Motor $J_{\text{GM}} = 400 \text{ kg mm}^2$.

Die Bewegungen sind R-R-Bewegungen. Es liegt nahe, sie mittels Polynom 5. Grades zu gestalten. Beginnend bei $\varphi = 0$ soll sich die Exzenterwelle um $\pi/2$ drehen, der Mechanismus befindet sich dann in Strecklage, der Maximalhub ist erreicht. Für die maximale Winkelgeschwindigkeit und Winkelbeschleunigung an der Motorwelle können wir sofort angeben:

$$\hat{\dot{\varphi}}_{\text{M}} = i \cdot c_v \cdot \frac{\pi/2}{T_1},$$

$$\hat{\dot{\varphi}}_{\text{M}} = 5 \cdot 1.88 \cdot \frac{\pi/2}{0.185 \text{ s}},$$

$$\hat{\dot{\varphi}}_{\text{M}} = 79.81 \text{ rad/s},$$

$$\hat{\ddot{\varphi}}_{\text{M}} = i \cdot c_a \cdot \frac{\pi/2}{T_1^2},$$

$$\hat{\ddot{\varphi}}_{\text{M}} = 5 \cdot 5.77 \cdot \frac{\pi/2}{0.0342 \text{ s}^2},$$

$$\hat{\ddot{\varphi}}_{\text{M}} = 1325.07 \text{ rad/s}^2.$$

Um das benötigte Antriebsmoment zu ermitteln, benutzen wir wieder Gl. 6.3. Da die Quersiegelbacken horizontal bewegt werden, treten keine Gewichtskräfte auf. Die nur lokal wirkenden Spannfedern zur Aufrechterhaltung eines gewissen Siegeldruckes ignorieren wir an dieser Stelle. Ebenfalls die mit Sicherheit auftretenden Reibungskräfte, siehe [48]. Das am U-Getriebeeingang gemäß Abb. 6.24 benötigte kinetische Moment ergibt sich dann aus:

$$M(\varphi) = J_{\text{red}}(\varphi) \cdot \ddot{\varphi} + \frac{1}{2} \cdot J'_{\text{red}}(\varphi) \cdot \dot{\varphi}^2. \quad (6.58)$$

Der Einfluss der Rotationsträgheit der Pleuel wird vernachlässigt. Zur Modellvereinfachung gehen wir davon aus, nur die translatorisch bewegte Masse auf die Exzenterwelle reduzieren zu müssen. Durch Projektion der Strecken r und l auf die y -Achse lässt sich für die Koordinate $y_{41}(\varphi)$ leicht ermitteln:

$$y_{41}(\varphi) = r \cdot \sin(\varphi) + \sqrt{l^2 - (r \cdot \cos(\varphi))^2}. \quad (6.59)$$

Für das auf die Exzenterwelle reduzierte Massenträgheitsmoment, siehe auch Gl. 6.34, gilt:

$$J_{\text{red}}(\varphi) = m_4 \cdot (y'_{41}(\varphi))^2, \quad (6.60)$$

mit

$$y'_{41}(\varphi) = r \cdot \cos(\varphi) + \frac{r \cdot \cos(\varphi) \cdot r \cdot \sin(\varphi)}{\sqrt{l^2 - (r \cdot \cos(\varphi))^2}}. \quad (6.61)$$

Die erste Ableitung des reduzierten Massenträgheitsmomentes 6.60 lautet:

$$J'_{\text{red}}(\varphi) = 2 \cdot m_4 \cdot y'_{41}(\varphi) \cdot y''_{41}(\varphi), \quad (6.62)$$

mit

$$y''_{41}(\varphi) = \frac{-r \cdot \sin(\varphi) + \frac{1}{\sqrt{l^2 - (r \cdot \cos(\varphi))^2}} \cdot \dots}{\left[(r \cdot \cos(\varphi))^2 - (r \cdot \sin(\varphi))^2 - \frac{(r \cdot \cos(\varphi))^2 \cdot (r \cdot \sin(\varphi))^2}{l^2 - (r \cdot \cos(\varphi))^2} \right]}. \quad (6.63)$$

```
clear; N=100;
r=50; l=155;
m4=24; J2=7600; JGM=400;

phimax=2*pi;
phi=(0:phimax/N:phimax)';

x23=r*cos(phi); y23=r*sin(phi);

Nen=l^2 - x23.^2;
y41_ =y23 + sqrt(Nen);
y41_ =x23 + x23.*y23./ sqrt(Nen);
y41__=-y23+(x23.^2 - y23.^2 - (x23.^2 .* y23.^2)./Nen)./sqrt(Nen);

Jred = m4*(y41_).^2;
Jred_= 2*m4*y41_ .* y41__;
```

In Abb. 6.26 sind die Verläufe von $J_{\text{red}}(\varphi)$ sowie $J'_{\text{red}}(\varphi)$ über eine Umdrehung der Exzenterwelle dargestellt. Als Maximalwert für das Trägheitsmoment kann man $66.300 \text{ kg} \cdot \text{mm}^2$ ablesen und zwar zu den Winkelstellungen $\varphi = 0.312 \text{ rad}$ (17.87°) sowie $\varphi = 2.829 \text{ rad}$ (162.12°), bei denen übrigens Kurbel r und Koppel l senkrecht aufeinander stehen. In den Strecklagen der Schubkurbel hingegen verschwindet die reduzierte Massenträgheit sowie deren Ableitung.

Für die Momentenberechnung benötigen wir noch die zeitlichen Verläufe von $\dot{\varphi}$ und $\ddot{\varphi}$. Wir modifizieren daher das MatLab-Script dahingehend, daß nun φ nicht mehr linear zunimmt, sondern dem Verlauf eines 345-Polynoms entspricht.

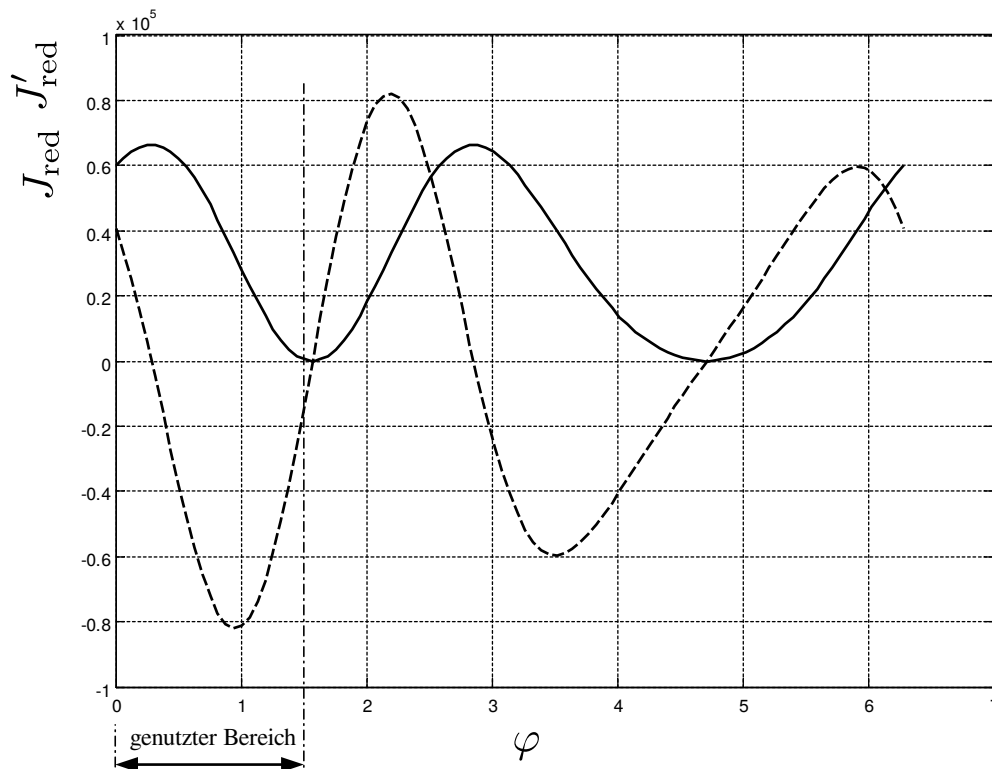


Abb. 6.26: Verlauf von $J_{\text{red}}(\varphi)$ in $\text{kg} \cdot \text{mm}^2 / \text{rad}^2$ sowie $J'_{\text{red}}(\varphi)$ (---) in $\text{kg} \cdot \text{mm}^2 / \text{rad}^3$ über eine Umdrehung der Exzenterwelle φ

```
clear; N=100; r=50; l=155;
m4=24; J2=7600; JGM=400;
T=0.185; phimax=pi/2;
% -----
z=(0:1/N:1)';
phi_n  =10*z.^3-15*z.^4+6*z.^5;
phi_n_ =30*z.^2-60*z.^3+30*z.^4;
phi_n__=60*z-180*z.^2+120*z.^3;
% -----
phi  =phimax *phi_n  ;
phip =phimax/T *phi_n_ ;
phipp=phimax/T/T*phi_n__;
% -----
x23=r*cos(phi); y23=r*sin(phi); Nen=l^2 - x23.^2;
y41  =y23 + sqrt(Nen);
y41_ =x23 + x23.*y23./ sqrt(Nen);
y41__=-y23+(x23.^2 - y23.^2 - (x23.^2 .* y23.^2)./Nen)./sqrt(Nen);
Jred  = m4*(y41_).^2; Jred_ = 2*m4*y41_ .* y41__;
Ma=Jred.*phipp *10^-6;
Mv=1/2*Jred_.*phip.^2 *10^-6;
M=Ma+Mv;
```

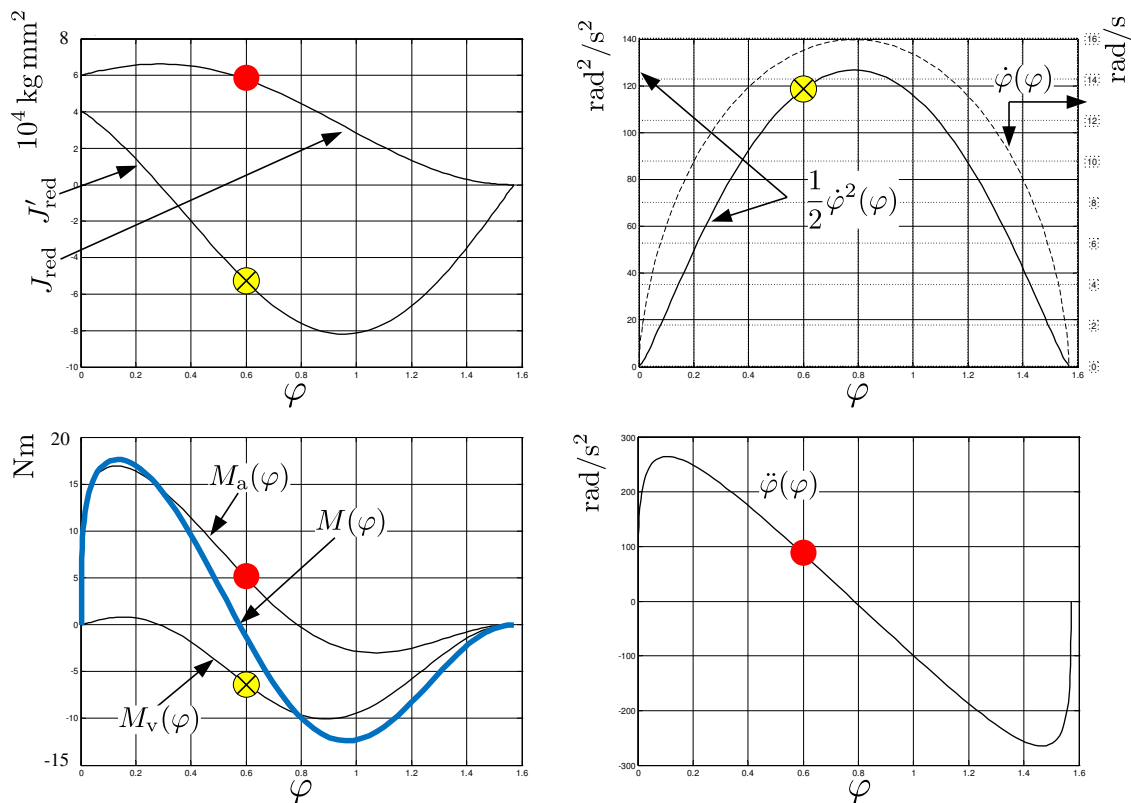


Abb. 6.27: Zusammensetzung des resultierenden Antriebsmomentes an der Exzenterwelle

Noch nicht berücksichtigt wurde die konstante Massenträgheit von Exzenterwelle und Kupplung, J_2 . Hierbei wirkt kein geschwindigkeitsabhängiger Teil, das Moment ist direkt proportional zum Beschleunigungsverlauf $\ddot{\varphi}$ und wird dem bisher berechneten aufaddiert, siehe Abb. 6.28.

Um letztendlich das Moment an der Motorwelle zu erhalten, wird nur noch deren Winkelbeschleunigung ausgerechnet und mit dem Trägheitsmoment von Motor und Getriebe J_{GM} multipliziert. Das oben berechnete Moment am Getriebeeingang J_2 wird über die Übersetzung i addiert:

```
i=5;
phi_M =i*phi;
phi_Mp =i*phip;
phi_Mpp=i*phipp;
M_M=M/i + JGM*10^-6 * phi_Mpp;
```

In Abb. 6.29 ist das an der Motorwelle wirkende Antriebsmoment über einen Schließvorgang bei $n_T = 80$ dargestellt.

Diese Berechnungen hätten selbstverständlich auch mit einem modernen CAD/CAE-Werkzeug ausgeführt werden können, was zur Probe auch zu empfehlen ist. Dabei werden aber vermutlich einige signifikante Informationen verborgen bleiben.

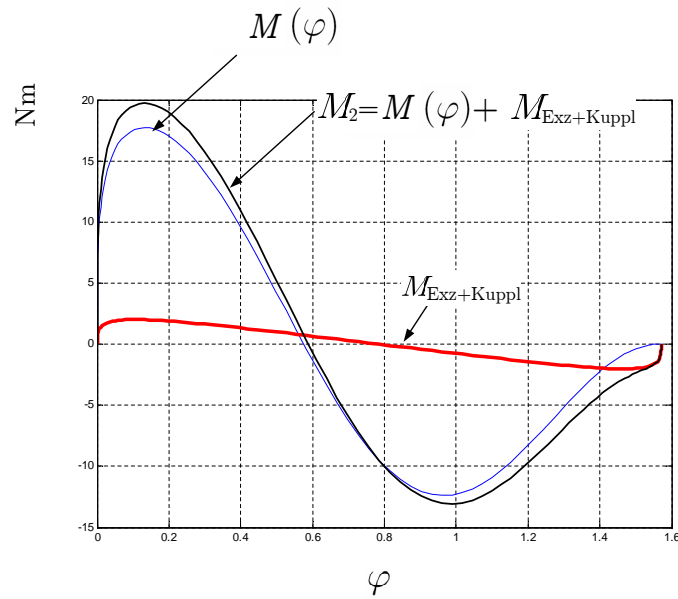


Abb. 6.28: Resultierendes Antriebsmoment M_2 unter Berücksichtigung der konstanten Trägheit von Exzenterwelle und Kupplung

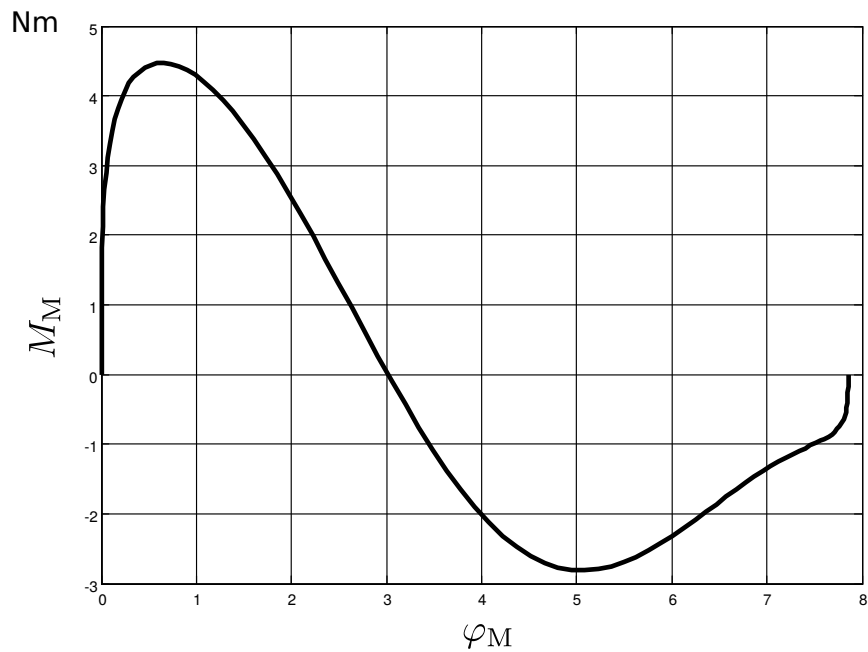


Abb. 6.29: Resultierendes Antriebsmoment M_M am Motor über dem Motorwellendrehwinkel (80 AT/min)

In Abb. 6.30 sind gemessene Werte dargestellt, allerdings für einen kompletten Zyklus [48]. Zur Erinnerung: Wir befinden uns mit unseren bisherigen Überlegungen nur im ersten Viertel der dargestellten gesamten Taktzeit, beim Schließen der Backen!

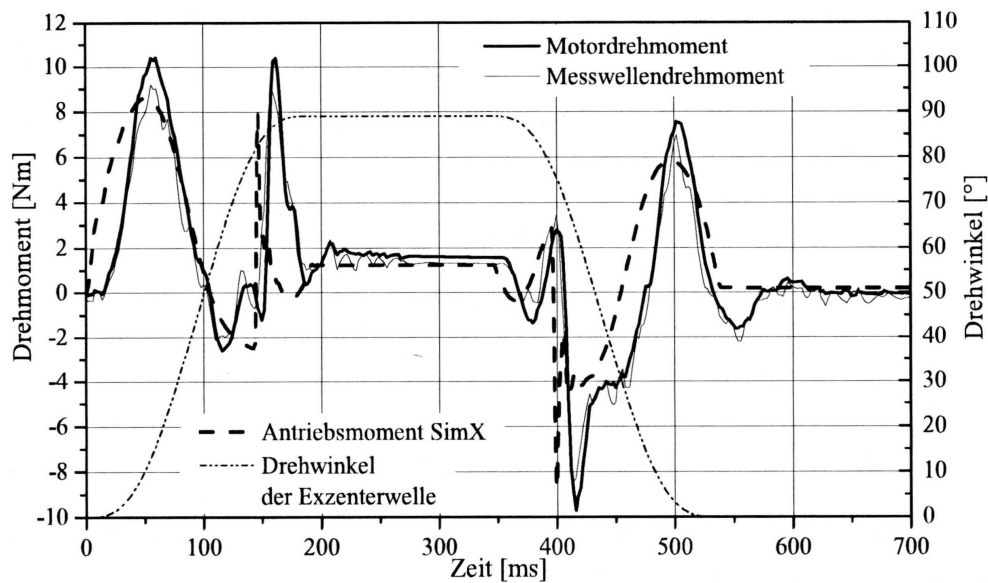


Abb. 6.30: Vergleich der Antriebsmomente aus Messung und Simulation sowie Drehwinkel der Exzenterwelle bei 80 AT/min [48]

Zu sehen ist das Motormoment des MC-Systems sowie das durch einen externen Messaufnehmer ermittelte. Die Berechnungsergebnisse stammen aus einem Simulationsmodell, in welchem weiterhin die nicht unerhebliche geschwindigkeitsabhängige Reibung sowie das Reglerverhalten Berücksichtigung finden.

6.7.2 Zur Beeinflussung des Antriebsmoments

Wäre z.B. die Senkung des Maximalmomentes oder des Effektivmomentes am Motor von Interesse, z.B. zur Steigerung der Ausbringung oder Minimierung der Energieverluste⁸, käme normalerweise folgendes in Betracht:

- Leichtbau
- Strukturoptimierung, i_{opt} ?
- alternative Struktur, anderes technisches Prinzip
- Bewegungszeit verlängern . . . ,

was aber nicht immer möglich oder sinnvoll ist.

Hat man Kenntnis über die „Entstehung“ dieses Momentes, könnte man auch unter Beibehaltung des strukturbedingten Trägheitsmomentes im vorliegenden Fall einen zielgerichtet veränderten Bewegungsverlauf in Betracht ziehen! Bei längerer Betrachtung von Abb. 6.27 fällt nämlich einiges auf:

Der „Beschleunigungsanteil“ am Moment ist dominant. Das Maximum an Trägheitsmoment, strukturbedingt, und das Maximum der Beschleunigung liegen relativ dicht zusammen. Das Bewegungsgesetz ist aber willkürlich gewählt worden. Ob das 3-4-5-Polynom in diesem Fall richtig ist, sollte man sich also gut überlegen. Da das zu überwindende Trägheitsmoment zum Ende hin verschwindet, würde ein angepasster Bewegungsverlauf mit verringertem bzw. verhindertem Beschleunigungsmaximum zu Beginn, aber dann sicher höherem Maximalwert zum Ende hin vermutlich wesentlich besser geeignet sein und erheblich zum Momentenspitzen-Abbau beitragen. Erreichen könnte man dies z.B. durch Polynomabschnitte (siehe Kap. 3.2). Es läge dann ein gezielt interaktiv generierter asymmetrischer Bewegungsverlauf vor, dessen Eignung hinsichtlich Kollision mit anderen Arbeitsorganen bzw. zur Erfüllung der eigentlichen Verarbeitungsaufgabe natürlich noch zu prüfen wäre.

Die folgenden Bilder demonstrieren einen solchen, wenn auch sehr simplen, Versuch: Die Bewegungsvorgabe wurde nun in zwei Abschnitte geteilt, um einen Zwischenpunkt definieren zu können. Beide Abschnitte werden jeweils aus Polynomen 5. Grades gebildet. Zur Hälfte der Zeit soll nun aber erst 30 % des Weges zurückgelegt sein (Abb. 6.31), und nicht 50 % wie zuvor.

⁸Die Verringerung der Lagerreibung würde natürlich auch einen erheblichen Beitrag leisten, was aber als selbstverständlich gesehen und hier nicht weiter berücksichtigt wird.

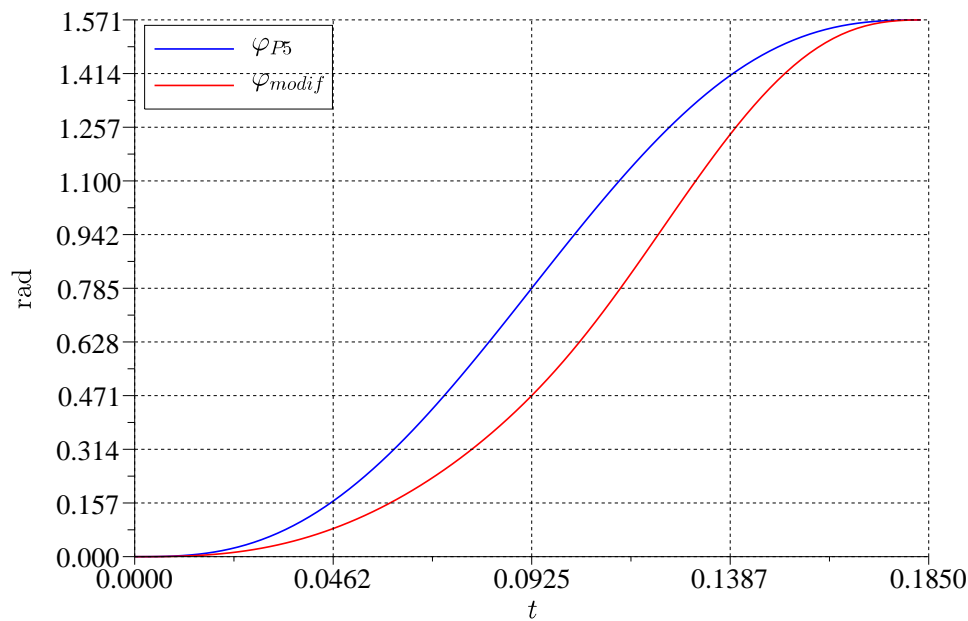


Abb. 6.31: Bewegungsvorgaben an Exzenterwelle vorher/modifiziert

Nach geringfügiger Variation der entsprechenden Werte für Winkelgeschwindigkeit, siehe Abb. 6.32, und Winkelbeschleunigung, Abb. 6.33, ergibt sich ein „akzeptables“ Bild der Bewegungsvorgabe.

Im kinetischen Moment an der Exzenterwelle, siehe Abb. 6.34, erkennt man nun gegenüber der Ausgangsvariante von Abb. 6.27 und 6.28 eine deutliche Änderung⁹.

⁹Der Vergleichbarkeit halber sind die Werte über der Zeit t abgetragen, da ja nun unterschiedliche Winkel-Zeit-Verläufe zugrundeliegen. Dadurch erklärt sich der gerinfügig „deformierte“ Verlauf des Momentes gegenüber der zuvor gewählten Darstellung über dem Antriebswinkel φ in Abb. 6.28.

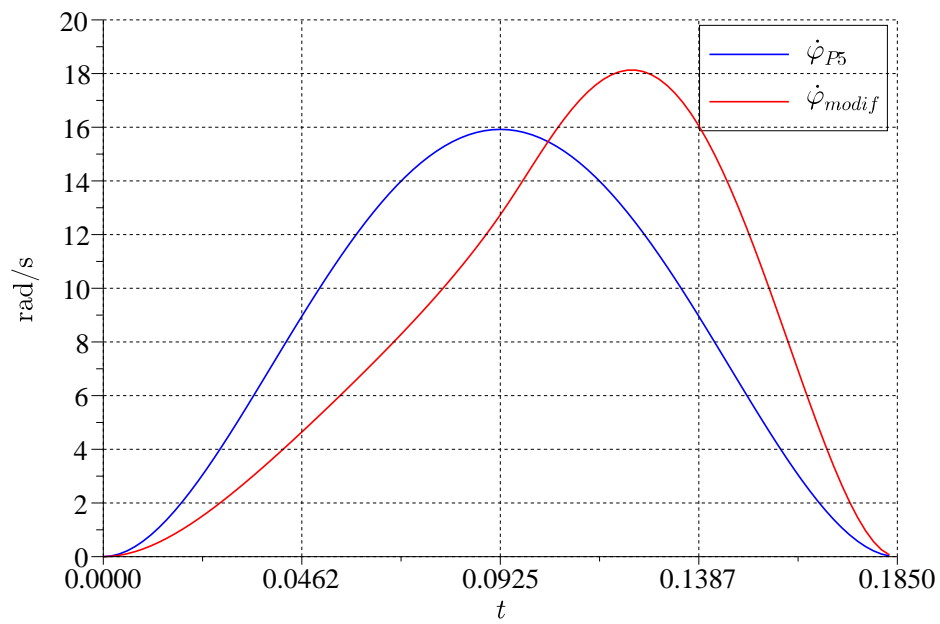


Abb. 6.32: Winkelgeschwindigkeit an Exzenterwelle vorher/modifiziert

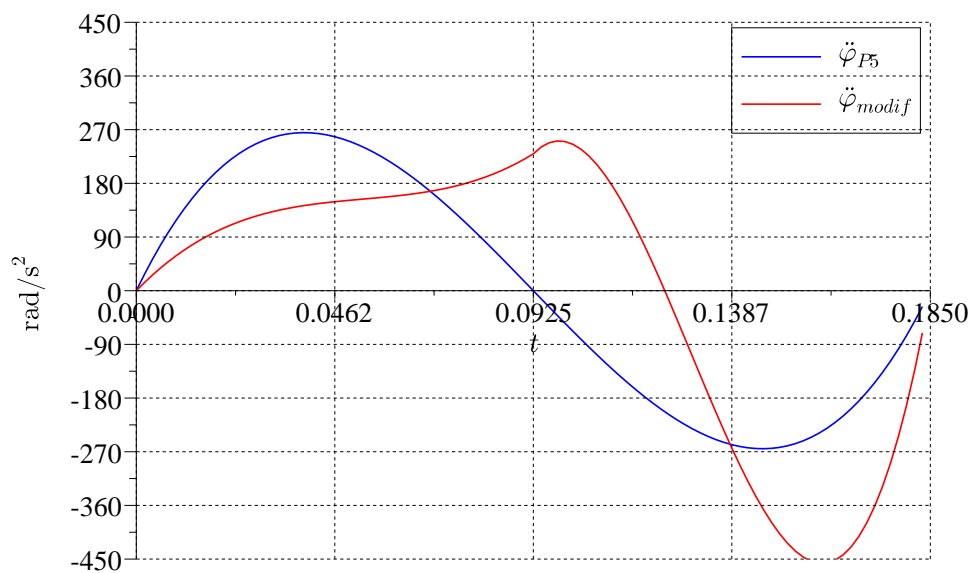


Abb. 6.33: Winkelbeschleunigung an Exzenterwelle vorher/modifiziert

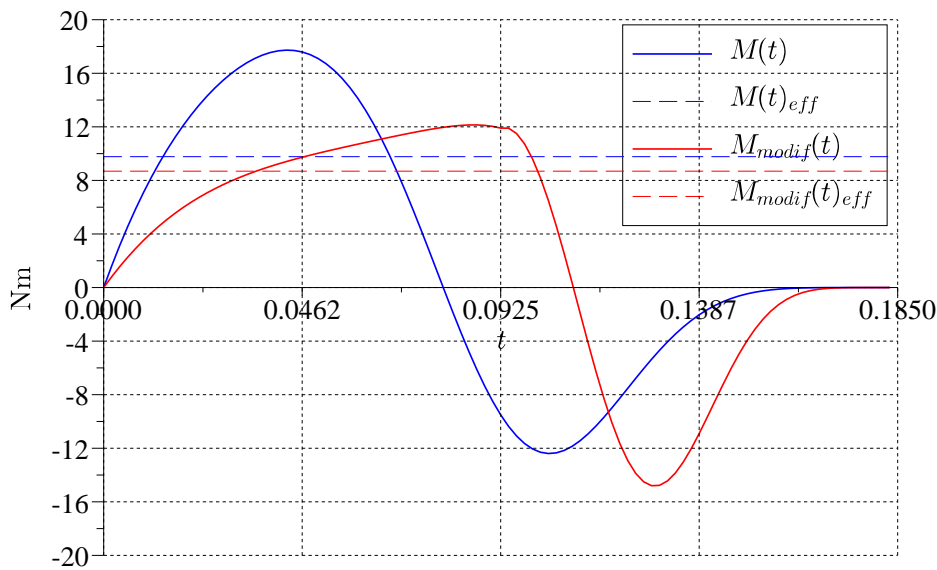


Abb. 6.34: Kinetisches Antriebsmoment an Exzenterwelle vorher/modifiziert

Das Antriebsmoment zu Beginn der Bewegung ist erwartungsgemäß deutlich verringert, von 17.72 Nm auf 12.14 Nm, also um 31.5 %, während aber im zweiten Abschnitt ein geringfügiger Zuwachs von -12.4 Nm auf ca. -14.8 Nm zu Buche schlägt (+19.3 %). Es bleibt aber demzufolge immer noch eine „Ersparnis“ von 2.9 Nm im Maximalmoment, was einer Senkung des Maximalmomentes um 16 % entspricht. Noch wichtiger ist die Tatsache, dass auch das Effektivmoment deutlich verringert wurde, nämlich von 9.77 Nm auf 8.68 Nm, immerhin eine Reduktion um 11%. Dieser Betrag kann schon darüber entscheiden, ob mit der gleichen Motor/MC-UG-Kombination eine signifikante Ausbringungssteigerung ermöglicht werden kann. Und das wohlgerne ohne zusätzliche Strukturbelastung, nur durch einfaches, aber zielgerichtet angepasstes Bewegungsdesign.

6.7.3 Kinematisches

Wir schauen uns noch kurz die bisher noch nicht beachtete **Abtriebsbewegung** y_{41} bei Vorgabe der Bewegung an der Exzenterwelle an. Die Übertragungsfunktion $y_{41}(\varphi)$ in Abb. 6.35 oben rechts kennen wir bereits aus Gl. 6.59. Wird die Exzenterwelle nun nicht mit konstanter Winkelgeschwindigkeit bewegt, sondern nur ein Hub von 90° z.B. mit dem Profil des 3-4-5-Polynomes $\varphi(t)$ absolviert, siehe Abb. 6.35 unten links, entsteht die entsprechende Abtriebsbewegung $y_{41}(t)$, Abb. 6.35 unten rechts. Die Siegelbacken selbst bewegen sich nach einem durch die nichtlineare Übersetzung der Schubkurbel veränderten Bewegungsprofil.

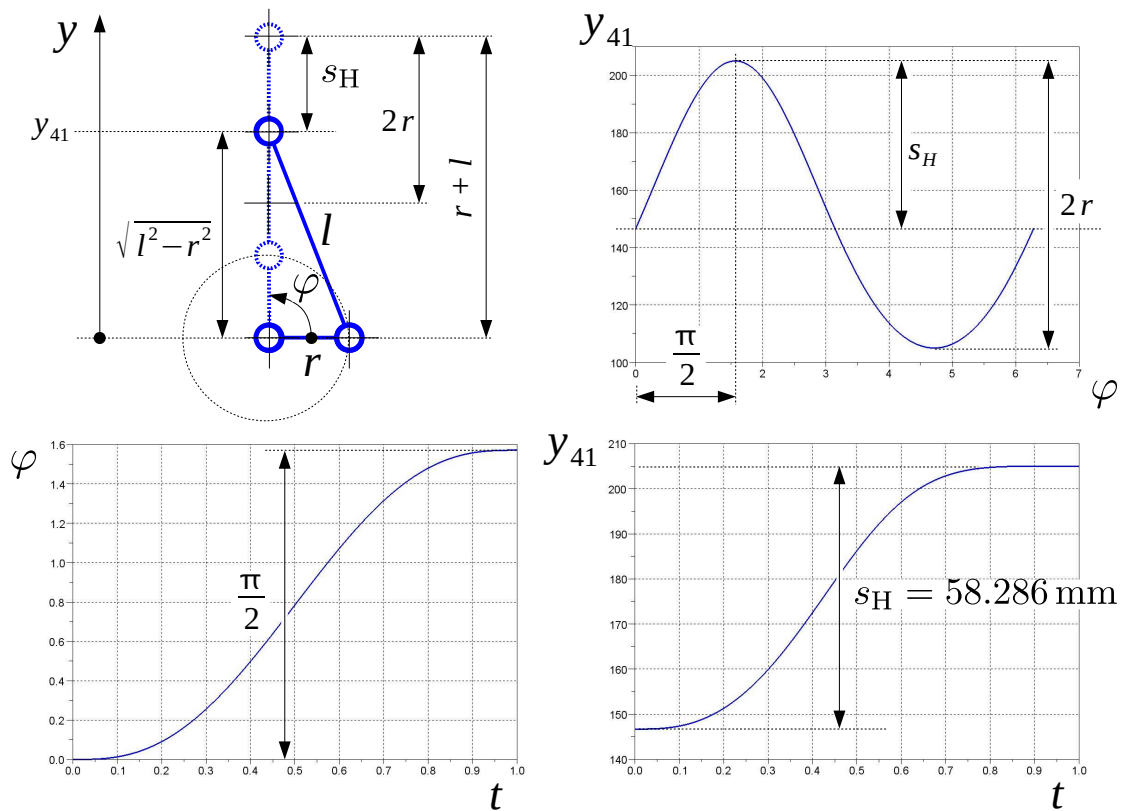


Abb. 6.35: Zur U-Funktion der Schubkurbel

Der Verlauf von Winkelgeschwindigkeit und Winkelbeschleunigung an der Exzenterwelle ist durch die Vorgabe des 3-4-5-Polynomes bekannt, siehe auch Abb. 6.32, 6.33. Für die Ermittlung von Geschwindigkeit und Beschleunigung am Abtrieb kann man sich folgendes klarmachen: Da die Schubkurbel als starrgliedrig angesehen wird, stellt Gl. 6.59 eine *nichtlineare* Übertragungsfunktion 0. Ordnung dar. Es gibt einen eindeutigen Zusammenhang zwischen der Eingangsgröße q , hier φ , und der Ausgangsgröße U , hier y_{41} , siehe Abb. 6.36. Und zwar ohne Zeitverzögerung, es handelt sich um ein zeitinvariantes System.

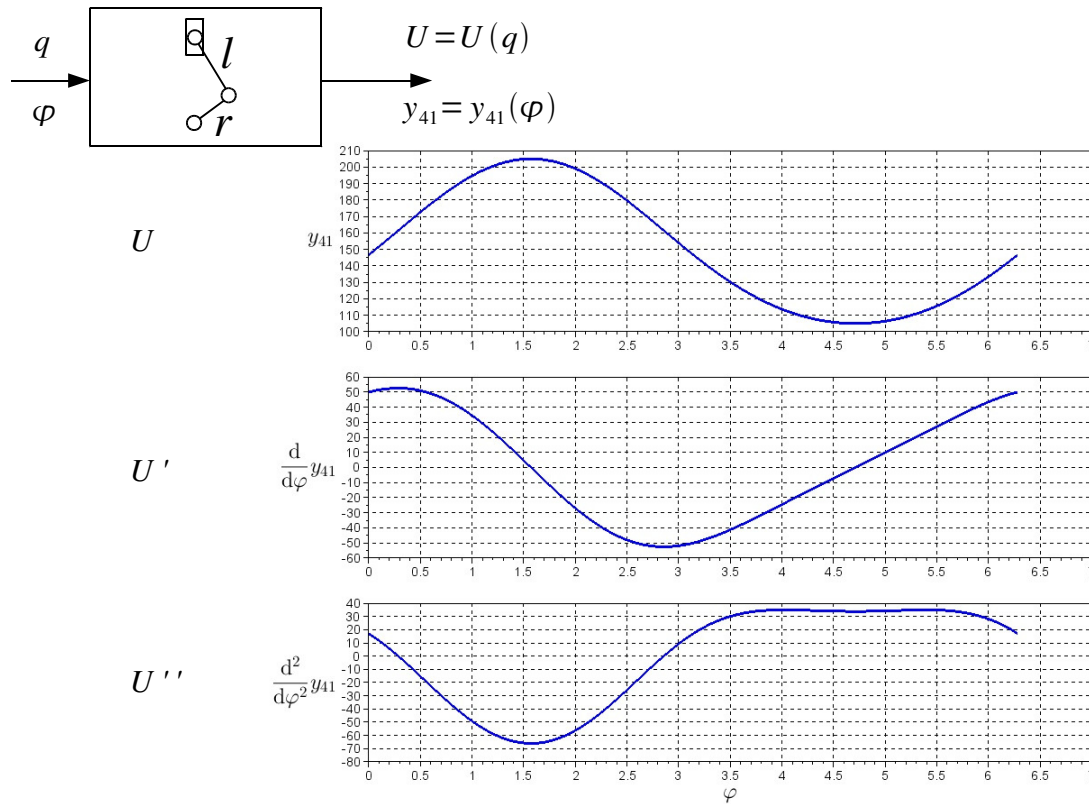


Abb. 6.36: Übertragungsfunktion, siehe Gl. 6.59, 6.61, 6.63

Die Eingangsgröße q ist aber von der Zeit t abhängig und kann in der Regel durch eine Funktion $q = q(t)$ angegeben werden. Für die Ausgangsgröße gelten die Gln. 6.1, 6.2.

Mit den Informationen aus Abb. 6.38, den Bewegungsvorgaben aus Abb. 6.37 sowie den Gln. 6.1, 6.2 lassen sich die gesuchten Verläufe¹⁰ für Geschwindigkeit und Beschleunigung am Abtrieb nun sehr einfach berechnen¹¹, siehe Abb. 6.39.

Für den Fall, dass \dot{q} konstant wäre, die Größe q dann also linear mit der Zeit zunähme, entspräche die gesuchte Geschwindigkeit dem Verlauf der ersten Ableitung der Übertragungsfunktion nach deren Eingangsgröße q , also U' , multipliziert mit einer Geschwindigkeitskonstanten \dot{q}_c . Wir erinnern uns an das im Kapitel 3.1 Gesagte. Für die Beschleunigung am Abtrieb ergäbe sich mit $\dot{q}=\text{const}$ und $\ddot{q}=0$ ebenfalls Bekanntes aus Kapitel 3.1.

¹⁰Den Gl. 6.1 und 6.2 entsprechend müsste man die Werte über dem Winkel φ abtragen. Der Anschaulichkeit halber wurde hier aber die Zeit t gewählt.

¹¹Der Verlauf der Abtriebsgeschwindigkeit über der Zeit ergibt sich aus dem Produkt von $U'(q(t))$ und $\dot{q}(t)$. Man muss zu jedem Zeitschritt t_i erst den entsprechenden Ableitungswert $U'(q(t_i))$, siehe Abb. 6.38, ermitteln und kann nicht o.g. U' und \dot{q} einfach multiplizieren

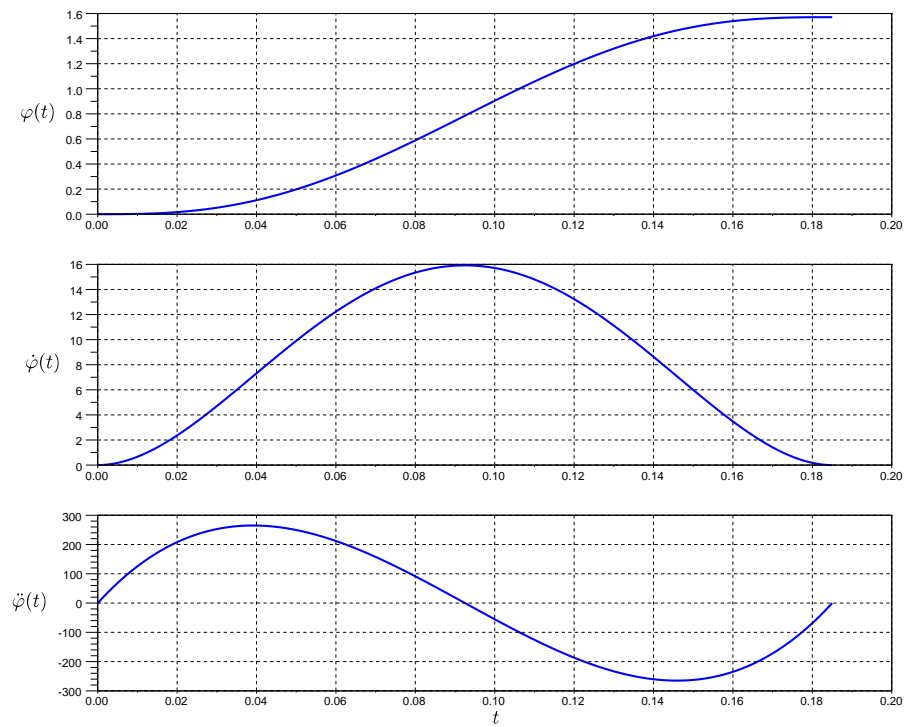


Abb. 6.37: P5 am Exzenter

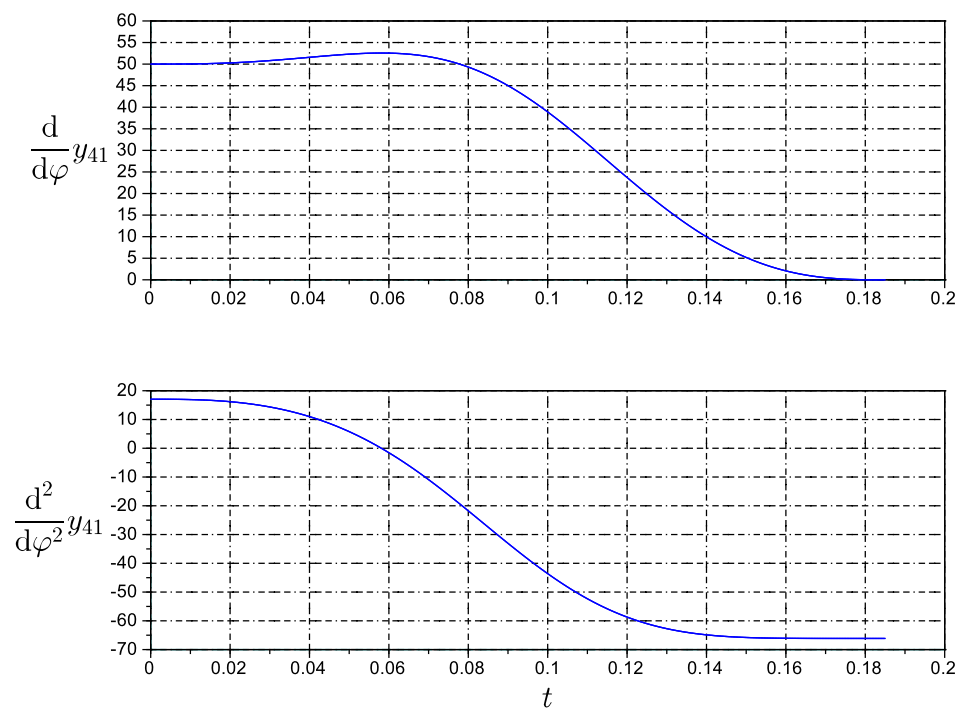


Abb. 6.38: U' , U'' über t bei Bewegungsvorgabe $\varphi(t)$ (Polynom 5. Grades)

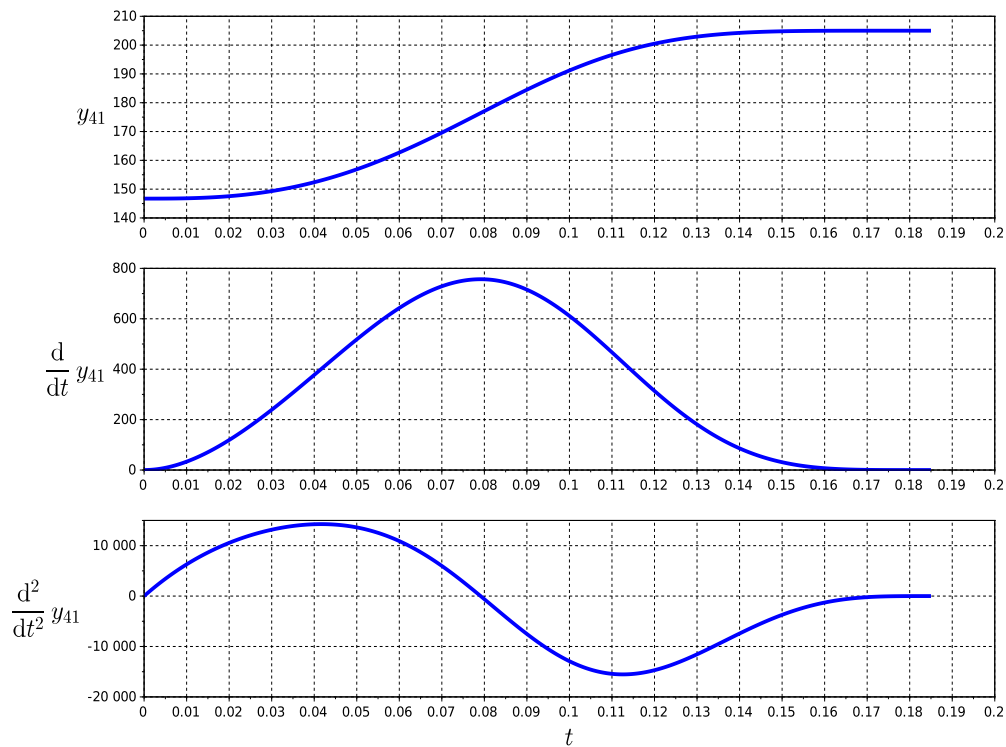


Abb. 6.39: AO-Bewegung bei P5 am Exzenter

```
clear; N=1000; l=155;r=50; T=0.185; hub=%pi/2;
z=linspace(0,1, N); t=T*z;

phi_n  = 10*z.^3 - 15*z.^4 + 6*z.^5;
phi_n_ = 30*z.^2 - 60*z.^3 + 30*z.^4;
phi_n__= 60*z.^1 - 180*z.^2 + 120*z.^3;
phi    = hub*phi_n;
phip   = hub/T*phi_n_;
phipp  = hub/T/T*phi_n__;

x23=r*cos(phi);y23=r*sin(phi);nen=l^2 -x23.^2;
y41=y23+sqrt(nen);
y41_=x23 + x23.*y23./sqrt(nen);
y41__=-y23+(x23.^2 - y23.^2 - (x23.^2 .* y23.^2)./nen)./sqrt(nen);
y41  =y41;
y41p =y41_.*phip;
y41pp=y41__.*phip.^2 + y41_.*phipp;

subplot(3,1,1)
plot(t,y41)
subplot(3,1,2)
plot(t,y41p)
subplot(3,1,3)
plot(t,y41pp)
```


6.7.4 Bewegungsvorgabe am Arbeitsorgan

Bei den Überlegungen im letzten Abschnitt haben wir das Bewegungsdesign am Antrieb durchgeführt. Wenn die Bewegungskarakteristik der Siegelbacken oder eines beliebigen anderen Arbeitsorganes von Interesse ist, muss man natürlich die Bewegung am Arbeitsorgan, also am Abtrieb, vorgeben und auf die Sollbewegung am Antrieb zurückrechnen. Wir unterstellen exemplarisch den gleichen Bewegungsplan, d.h., das Arbeitsorgan soll sich von der Position s_0 um einen Hub s_H bewegen, siehe Abb. 6.40. Für die Berechnung des zur jeweiligen Position y_{41} gehörenden Winkels φ benötigt man die Inverse der Funktion aus Gl. 6.59:

$$\varphi = \varphi(y_{41}) = \arcsin\left(\frac{y_{41}^2 - l^2 + r^2}{2 \cdot y_{41} \cdot r}\right). \quad (6.64)$$

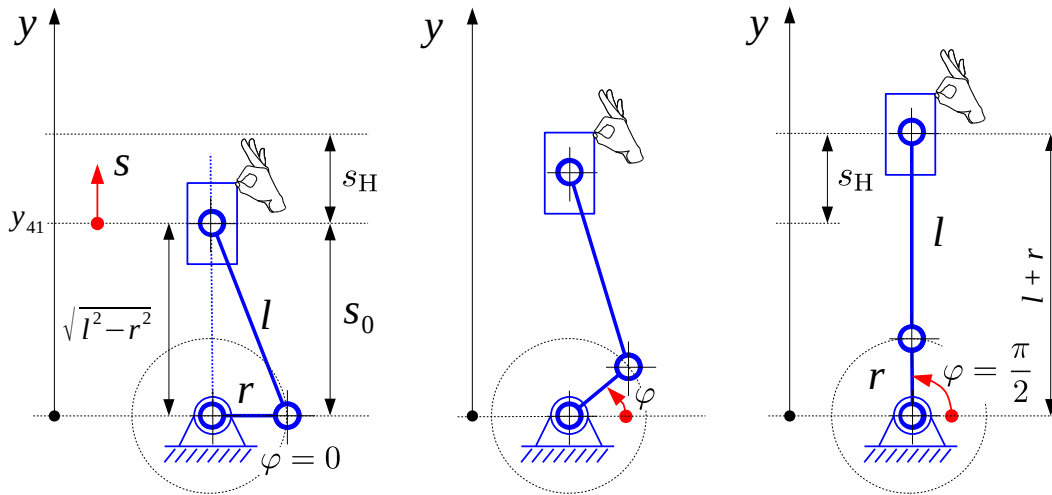


Abb. 6.40: Szenarien zur AO-Bewegung

Der Wertebereich von y_{41} kann streng genommen in $(l - r) \leq y_{41} \leq (l + r)$ liegen. Wir erinnern an den praktischen Einsatz als oszillierenden Siegelbackenantrieb und beschränken uns hier auf den Wertebereich $\sqrt{l^2 - r^2} \leq y_{41} \leq (l + r)$. Von den zwei Lösungen entsprechend der beiden möglichen Montagevarianten, betrachten wir nur die in Abb. 6.40 dargestellte. Als maximaler Hub der Siegelbacken ergibt sich der Wert $s_H = l + r - \sqrt{l^2 - r^2}$, in diesem Falle also 58.286 mm, siehe auch Abb. 6.35.

Bezugnehmend auf Gln. 6.1 und 6.2 müssen wir uns nun aber noch um die Ableitungen der Übertragungsfunktion 6.64 bemühen. Nach Gl. 6.64 folgt mit der Substitution w :

$$\begin{aligned}
\varphi(w) &= \arcsin(w) \quad \text{mit} \\
w &= \frac{y_{41}^2 - l^2 + r^2}{2 \cdot y_{41} \cdot r} \\
w &= \frac{1}{2 \cdot r} \cdot \frac{y_{41}^2 - c}{y_{41}} \quad \text{mit} \quad c = l^2 - r^2 \\
w' &= \frac{1}{2 \cdot r} \cdot \left(1 + \frac{c}{y_{41}^2}\right) \\
w'' &= -\frac{c}{r} \cdot \frac{1}{y_{41}^3}.
\end{aligned}$$

Für die Ableitung von φ nach y_{41} in Gl. 6.64 gilt:

$$\begin{aligned}
U' = \varphi(w)' &= \arcsin(w)' \cdot w' \\
&= \frac{1}{\sqrt{1-w^2}} \cdot w' \\
&= (1-w^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot w'.
\end{aligned}$$

Und für die zweite Ableitung von φ nach y_{41} folgt dann:

$$\begin{aligned}
U'' = \varphi(w)'' &= -\frac{1}{2} \cdot (1-w^2)^{-\frac{3}{2}} \cdot (0 - 2 \cdot w \cdot w') \cdot w' + (1-w^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot w'' \\
&= (1-w^2)^{-\frac{3}{2}} \cdot w \cdot w'^2 + (1-w^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot w''.
\end{aligned}$$

In Analogie zu Abb. 6.36 ist die Übertragungsfunktion der (inversen) Schubkurbel und deren Ableitungen in Abb. 6.41 dargestellt.

Da die obige Funktion w am Ende des Wertebereiches von y_{41} den Wert 1 erreicht, wovon man sich durch Einsetzen von $y_{41} = l + r$ leicht überzeugen kann, streben zum Intervallende hin φ' stark und φ'' noch stärker gegen ∞ . Was auch den Erwartungen entspricht, denn den Effekt eines unendlich hohen Übersetzungsverhältnisses $\varphi' = \infty$ kennt und nutzt man ja bereits.

Gemäß Gl. 6.1 und 6.2 benötigen wir wieder die Verläufe der Ableitungen der Übertragungsfunktion über der tatsächlichen Position, siehe Abb. 6.42, in diesem Falle also unter Arbeitsorgan-Bewegung mit Polynom 5. Grades.

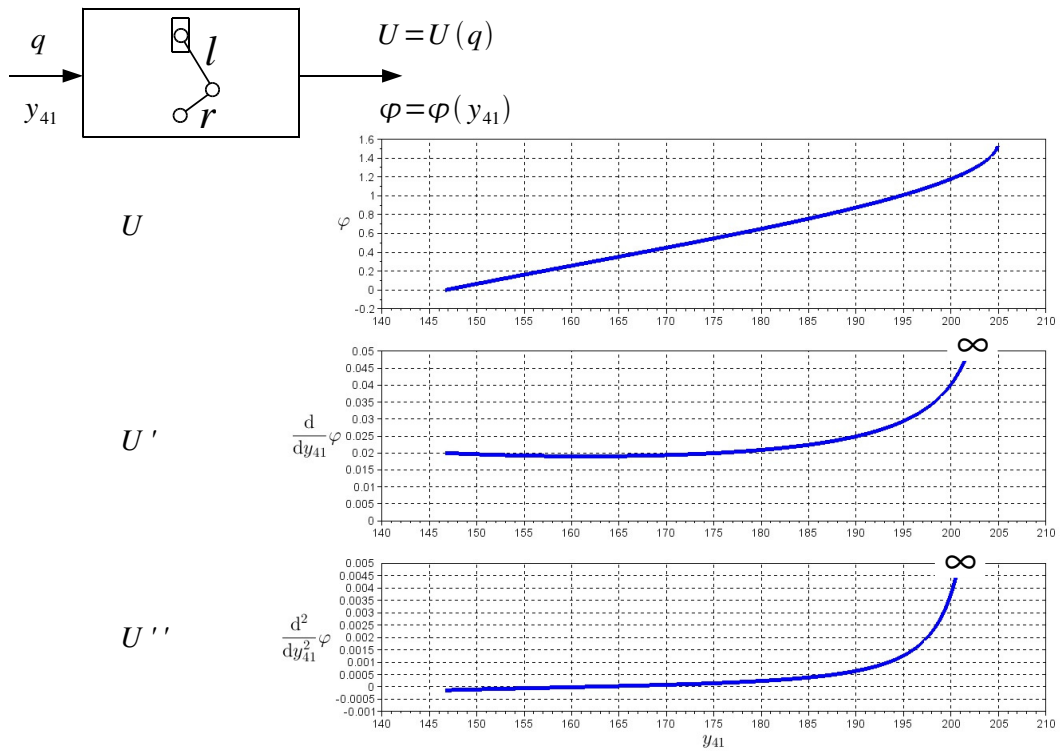
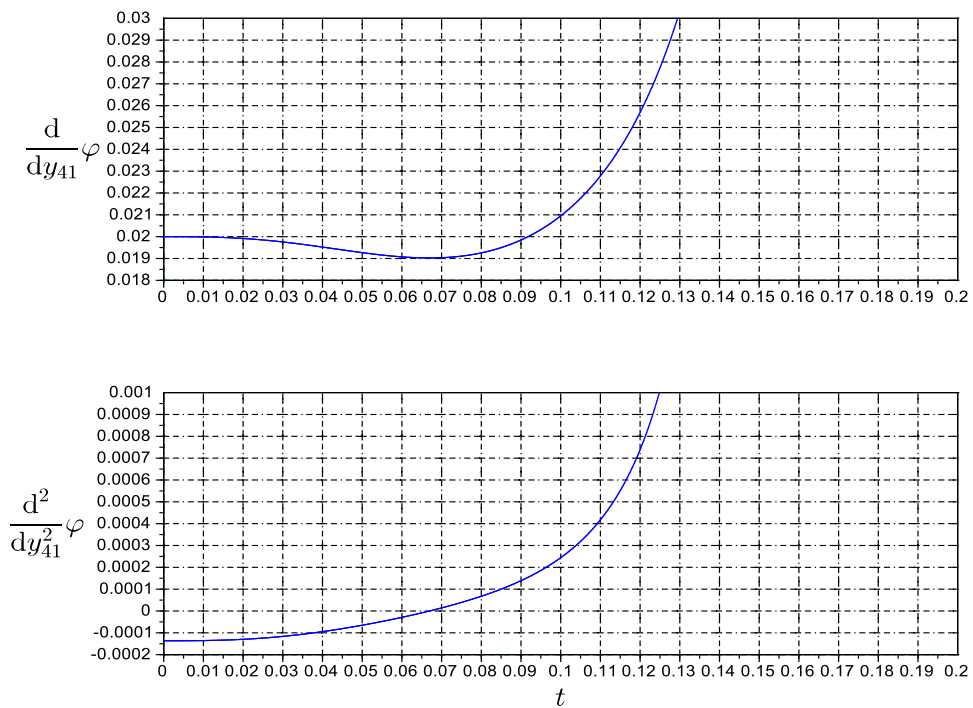


Abb. 6.41: Übertragungsfunktion der Schubkurbel, invers


 Abb. 6.42: U' , U'' über t bei Bewegungsvorgabe $y_{41}(t)$ (Polynom 5. Grades)

```
clear; N=1000; l=155;r=50; s0=sqrt(l^2-r^2); hub=r+l-s0; T=0.185;

z=linspace(0,1, N)';
z=z(1:($-1)); t=T*z; //letzten Wert weglassen, da sonst Div durch Null ...

s_n = 10*z.^3 - 15*z.^4 + 6*z.^5;
s_n_ = 30*z.^2 - 60*z.^3 + 30*z.^4;
s_n__= 60*z.^1 - 180*z.^2 + 120*z.^3;

// Bewegungsvorgabe P5 am A0
s = s0 + hub*s_n ;
sp = 1/T*hub*s_n_ ;
spp = 1/T/T*hub*s_n__;

c= l^2 - r^2;
w = 1/2/r *(s.^2 - c) ./ s ;
w_ = 1/2/r *(1 + c./(s.^2));
w__= -c/r * s.^(-3);

phi = asin(w);
phi_ = 1 ./sqrt(1-w.^2) .* w_;
phi__= (1 - w.^2).^(-3/2) .* w .* w_.^2 + (1 - w.^2).^(-1/2) .* w__;

phi2 = phi;
phi2p = phi_ .* sp;
phi2pp= phi__ .* sp.^2 + phi_ .* spp;

/** plotten ... ****
subplot(3,1,1)
plot(t,s)
subplot(3,1,2)
plot(t,sp)
subplot(3,1,3)
plot(t,spp)

/** neues Diagramm ... ****
subplot(3,1,1)
plot(t,phi2)
subplot(3,1,2)
plot(t,phi2p)
subplot(3,1,3)
plot(t,phi2pp)
```

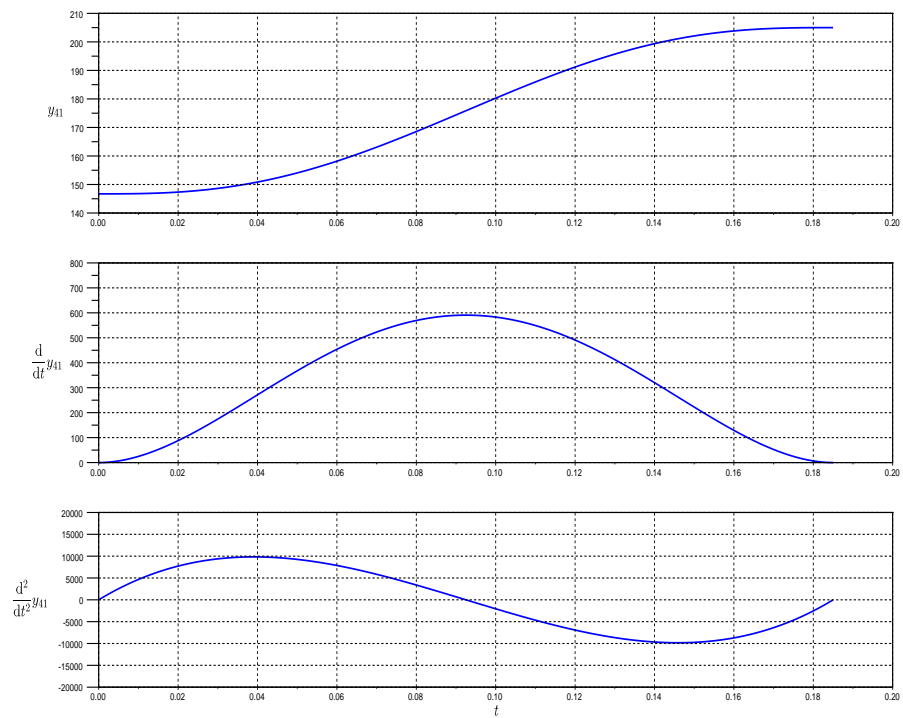


Abb. 6.43: AO-Bewegung mit P5

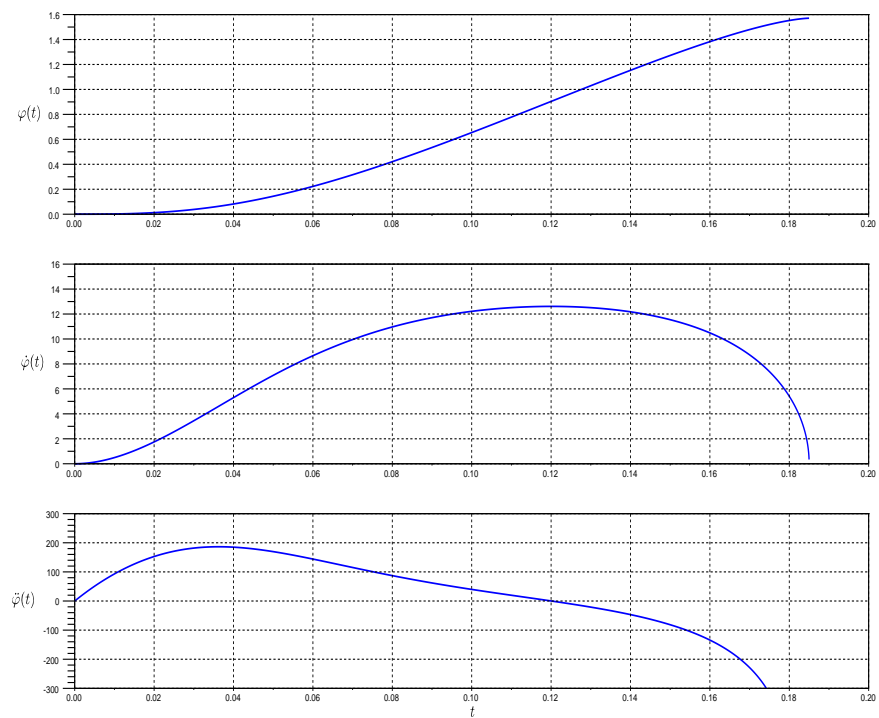


Abb. 6.44: Exzenter-Bewegung mit P5 am Arbeitsorgan

Erkenntnis: Aus ruckfreien Bewegungsvorgaben am Arbeitsorgan können infolge Übertragung mittel U-Getriebe in Strecklagen durchaus ruckbehaftete Antriebsbewegungen am Motor resultieren!

Die simpelste Möglichkeit dieses Problem zu umschiffen wäre z.B., den maximal möglichen Hub nicht auszuschöpfen. Verringerte man den Hub s_H um ein Promille, also in diesem Fall um $58.286 \mu\text{m}$, was man mit Sicherheit kaum spüren würde, ergäben sich bereits wesentlich freundlichere ruckfreie Beschleunigungsverläufe an der Exzenterwelle, siehe Abb. 6.45.

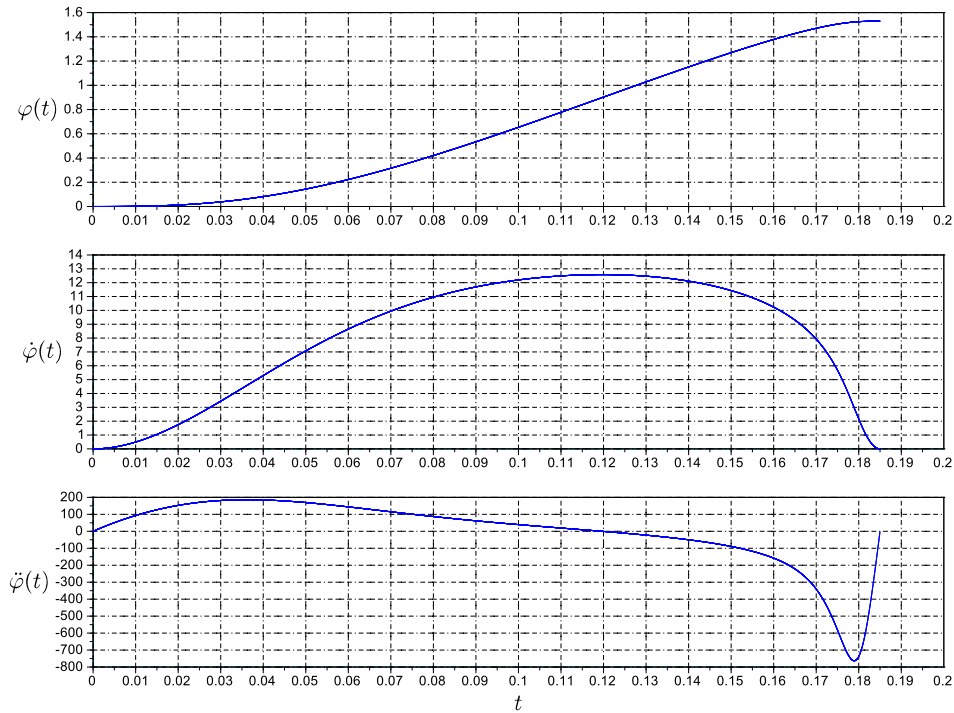


Abb. 6.45: Exzenter-Bewegung mit P5 am Arbeitsorgan mit um ein Promille reduziertem Hub ($0.999 \cdot s_H$)

Ansonsten müsste man vom 3-4-5-Polynom für den gesamten Hub am Arbeitsorgan Abstand nehmen. Man könnte sich an Abb. 6.45 orientieren und ein ruckfreies Bewegungsdesign am Exzenter erzwingen, z.B. mit Polynomabschnitten.

6.8 Beispiel Transportrechen (Fünfgelenk)

6.8.1 Allgemeines

Bisher hatten wir Arbeitsorganbewegungen im Blickpunkt, die sich mit Strukturen vom Laufgrad 1 realisieren lassen. D.h., mit *einer* generalisierten Koordinate, der Antriebsachse, wird Bewegung erzeugt und durch den Mechanismus zur Wirkstelle geleitet¹². Sofern vom Arbeitsorgan eine bestimmte Bahnkurve abgefahren werden soll, können Mechanismen zu deren Bahnführung dienen, siehe auch Abb. 6.46 und 6.47.

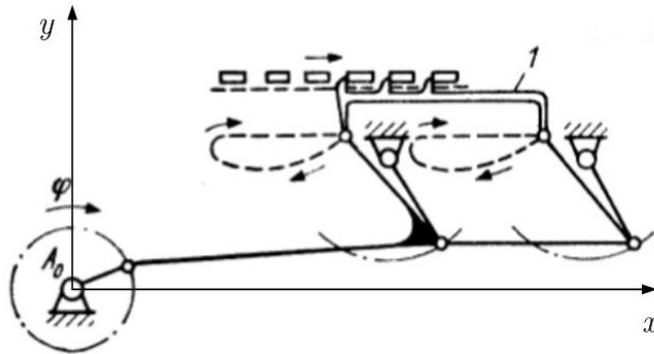


Abb. 6.46: Parallelkoppelbewegung für schrittweisen Stückguttransport [4]

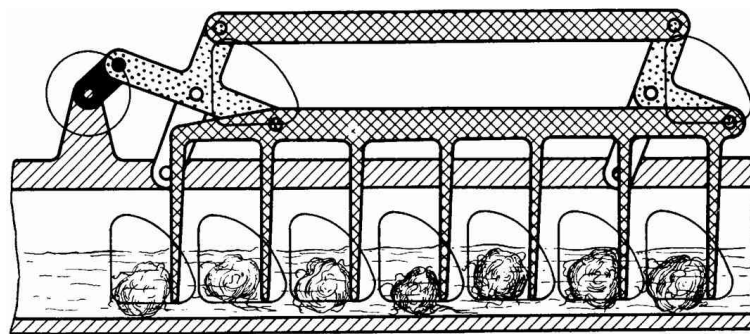


Abb. 6.47: Transportrechen für Wollwaschanlage [59]

Der Konstrukteur definiert die gewünschte Bewegung des Arbeitsorganes durch bestimmte Lagen und über eine Maßsynthese wird dann z.B. ein Viergelenkgetriebe mit Laufgrad $F=1$ entworfen. Geeignete Lösungen findet man in der Fachliteratur, der Praxis oder auch in Richtlinien [67]. Neben der Tatsache jedoch, dass dieses Verfahren schon ab der vierten vorgegebenen Lage ein ziemlich schwieriges Unterfangen wird, ist es dann häufig auch noch nötig, weitere Restriktionen z.B. hinsichtlich Produktschonung zu berücksichtigen. Diesem Wunsch nach zusätzlicher Beeinflussung von Bahngeometrie und Bahngeschwindigkeit kann durch Mechanismen mit

¹²ein-, zwei oder auch dreidimensional

höherem Laufgrad, also z.B. mit weiteren kurvengesteuerten Antrieben entsprochen werden, siehe hierzu auch Abb. 6.48 unten.

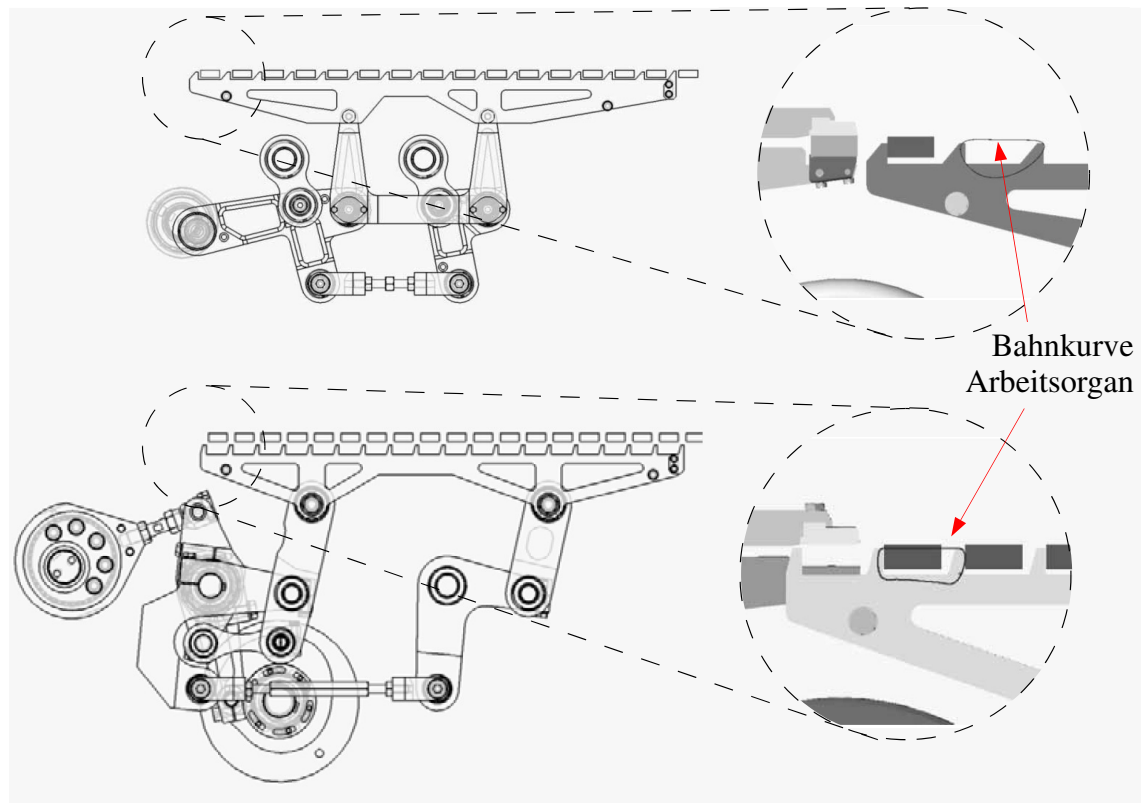


Abb. 6.48: Beispiel zur Modifikation einer Koppelkurve [72]

Aber auch wenn diese rein festkörpermechanischen Lösungen sehr gut und zuverlässig funktionieren, ist jedoch deren beschränkte Flexibilität¹³ von Nachteil. Man kann sich bei solchen Aufgaben von Robotiklösungen inspirieren lassen. Diese zeichnen sich durch in gewissen Grenzen frei planbare Bewegungsmöglichkeiten aus. Für die Realisierung einer ebenen, frei wählbaren Bahnkurve sind zwei unabhängige Antriebe erforderlich. So könnten z.B. zwei Linearmotoren oder ein Scara-Roboter¹⁴ verwendet werden. Bei solchen Lösungen mit offenen kinematischen Ketten¹⁵ erweist es sich insbesondere bei schnellen Bewegungen als nachteilig, dass ein Motor die Masse/Trägheit der jeweils anderen Motoren mitbewegen muss. Bereits vor einigen Jahren wurden daher sogenannten Parallelkinematiken erfunden. Hierbei werden ortsfeste Motoren verwendet, die eigentlich gewünschte Arbeitsorganbewegung ergibt sich aus der Addition aller Bewegungen, die alle am Arbeitsorgan bzw. Endeffektor enden. Da alle Antriebsstränge auf einen gemeinsamen Punkt hin

¹³Man könnte natürlich Kurven und Glieder auch auswechseln ...

¹⁴Knickarm

¹⁵mit *serieller* Struktur

wirken, spricht man von *Parallel-Kinematiken*, von *paralleler* Struktur. Sie haben in den letzten Jahren eine sehr große Verbreitung gefunden. Neben dem Vorteil ortsfester Motoren gibt es aber auch den Nachteil eines nicht sofort erkennbar begrenzten Bewegungsraums sowie einer nichtlinearen Übertragungsfunktion zwischen Motor/MotionControl-System und Arbeitsorgan, siehe Abb. 6.49.

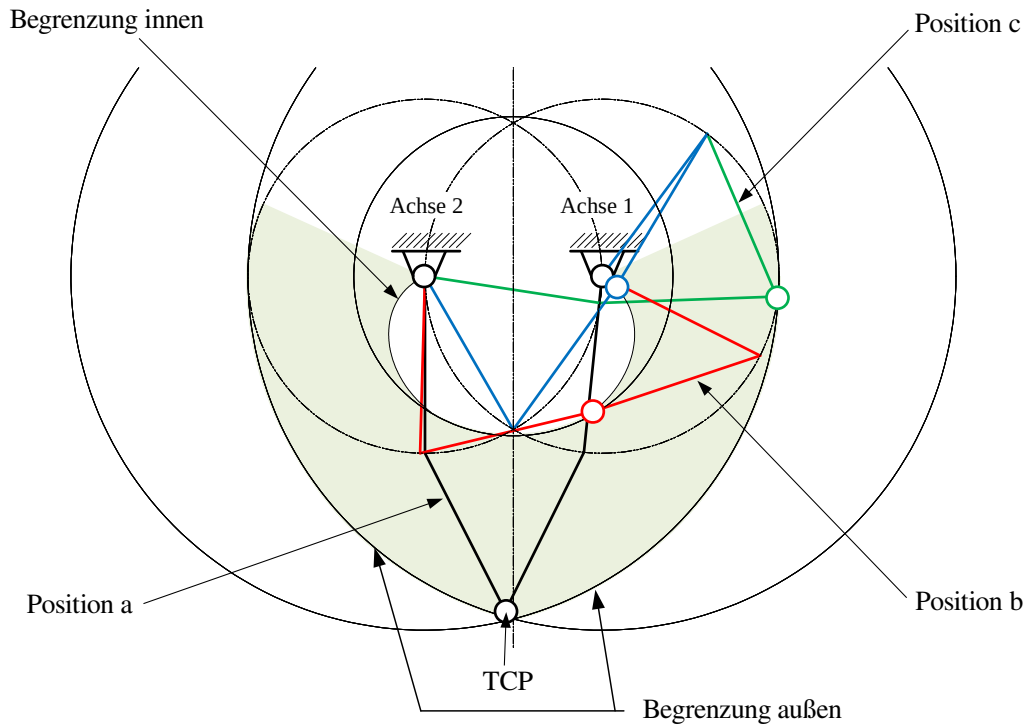


Abb. 6.49: Fünf gelenk mit maximal möglichem Arbeitsraum

Der hier dargestellte Bewegungsraum ergibt sich bei der Vermeidung von Strecklagen sowie Beibehaltung der Montagevariante. Außerdem sind hier Glieder ohne Querschnitt unterstellt, tatsächlich wird der Bewegungsraum aufgrund der eigenen Teilegeometrie noch weiter eingeschränkt. Es sind aber nicht nur die Streck- und Decklagen zu vermeiden. Bereits weit vor den als Position a-c gekennzeichneten Lagen wird der Übertragungswinkel sehr ungünstig bzw. es kann kaum Kraft in Produkttrichtung übertragen werden! Trotz dieser bekannten Einschränkungen erfreut sich gerade diese Bauform gegenwärtig einer zunehmenden Beliebtheit, da man so zukünftigen Anforderungen hinsichtlich Flexibilität gerecht werden kann.

6.8.2 Bewegungsplanung Arbeitsorgan

In Anlehnung an die in Abb. 6.48 gezeigte Aufgabe zum innermaschinellen Transport bzw. Handling kleinstückiger Verarbeitungsgüter wird nachfolgend untersucht, inwieweit eine flexiblere Lösung für diesen Fall geeignet ist. Die Motivation hierfür liegt in der Möglichkeit zur adaptiven Anpassung der Bewegungsbahn sowie der Auftreffgeschwindigkeit des Arbeitsorgans auf das Produkt, siehe hierzu auch [7, 86, 91]. Wir gehen daher in den nachfolgenden Betrachtungen davon aus, dass eine freie Bahnplanung für das Arbeitsorgan möglich ist, da zur technischen Realisierung auch eine parallelkinematische Struktur eingesetzt werden kann¹⁶.

Das Verarbeitungsgut sei mit dem Hub s_H vom Punkt A nach Punkt B zu bewegen, siehe Abb. 6.50. Der Vorgang ist periodisch, d.h., die Stelle A wird anschließend wieder durch ein Produkt „besetzt“, z.B. durch ein weiterschaltendes Greiferrad.

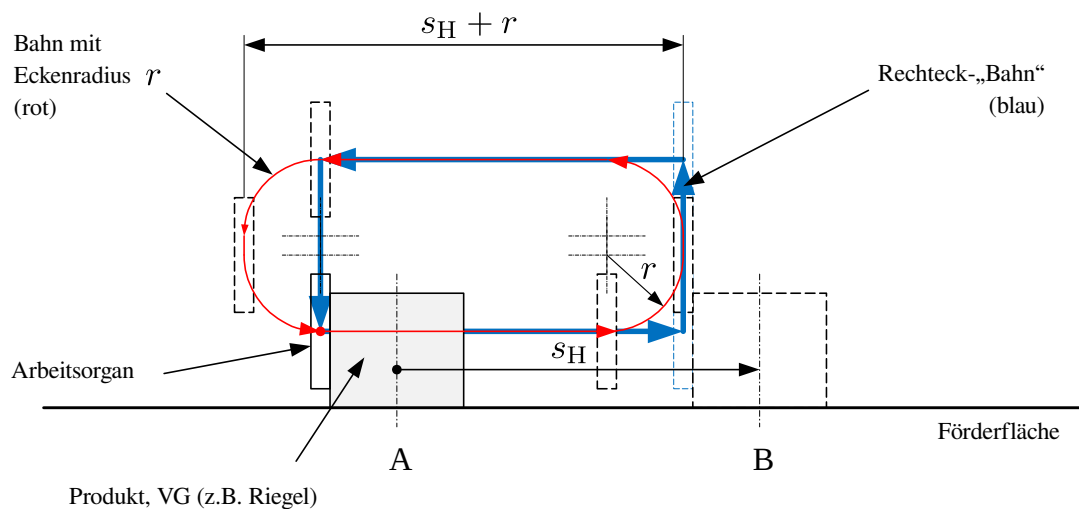


Abb. 6.50: Bewegungsplanung Produkttransport

Unser Arbeitsorgan müsste im Prinzip je Zyklus nur $4 \times$ translatorisch bewegt werden, auf einer Rechteck-„Bahn“, versehen jeweils mit Bewegungsgesetzen für eine Rast-Rast-Bewegung, z.B. nach [62]. Da es aber in jedem Fall auch noch zu berücksichtigende Bewegungs-Restriktionen gibt, wie z.B. eine maximal zulässige Beschleunigung am Arbeitsorgan oder Produkt, liegt es auf der Hand, dass dies so zumindest sehr viel Zeit beanspruchen würde. Angesichts der Tatsache, dass die Zykluszeiten für solche Anwendungen unter 100ms liegen, eine unbrauchbare Lösung. Eine Alternative wäre, dass sich das Arbeitsorgan ohne Rast mit zunächst **konstanter** Geschwindigkeit auf einer zuvor festgelegten Bahn bewegt und das Beschleunigen oder Abbremsen des Produktes über die Bahngeometrie erreicht wird. Wir versehen daher das Bewegungsrechteck mit einem Eckenradius, Abb. 6.50, „verschleifen“ somit die offensichtlich ungünstigen Ecken (rote Bahn). Das Arbeitsorgan

¹⁶wir sind also nicht an die begrenzten Möglichkeiten eines Koppelgetriebes gebunden

trifft bei diesem Szenario mit Bahngeschwindigkeit auf das Produkt, bremst es dann jedoch am Ende des Hubes durch das Einlaufen in den Eckenradius sanfter ab¹⁷. Der vertikale Hub zum Herausheben des Arbeitsorganes muss ausreichen, um auf dem Rückweg nicht mit dem nachfolgenden Produkt zu kollidierte. Diese neue Bahn¹⁸ ist um $0.283 \cdot r$ gegenüber der ursprünglichen Rechteckbahn länger.

Da das Arbeitsorgan letztlich angetrieben werden muss, man später also für die Rückrechnung auf den Antrieb via inverser Kinematik eine explizite Bewegungsbeschreibung benötigt, wird im Folgenden die Bewegung dieses Punktes, stellvertretend für die des gesamten Arbeitsorganes, untersucht. Hierbei gehen wir davon aus, dass sich die Neigung des Arbeitsorganes selbst nicht ändert. Insgesamt gäbe es also acht markante Punkte $P_0 \dots P_7$, die die Bahnkurve beschreiben sowie acht entsprechende Abschnitte im Zeitbereich, siehe Abb. 6.51.

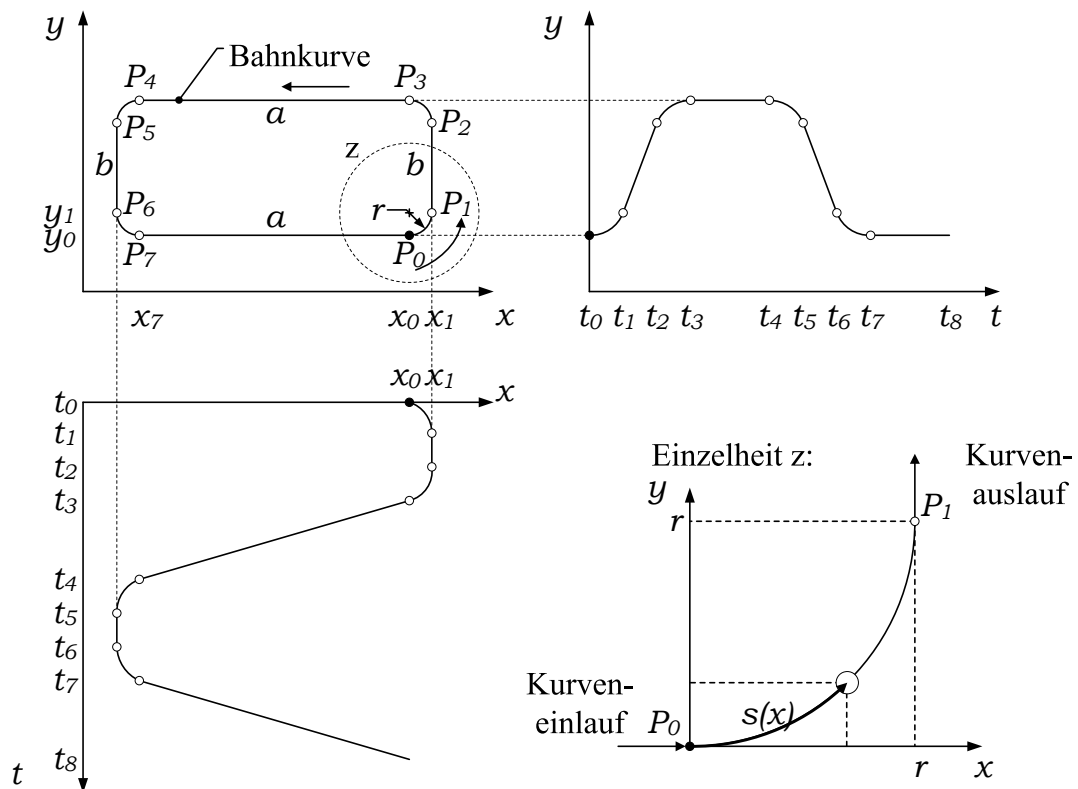


Abb. 6.51: Bahnkurve und kartesische Koordinaten bei $\dot{s}=\text{const}$

Die Kurve beginnt am Punkt P_0 . Wie dargestellt wird die x- und y-Bewegung auch im Zeitbereich aufgetragen. Die Geradenabschnitte a und b auf der Kurve liefern hier im Zeitbereich ebenfalls eine je nach Bahngeschwindigkeit geneigte Gerade, die Eckenabschnitte gehorchen einer gewissen Funktion. Um sich diese klarzumachen, stellen wir uns den Einlauf des Punktes in den Kurvenabschnitt vor. In der Einzelheit z von Bild 6.51 ist der zurückgelegte Weg des Arbeitsorganes s auf der Kurve dargestellt. Für den auf der Bahnkurve zurückgelegten Weg gilt:

¹⁷allerdings nun mit vertikaler Relativbewegung zum Produkt

¹⁸als Startlösung für die späteren Bewegungsvorgaben

$$s(t) = \dot{s} \cdot t. \quad (6.65)$$

Wir suchen die Größen $x(t)$ und $y(t)$ und schauen auf den Kreisbogen P_0 - P_1 . Legt man der Einfachheit halber das Koordinatensystem $x - y$ in den Punkt P_0 , besteht der Zusammenhang zwischen s und x allgemein in:

$$s(x) = \int_0^x \sqrt{1 + y'^2} d\tilde{x}. \quad (6.66)$$

Aus der Kreisgleichung folgt:

$$\begin{aligned} x^2 + (y - r)^2 &= r^2 \\ y' &= \frac{x}{\sqrt{r^2 - x^2}} \end{aligned} \quad (6.67)$$

Durch Einsetzen von Gl. 6.67 in Gl. 6.66 erhält man:

$$\begin{aligned} s(x) &= \int_0^x \sqrt{\frac{1}{1 - \left(\frac{\tilde{x}}{r}\right)^2}} d\tilde{x} \\ s(x) &= r \cdot \arcsin\left(\frac{x}{r}\right) \end{aligned} \quad (6.68)$$

mit der Umkehrfunktion:

$$x(s) = r \cdot \sin\left(\frac{s}{r}\right). \quad (6.69)$$

Mit Gl. 6.65 bekommt man für $x(t)$ im Kurvenstück:

$$x(t) = r \cdot \sin\left(\frac{\dot{s} \cdot t}{r}\right) \quad (6.70)$$

$$\dot{x}(t) = r \cdot \cos\left(\frac{\dot{s} \cdot t}{r}\right) \cdot \left(\frac{\ddot{s} \cdot t + \dot{s}}{r}\right) \quad (6.71)$$

und mit der in diesem Beispiel konstanten Bahngeschwindigkeit $\dot{s} = \text{const}$:

$$\dot{x}(t) = \dot{s} \cdot \cos\left(\frac{\dot{s} \cdot t}{r}\right) \quad (6.72)$$

$$\ddot{x}(t) = -\frac{\dot{s}^2}{r} \cdot \sin\left(\frac{\dot{s} \cdot t}{r}\right). \quad (6.73)$$

Interpretation:

Die Länge des Kreissegmentes beträgt $l_k = \frac{\pi}{2} \cdot r$, d.h. zur Zeit $t = \frac{1}{\dot{s}} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot r$ verlässt das Arbeitsorgan die „Ecke“. Laut Gl. 6.73 springt die Beschleunigung dann dort von $\ddot{x} = -\frac{\dot{s}^2}{r}$ auf Null¹⁹. D.h., es liegt eine ruckbehaftete Bewegung in x -Richtung vor mit Ruck am Kurvenausgang. Dieser wird von der Unstetigkeit der Bahnkrümmung im Übergang vom Radius auf die Gerade verursacht. Für schnelle Bewegungen ist also hiermit bereits klar, dass tangentielle Übergänge zwischen Kurvenabschnitten nicht

¹⁹das Arbeitsorgan bewegt sich dann auf der senkrechten Geraden

ausreichen, sondern auch eine Krümmungsstetigkeit zur Ruckvermeidung notwendig ist. Der Vollständigkeit halber werden noch die analog zu findenden Informationen für die y -Koordinate angegeben:

$$y(t) = r - r \cdot \cos\left(\frac{\dot{s} \cdot t}{r}\right) \quad (6.74)$$

$$\dot{y}(t) = r \cdot \sin\left(\frac{\dot{s} \cdot t}{r}\right) \cdot \left(\frac{\ddot{s} \cdot t + \dot{s}}{r}\right). \quad (6.75)$$

Bei konstanter Bahngeschwindigkeit $\dot{s} = \text{const}$ vereinfacht es sich zu:

$$\dot{y}(t) = \dot{s} \cdot \sin\left(\frac{\dot{s} \cdot t}{r}\right) \quad (6.76)$$

$$\ddot{y}(t) = \frac{\dot{s}^2}{r} \cdot \cos\left(\frac{\dot{s} \cdot t}{r}\right). \quad (6.77)$$

Als praxisnahes Zahlenbeispiel untersuchen wir ein Rechteck 30x15 mit Eckenradius 2.5, d.h., nach Abb. 6.51 gilt $a=25$, $b=10$ und $r=2.5$. Die Bahnlänge beträgt $l=0.0857$ m bzw. 85.7 mm. Bei einer Periodendauer von $T=1$ s unterstellen wir also die konstante Bahngeschwindigkeit von $\dot{s}=0.0857$ m/s bzw. 85.7 mm/s. Der Startpunkt der Bahnkurve liegt bei dem gewählten globalen Koordinatensystem bei $x_{k0}=120$ und $y_{k0}=-100$.

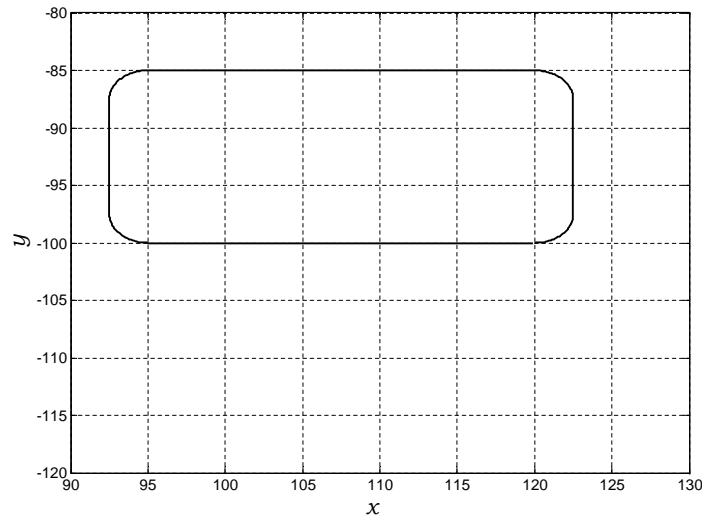


Abb. 6.52: Bahnkurve vom Beispiel

In den Abb. 6.53, 6.54 und 6.55 sind noch die zeitlichen Verläufe von Weg, Geschwindigkeit und Beschleunigung der Komponenten der Arbeitsorganbewegung aufgezeichnet.

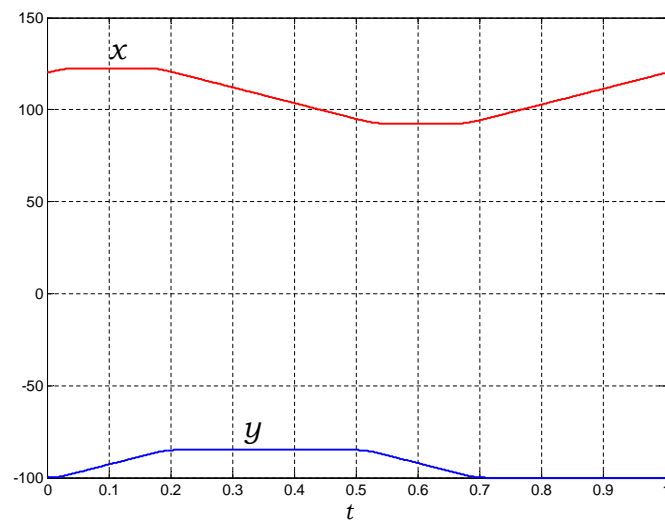


Abb. 6.53: Zeitlicher Wegverlauf AO

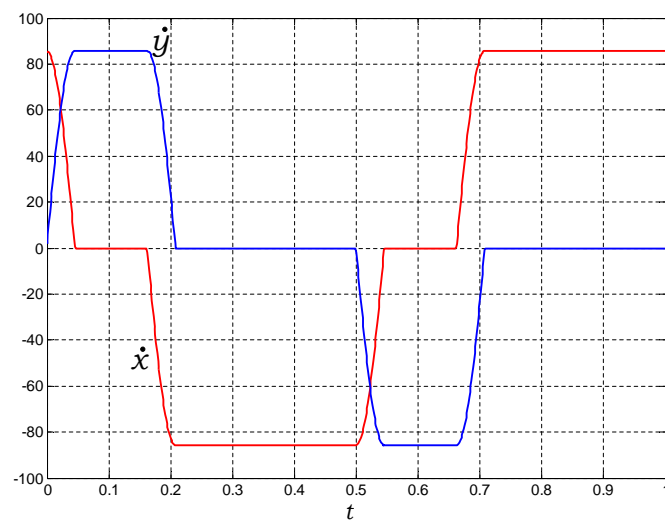


Abb. 6.54: Zeitlicher Geschwindigkeitsverlauf AO

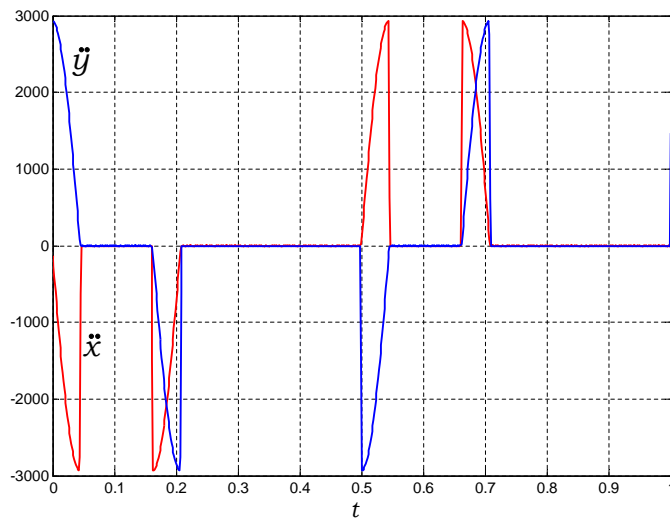


Abb. 6.55: Zeitlicher Beschleunigungsverlauf AO

Da dieser betrachtete Punkt TCP praktisch massebehaftet sein wird und die mechanische Struktur bis dorthin auch eine gewisse Elastizität aufweist, sollte der bereits diskutierte Ruck im Eckenein- bzw. Auslauf vermieden werden. Eine einfache Methode besteht z.B. darin, sich die x - und y -Verläufe als Bewegungsabschnitte, z.B. mit Polynomen 5. Grades, zu definieren, siehe Abb. 6.56. Hierbei hat man Einfluss auf die kinematischen Größen zu bestimmten Zeitpunkten, muss jedoch sehr viele Parameter sorgfältig im Blick haben.

Nicht zuletzt die Bahngeometrie selbst und deren Länge verändern sich dabei auch bei jeder Anpassung. Im Vergleich zu Abb. 6.52 kann man die Abweichungen im Bahnverlauf erkennen, siehe Abb. 6.57, 6.59. In Abb. 6.58 sind noch Bahngeschwindigkeit, die jetzt natürlich nicht mehr konstant ist, und der zurückgelegte Weg entlang der Bahn dargestellt.

Als weiteren Iterationsschritt kann man überlegen, ob nicht nur drei Bewegungsabschnitte genügen, man dem Bahnverlauf somit mehr Möglichkeiten einräumt. Immer mit dem Ziel, gesetzte oder vorhandene kinematische oder räumliche Grenzen einzuhalten. Effektiv lässt sich dies aber nur mit geeigneten Hilfsmitteln zum interaktiven Bewegungsdesign wie GENESYS [24] oder speziellen Werkzeugen zur Bahnplanung bewerkstelligen.

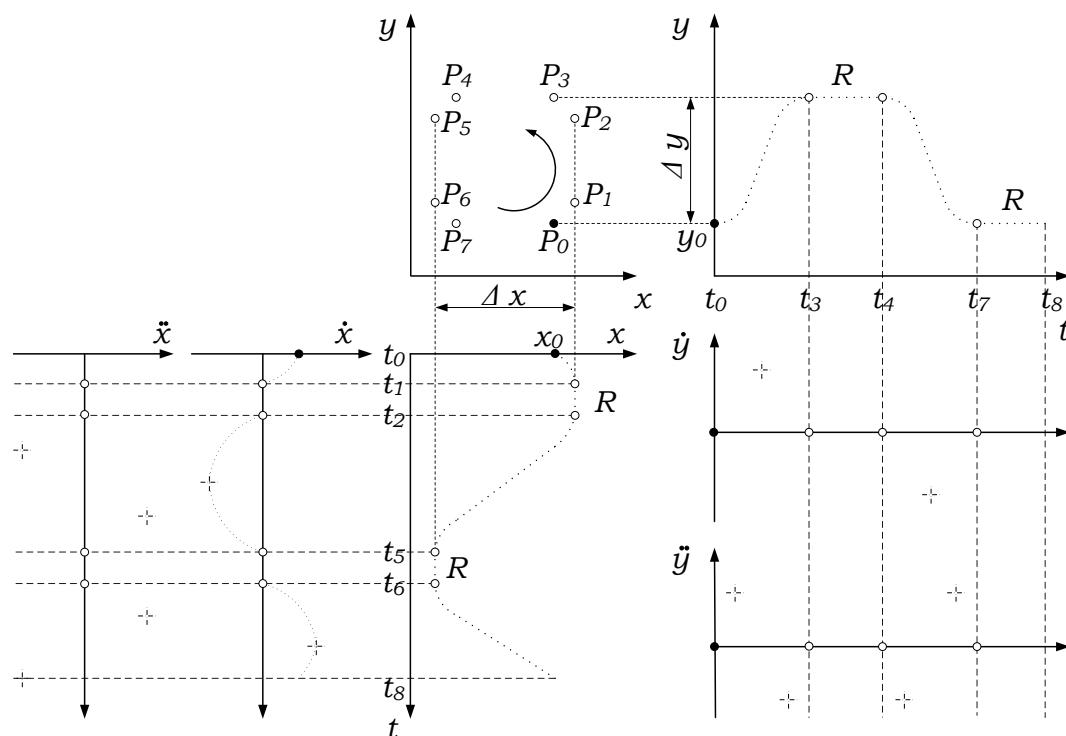


Abb. 6.56: Bewegungsplan „Rechteck“ mit Bewegungsabschnitten

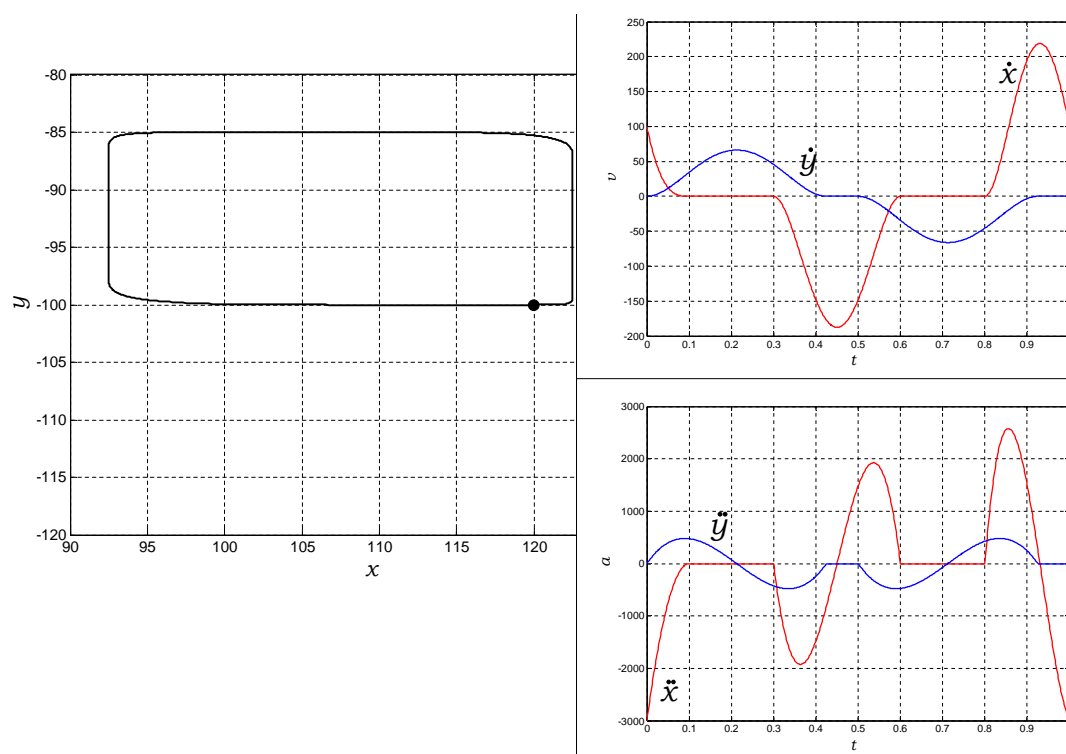


Abb. 6.57: Bahnkurve und kinematische Größen bei Polynomabschnitten

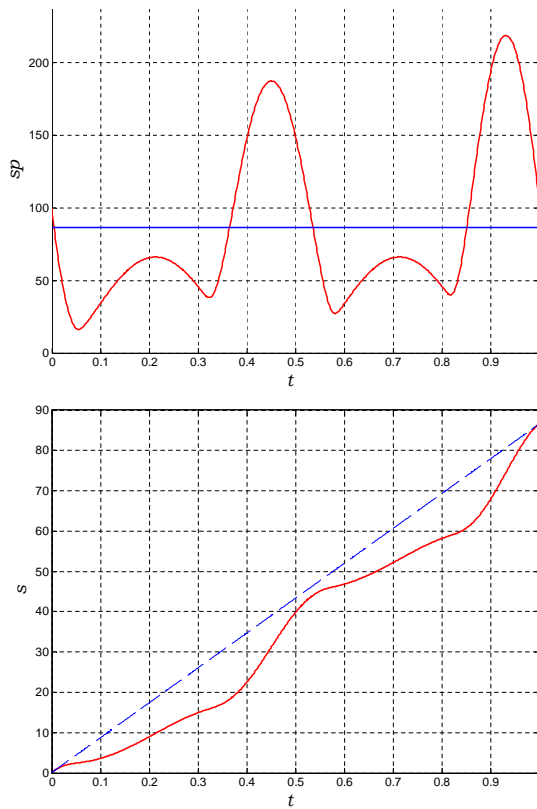


Abb. 6.58: Bahnkoordinate und Bahngeschwindigkeit

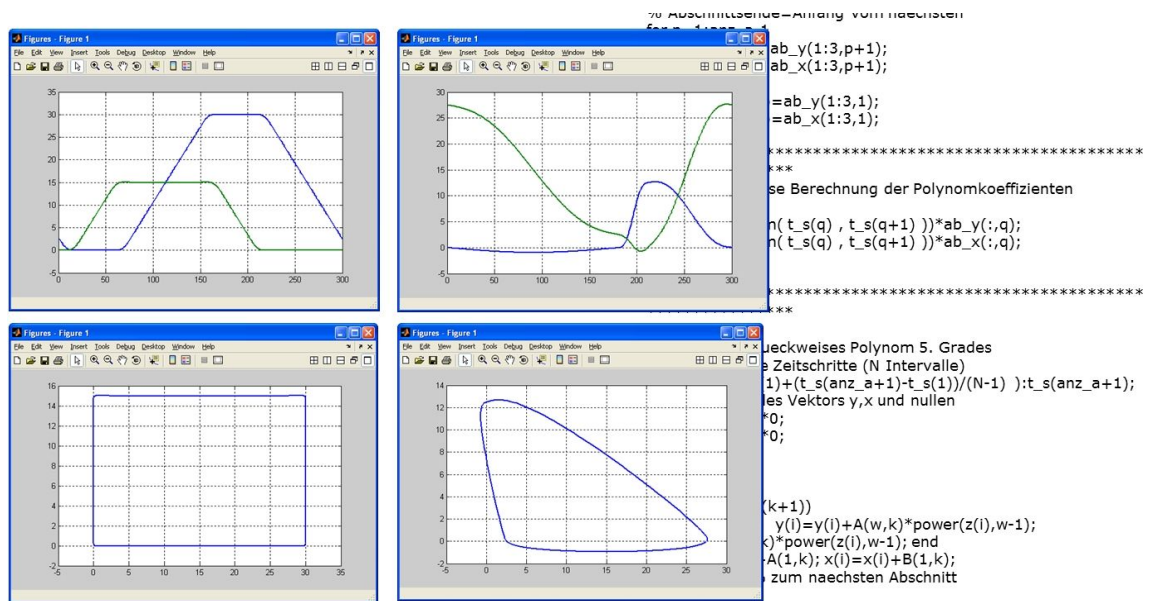


Abb. 6.59: Bahnkurve infolge x-y-Bewegungsdesign P5

6.8.3 Achskoordinaten

Nach den ersten Überlegungen zur Bewegungsvorgabe schauen wir uns eine mögliche technische Realisierung an. Für eine ebene Bewegung sind zwei unabhängige Antriebe ausreichend. Für eine spezielle Aufgabe mit entsprechenden räumlichen Randbedingungen wurde in [91] durch Anpassung eines Fünfgelenkes eine konstruktiv relativ einfache Lösung gefunden. Die Strukturanpassung kann man in Abb. 6.60 nachvollziehen. Der Koppelpunkt k fährt die gewünschte Bahn ab.

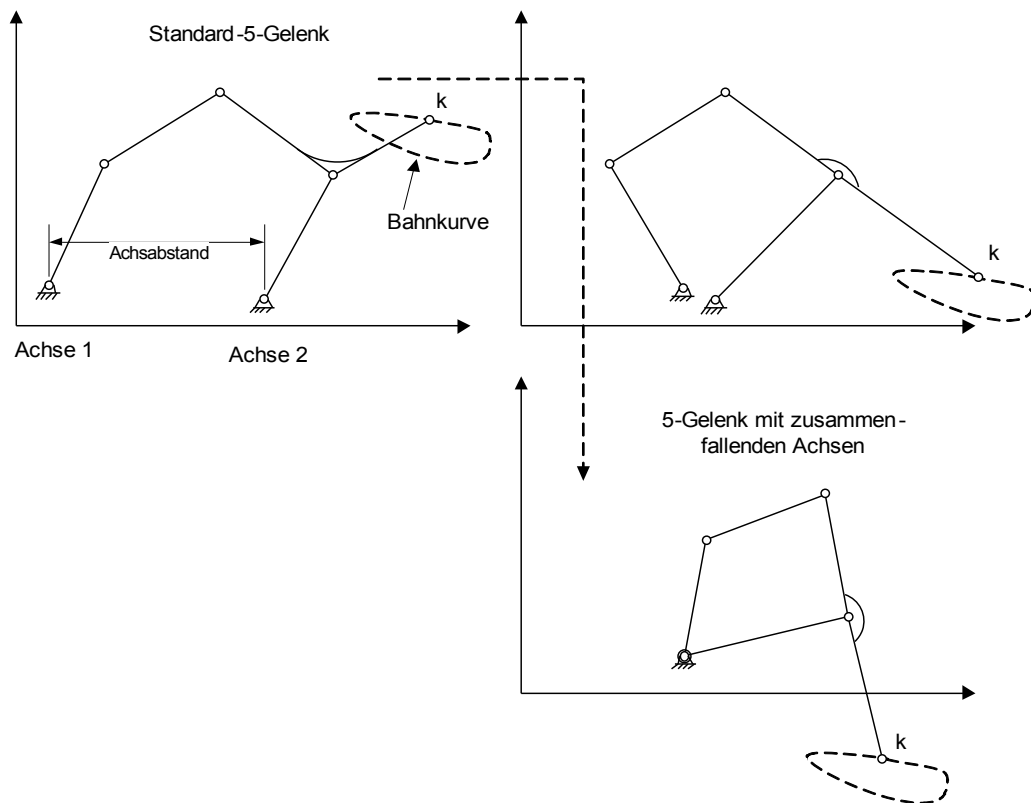


Abb. 6.60: Strukturanpassung

Das eigentliche Arbeitsorgan mit mehreren Taschen, Rechen oder auch Kamm genannt, benötigt letztlich zwei geführte Punkte k , da keine horizontale Neigung erwünscht ist. Durch eine zusätzliche Parallelkurbel wird die Bewegung des Koppelpunktes k „dupliziert“ siehe Abb. 6.61 und 6.62.

Zur Berechnung der nun interessierenden Achskoordinaten wenden wir die in Kapitel 6.4 gezeigte Modulmethode an. Mit der Bewegungsbahn aus Abb. 6.63 sowie einer konstanten Bahngeschwindigkeit sowie den Abmessungen aus Abb. 6.61, ergeben sich die in Abb. 6.64, 6.65 und 6.66 zu sehenden Sollverläufe für die Antriebskoordinaten.

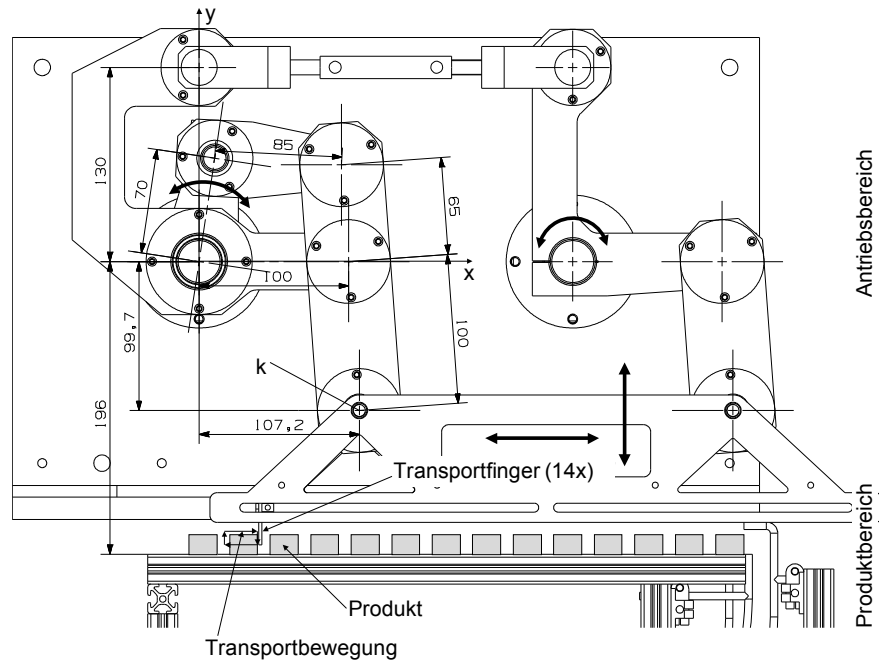


Abb. 6.61: Konstruktionsentwurf für Versuchsstand

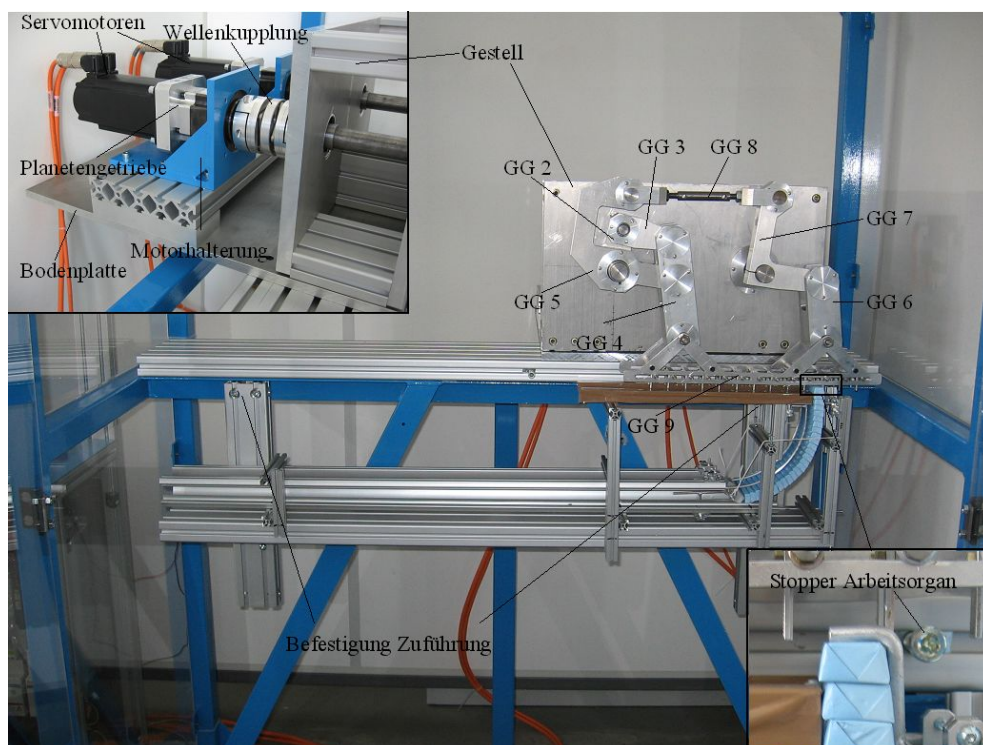


Abb. 6.62: Foto vom Versuchsstand

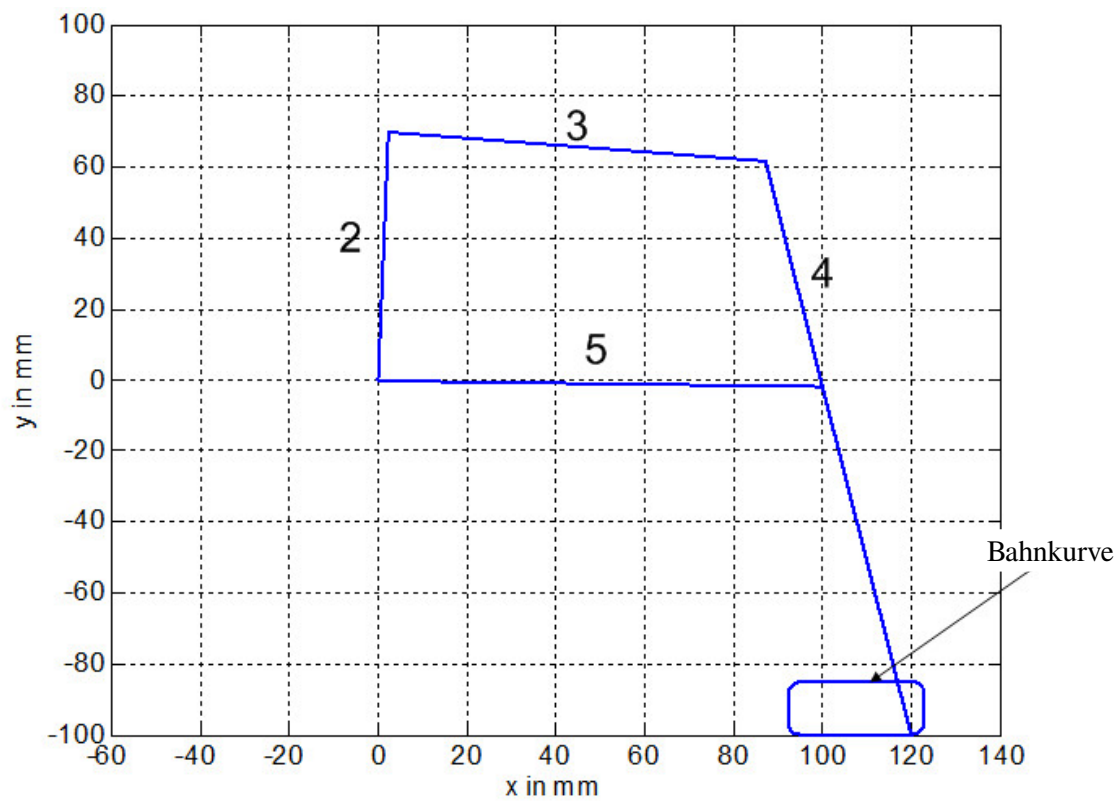


Abb. 6.63: Bewegungsvorgaben Riegeltransport

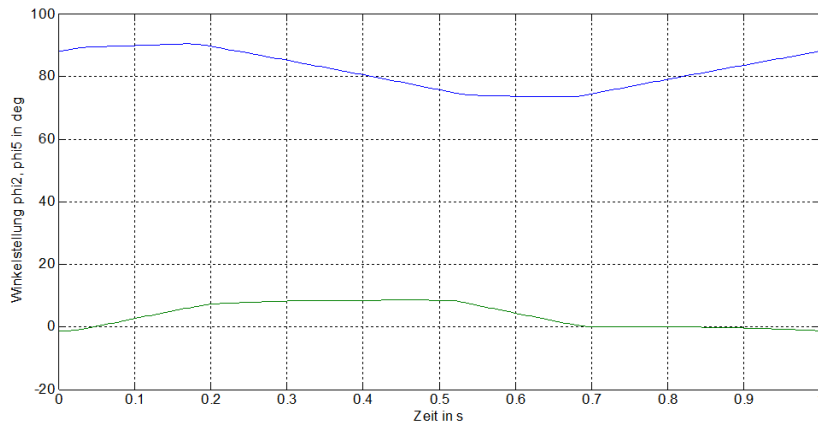


Abb. 6.64: Sollwerte für Drehwinkel an den Achsen

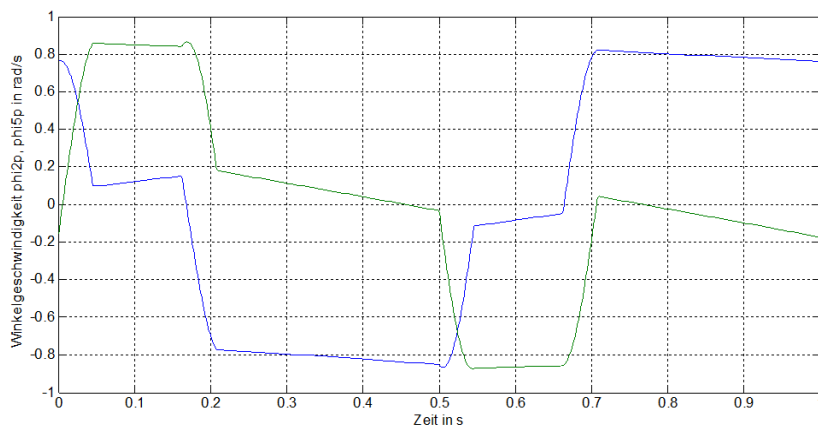


Abb. 6.65: Sollwerte für Winkelgeschwindigkeit an den Achsen

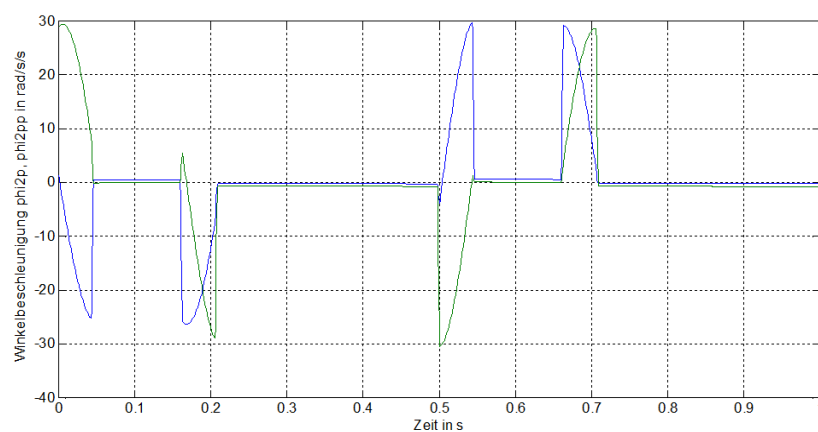


Abb. 6.66: Sollwerte für Winkelbeschleunigung an den Achsen

6.8.4 Erste Versuche

Appliziert man diese zuvor durch inverse Kinematik berechneten Achs-Sollwerte nun als Bewegungsrandbedingung in einer kinetostatischen Vorwärtsrechnung mit masse- und trägheitsbehafteten Mechanismengliedern, so erhält man die sich bei dieser Bewegung einstellenden Reaktionskräfte an den Lagerstellen. Das Torsionsmoment an Achse 2 und 5 stellt das letztlich aufzubringende Antriebsmoment dar, siehe Abb. 6.67.

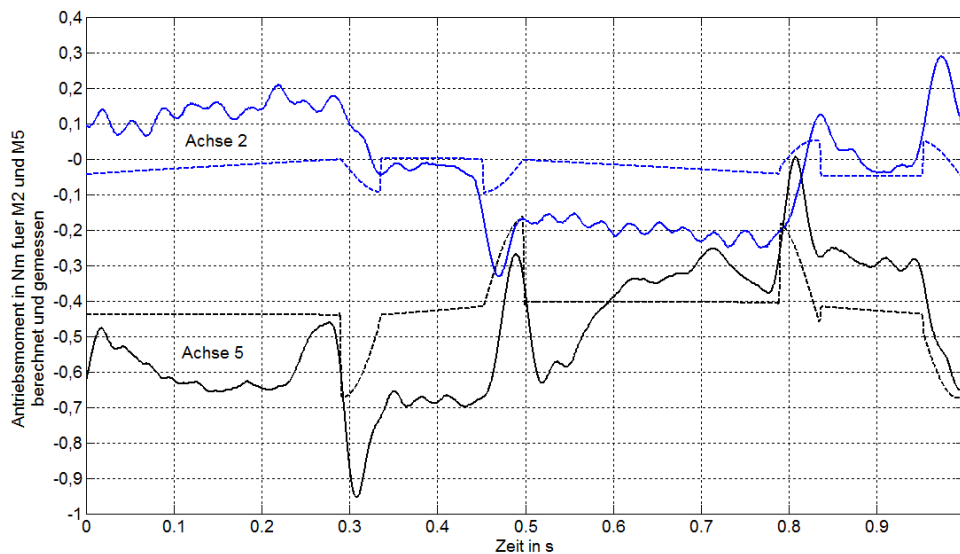


Abb. 6.67: Moment an den Achsen, „soll“ und gemessen (60 AT/min) [86]

Das berechnete Moment ähnelt dem am Motor gemessenen Verlauf allenfalls. Da im Berechnungsmodell vorerst keine Reibung, keine Elastizitäten sowie kein Regerverhalten Berücksichtigung fanden, ist das auch nicht verwunderlich.

Interessant ist auch der Vergleich zwischen der gewünschten und tatsächlich erreichten Arbeitsorganbewegung. Schwierigkeit besteht allerdings in der Durchführung der Messungen. Hierzu können zwei Laser-Abstandssensoren verwendet werden, siehe Abb. 6.68. Eine mögliche Alternative bietet sich durch Anwendung der Photogrammetrie, siehe hierzu [73].

Zwei unterschiedliche Soll-Ist-Verläufe für die exemplarische Bewegungsbahn sind in Abb. 6.69 zu sehen.

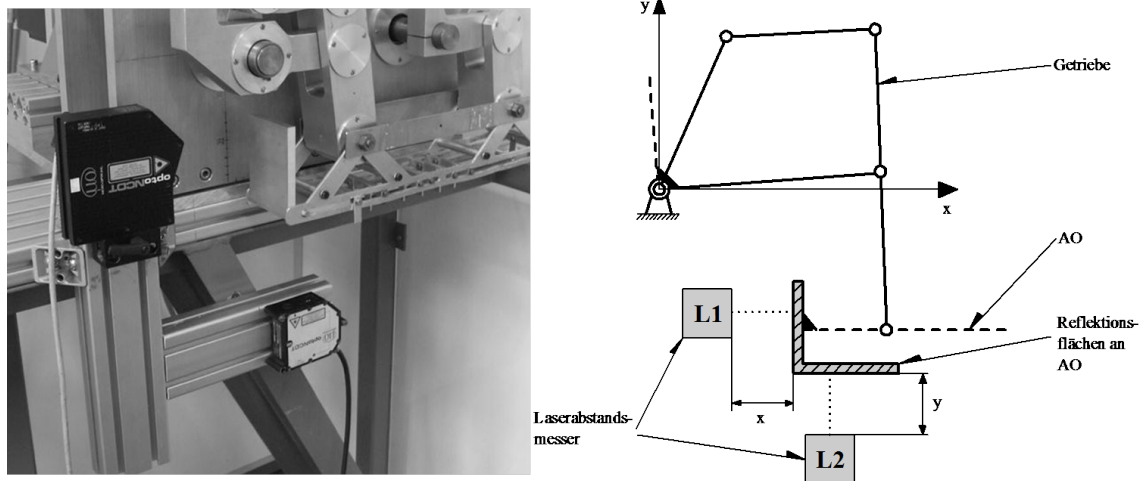


Abb. 6.68: Messung der Abtriebsbewegung mit Laser-Abstandssensoren [86]

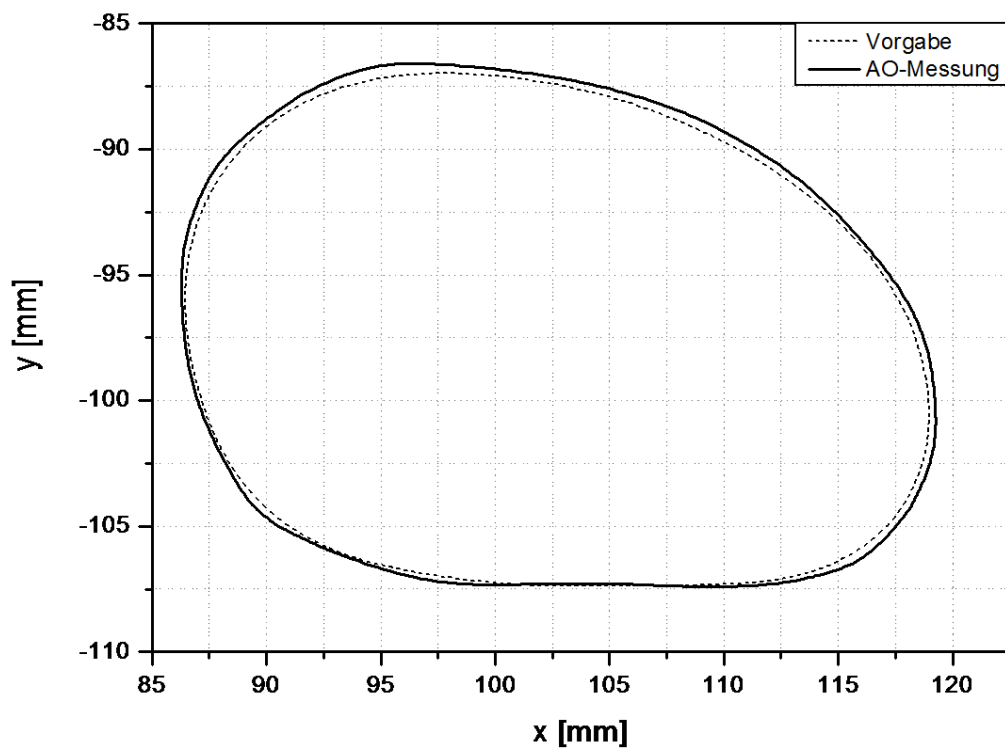


Abb. 6.69: Soll-Ist-Vergleich einer Abtriebsbahnkurve [86]

6.9 Übungsaufgaben

1. Erläutern Sie die Zusammensetzung des an der Motorwelle wirkenden Antriebsmomentes in einer Verarbeitungsmaschine. Unter welchen Umständen können welche Vereinfachungen getroffen werden?
2. Ungleichmäßig übersetzende Getriebe, U-Getriebe bzw. Mechanismen, haben für Verarbeitungsmaschinenantriebe eine große Bedeutung. Welche Besonderheiten bei der Antriebsauslegung müssen beachtet werden, wenn sich U-Getriebe zwischen Energiewandler und Arbeitsorgan befinden?
3. Welche Möglichkeiten zur Bestimmung der Übertragungsfunktion eines U-Getriebes, z.B. eines Koppelgetriebes, kennen Sie?
4. Erläutern Sie die Bedeutung des auf eine generalisierte Koordinate reduzierten Massenträgheitsmomentes sowie dessen erster Ableitung.
5. Nennen Sie Ziele und Methoden des Leistungsausgleiches (nicht Massenausgleich). Informieren Sie sich darüber in der Literatur, z.B. [63].
6. Was kennzeichnet die Eigenbewegung eines Bewegungssystems? Nennen Sie mögliche Anwendungsfälle und deren Nutzen.
7. Erläutern Sie die Begriffe Dimension, Freiheitsgrad und Laufgrad im Zusammenhang mit Mechanismen.
8. Aus welchen Gründen bieten sich Mechanismen bzw. mechanische Antriebstrukturen vom Laufgrad ≥ 2 an? Suchen Sie hierfür Anwendungsbeispiele.
9. Wenn ein Arbeitsorgan auf einer frei planbaren Bewegungsbahn geführt werden kann, worauf muss bei der Planung dieses Bewegungsablaufes geachtet werden?
10. Worin besteht der Vorteil frei planbarer Bewegungsabläufe innerhalb einer Verarbeitungsmaschine?
11. Nennen Sie die jeweiligen Eingangs- und Ausgangsgrößen bei einer kinetischen und einer kinetostatischen Berechnung bzw. Modellierung am Beispiel einer Schubkurbel.

12. Für eine zu konzipierende Handlingeinrichtung, siehe Abb. 6.70, sind grundlegende Informationen gesucht. Es soll ein Produkt mit der Masse $m_P = 10 \text{ kg}$ vom Band 1 entnommen auf das Band 2 abgelegt werden. Für die zeitliche Abfolge der Arbeitsorganbewegung²⁰ soll zunächst der schematische Verlauf nach Abb. 6.71 zugrundeliegen.

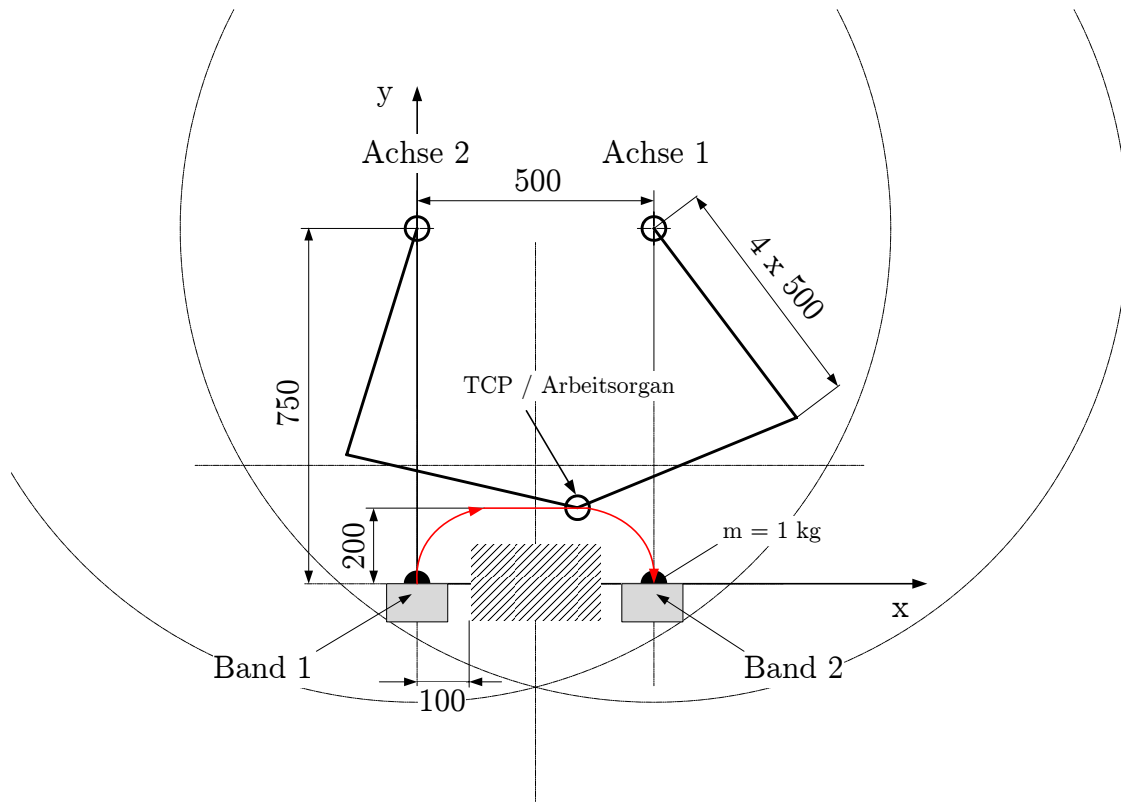


Abb. 6.70: Konzeption

Hierbei betragen: $t_1 = 0.4 \text{ s}$, $t_2 = 0.8 \text{ s}$, $t_3 = 1.0 \text{ s}$, $t_4 = 1.4 \text{ s}$, $t_5 = 1.8 \text{ s}$ und $t_6 = 2.0 \text{ s}$. Gesucht sind:

- Maximale Winkelgeschwindigkeit an Achse 1 und 2.
- Welche Maximaldrehzahl wäre an den Antriebswellen nötig?
- Momentenverlauf an Achse 1 und 2 sowie Maximalmoment.
- Bewertung der berechneten Verläufe.

Hinweis: Für eine Entwurfsabschätzung ist eine ebene Betrachtung ausreichend. Die bewegten Bauteile sind als starr und masselos anzusehen. Die zu transportierende Masse m_P sei die allein zu bewältigende Last, die als Punktmasse im TCP konzentriert sei. Es soll nur ein vereinfachtes Bewegungsdesign zur Anwendung kommen, keine Bahnplanung. Hierfür ist es ausreichend, die geführte Bewegung des TCP als Summe einer x - und y -Bewegung zu sehen,

²⁰Sauger/ Greifer am TCP

deren Koordinaten unabhängig voneinander gesteuert werden können. Notwendige Bedingung ist eine ruckfreie Bewegung des TCP in beiden Richtungen. Die sich daraus ergebende Bahn ist auf Kollision bzw. Machbarkeit zu überprüfen.

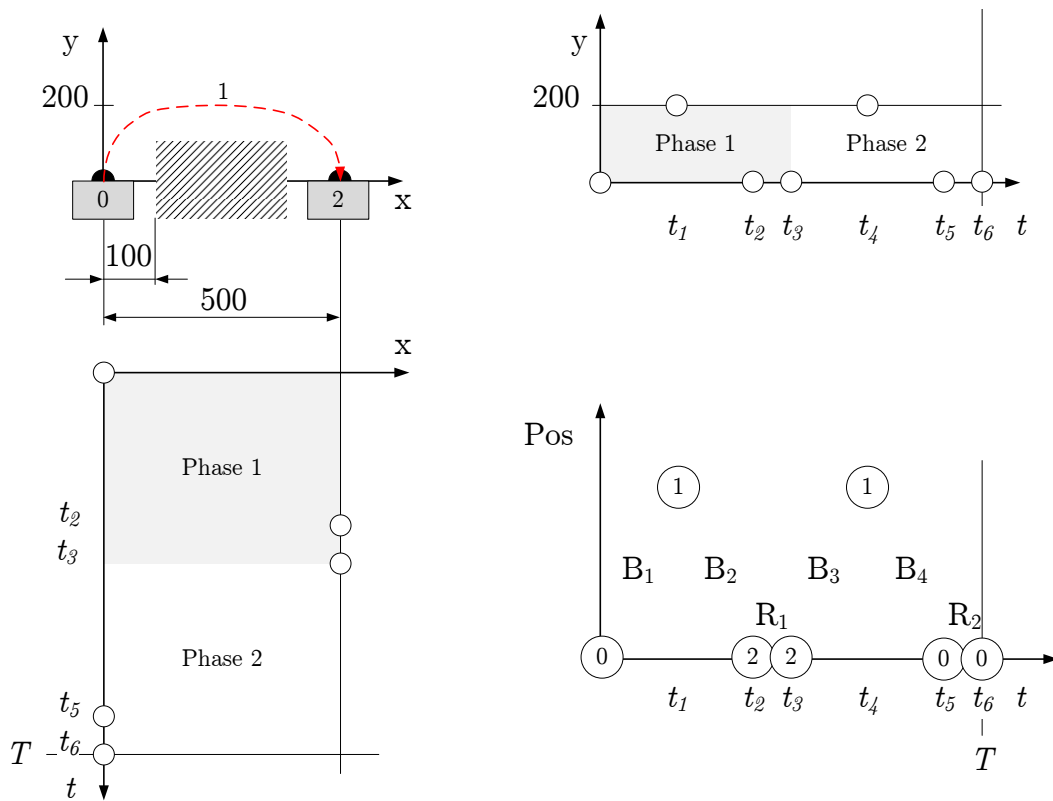


Abb. 6.71: Bewegungsplan

Literaturverzeichnis

- [1] Autorenkollektiv: Verarbeitungstechnik. VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie Leipzig. 1978.
- [2] Autorenkollektiv: Taschenbuch Maschinenbau Bd3/II Stoffumformung, Kapitel Grundlagen. VEB Verlag Technik Berlin. 1. Auflage 1968.
- [3] Autorenkollektiv: Taschenbuch Maschinenbau Bd3/II. VEB Verlag Technik Berlin. 3. Auflage 1980.
- [4] Autorenkollektiv (Kapitel 6, Mechanismentechnik: Hugk, H.; Krzenciessa, H.; Lichtenheldt, W.; Luck, K.; Nerge, G.; Tränkner, G. für): Taschenbuch Maschinenbau Bd1/II. S. 736. VEB Verlag Technik Berlin. Auflage 1975.
- [5] Blümel, Rolf: Entwurf dezentraler elektromechanischer Antriebe für Verarbeitungsmaschinen - Von den technologischen Anforderungen zum optimalen Antriebssystem. Dissertation TU Dresden 2000.
- [6] Braune, R.: HS-Profile mit vielen Harmonischen - Wirkungsvolle Schwingungsreduzierung in Kurvengetrieben bei extremen Bewegungsanforderungen. VDI Berichte Nr. 1111, S.127-153. 1994.
- [7] Braune, R. : Bewegungs-Design, Eine Kernkompetenz des Getriebetechnikers. Vortrag zur VDI-Getriebetagung 2000. In VDI-Berichte Nr. 1567, 2000, S. 1-23. Veitshöchstheim 2000.
- [8] Braune, R. : Bilder und Texte zur Vorlesung Rechnereinsatz in der Getriebetechnik. Teil 1 WS04/05, Institut für Getriebetechnik Universität Hannover.
- [9] Braune, R.: Koppelgetriebe mit Servo-Antrieb in schnellen Verarbeitungsmaschinen. In: Tagungsband Verarbeitungsmaschinen und Verpackungstechnik VVD 2006, Selbstverlag der TU Dresden, 2006, S. 311-348 (ISBN 3-86005-510-0).
- [10] Braune, R.: Leistungspotenzial Bewegungsdesign - Schnellere Maschinen durch bessere Bewegungsführung. In: Tagungsband Verarbeitungsmaschinen und Verpackungstechnik VVD 2009, Selbstverlag der TU Dresden, 2009, S. 373-395 (ISBN 978-3-86780-110-2).
- [11] Braune, R.: Rechnereinsatz bei Entwicklungsaufgaben in der Bewegungstechnik am Fachgebiet Verarbeitungsmaschinen/Verarbeitungstechnik. Gastvorlesung an der TU Dresden am 5. + 6. Mai 2010.

- [12] Braune, R., Köster, M.: Der Antrieb von ungleichmäßig übersetzenden Getrieben mit Motion-Control-Systemen - Systematik möglicher Nutzeffekte. In Tagungsband zur VDI-Getriebetagung Bewegungstechnik 2010 S. 3-19. VDI-Berichte 2116. VDI-Verlag 2010. ISBN 978-3-18-092116-7.
- [13] Bronstein, Semendjajew: Taschenbuch der Mathematik. 22. Auflage. BSB Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig 1979.
- [14] Brosch, Peter F.: 125 Jahr Asynchronmaschine mit Kurzschlussläufer - geht eine Erfolgsgeschichte zu Ende? Fachbericht in Zeitschrift KONSTRUKTION 10-2014. ISSN 0720-5953. Springer-VDI-Verlag GmbH & Co. KG.
- [15] Dietze, S., Schmidt, F.J.: Entwurf zur Optimalsteuerung offener Behälter zum Fördern von Fluiden in Verarbeitungsmaschinen. Preprint MATH-NM-13-1997, TU Dresden, 1997.
- [16] Dresig, H., Vul'fson, I.I.: Dynamik der Mechanismen. Springer Verlag 1989. ISBN 3-211-82127-9.
- [17] Dresig, H., Holzweissig, F. : Maschinendynamik. 7. Auflage Springer Verlag 2006. ISBN-10 3-540-30709-5.
- [18] Dresig, H.: Schwingungen mechanischer Antriebssysteme. 2. Auflage Springer Verlag 2006. ISBN 3-540-26024-2.
- [19] Dresig, H.; Fidlin, A: Schwingungen mechanischer Antriebssysteme. 3. Auflage Springer Verlag 2014. ISBN 978-3-642-24116-1.
- [20] Dresig, Hans; Kaltofen, Klaus; Tietze, Sven: Bewegungssteuerung in Verarbeitungsmaschinen mit mehreren periodischen Abtriebsbewegungen. Tagungsband zur VVD2006 (ISBN 3-86005-510-0). Selbstverlag der TU Dresden 2006.
- [21] Drut, H.: Bruchtrennen hochviskoser Massen. Dissertation TU Dresden 1993.
- [22] ELAU GmbH, Bedienungsanleitung PacDriveTM SH-Motor S.37. Artikelnummer: 17130105-000, Ausgabe: 06.2006. 97828 Marktheidenfeld.
- [23] Föllinger, Otto: Regelungstechnik. 6. Auflage. Hüthig Verlag 1990. ISBN 3-7785-1808-9.
- [24] GENESYS. Programmsystem <https://www.getriebe-software-genesys.de/>
- [25] Goedecke, W.-D.: Linearachsen im Vergleich. 9. Tagung Zahnriemengetrieben. Dresden 2004.
- [26] Groß, Anja: Entwicklung und Konstruktion einer Baugruppe zum Zuführen von Packungssleeves in einer Faltmaschine. Großer Beleg TU Dresden 2008.
- [27] Grundelius, M.: Methods for Control of Liquid Slosh. Department of Automatic Control Lund Institute of Technology 2001. ISSN 0280-5316.

- [28] Grzonka, Holger: Entwicklung von Servoantriebssystemen in Verarbeitungsmaschinen - Methoden zur Strukturauswahl und Dimensionierung. Dresden, Techn. Univ., Diss., 2002. ISBN 3-18-335901-4.
- [29] Hagedorn, P.; Otterbein, S. : Technische Schwingungslehre - Lineare Schwingungen diskreter mechanischer Systeme. Springer Verlag 1987 (ISBN 0-387-18096-6).
- [30] Hanke, U.; Modler, K.-H.; Tietze, S.; Holzweißig, J.; Majschak, J.-P.: Ersatz von Parallelkinematiken durch Räderkoppelgetriebe zur Optimierung der Bewegungstechnik in Verarbeitungsmaschinen. Vortrag zur VDI-Getriebetagung Bewegungstechnik 2010. Tagungsband S. 51-64 (ISBN 978-3-18-092116-7). Nürnberg 10/2010.
- [31] Harms, M.: Fliegende-Säge-Anwendungen auf Basis von Kurbeltrieben. Vortrag zur VDI-Getriebetagung Bewegungstechnik 2008. Tagungsband S. 67 -83 (ISBN 978-3-18-092050-4). Fulda 2008.
- [32] Heinzl, J.: Methodisches Konstruieren und Entwickeln decodierender Getriebe. VDI Berichte, Reihe 11, Nr. 195. 1973. S. 215-222.
- [33] Holzweissig, Johann: Grundlagenuntersuchungen für die Konzeption einer Baugruppe zum Formen von dichten Faltschachteln. Großer Beleg. TU Dresden Fakultät Maschinenwesen 2008.
- [34] Hugk, H.: Dynamische Probleme beim Kurvenrollen-Eingriff. Zeitschrift Maschinenbautechnik 1965 Heft 7.
- [35] Hugk, H.; Krzenciessa, H.; Nerge, G.: Berechnung von Kurvenmechanismen. Zeitschrift Maschinenbautechnik 1979 Heft 11.
- [36] Junge, T.: Schwallverhalten fließfähiger Füllgüter in Verpackungsmaschinen. Zeitschrift Lebensmittel und Verpackungstechnik LVT 41, 1996, H.2, S. 82-83.
- [37] Kerle, H.; Pittschellis, R.; Corves, B. : Einführung in die Getriebelehre. B.G. Teubner Verlag / GWV Fachverlage GmbH. 3. Auflage. Wiesbaden 2007.
- [38] Köster, Michael: Der Antrieb ungleichmäßig übersetzender Koppelgetriebe durch Motion-Control-Systeme - Systemkonzipierung und praktischer Einsatz. Fortschritt-Berichte VDI. Reihe 8. Nr. 1168. VDI Verlag 2010. ISBN 978-3-18-516808-6.
- [39] KOPAK. Software zur Synthese einer Kurbelschwinge als Punktführungsgetriebe. TU Chemnitz Professur Montage- und Handhabungstechnik.
<http://www.tu-chemnitz.de/mb/MHT/software/software.php?NR=0>.
- [40] Krones AG, Firmenprospekt: Klare Sache - Reinigungsmaschinen 08/05. Krones AG, Böhmerwaldstraße 5, D-93073 Neutraubling.

- [41] Krzenciessa, H.: Verminderung der Beschleunigungen an Abtriebsgliedern von Kurvenmechanismen durch Verlängerung der Hubzeit. Wissenschaftliche Zeitschrift der Technischen Universität Dresden. 1962 Heft 1.
- [42] Krzenciessa, H.: Das Gesetz der „7. Potenz“ und die „Biharmonische“ für Hubbewegungen von Kurvenmechanismen. Zeitschrift Maschinenbautechnik 1973. Heft 1.
- [43] Krzenciessa, H.: Sperrlagen in Mechanismen schnelllaufender Verarbeitungsmaschinen. Wissenschaftl. Zeitschrift der Technischen Universität Dresden. 1978 Heft 5.
- [44] Krzenciessa, H.: Zur zwangslaufmechanischen Erzeugung von Ur-Kurvenschablonen im Analogieverfahren. Wissenschaftliche Zeitschrift der Technischen Universität Dresden. 1980 Heft 3/4.
- [45] Kupka, Markus: Anwendung der Systemtheorie in der Getriebelehre zur Analyse und Optimierung von Kurvengetrieben. Dissertation Technische Universität München 1983.
- [46] Langowski, H.-C.: Flexible Verpackungssysteme mit hohen Barriereigenschaften: Welchen Anforderungen müssen sich die Maschinenhersteller stellen? Tagungsband zur VVD2000 (ISBN 3-86005-247-0). Selbstverlag der TU Dresden 2000.
- [47] Lotze, Alexander: Mechatronische Antriebssysteme in Verarbeitungsmaschinen. Fachtagung Mechatronik 2005. VDI-Berichte 1892.1 (ISBN 3-18-091892-6). VDI Düsseldorf 2005.
- [48] Lotze, Alexander: Steuerungsintegrierte Vorgangsd Diagnose in Verarbeitungsmaschinen am Beispiel einer Quersiegeleinheit. Dresden, Techn. Univ., Fak. Maschinenwesen, Diss., 2008.
- [49] Lüder, R.: Zur Synthese periodischer Bewegungsgesetze von Mechanismen unter Berücksichtigung von Elastizität und Spiel. VDI-Reihe 11 Nr. 225. VDI-Verlag 1995. ISBN 3-18-322511-5.
- [50] Luck, K., Modler, K.-H.: Getriebetechnik. Akademie-Verlag Berlin 1990. ISBN 3-05-500534-1.
- [51] Nerge, G.: Beziehungen zwischen Antriebsmoment und Kurvenkörpergröße bei Kurvengetrieben. Zeitschrift Maschinenbautechnik 1960 Heft 3.
- [52] Nerge, G.: Tafel der Kennwerte symmetrischer Bewegungsgesetze für Kurvenmechanismen. Wissenschaftliche Zeitschrift der Technischen Universität Dresden. 1962 Heft 1.
- [53] Nerge, G., Hugk, H.: Zur Ermittlung der geeigneten Sinuslinien mit kleinster Maximalbeschleunigung. Zeitschrift Maschinenbautechnik 1962 Heft 6.

- [54] Nerge, G.: Dynamische Untersuchungen zum Verschleißverhalten von Kurvenmechanismen. Zeitschrift Maschinenbautechnik 1967 Heft 2.
- [55] OPTIMUS MOTUS ©mHSL. Firmensprospekt der Firma Nolte NC-Kurventechnik GmbH Bielefeld. <http://www.nolte-nc-kurventechnik.de>.
- [56] Offenlegungsschrift DT 2337449 A1 vom 13.2.1975. Vorrichtung zum Einfalten und ebenflächigen Versiegeln des Bodens einer flüssigkeitsdichten Packung. Jagenberg-Werke Düsseldorf.
- [57] Pfaadt, Steffen: Optimale Dimensionierung von Servoeinheiten im Einsatz mit verschiedenen Trägheitsverhältnissen. EURODRIVE GmbH & Co KG. In: Tagungsband Verarbeitungsmaschinen und Verpackungstechnik VVD 2009, Selbstverlag der TU Dresden, 2009, S. 299-310 (ISBN 3-86005-510-0).
- [58] Pforr E.A., Schirotzek, W: Differential- und Integralrechnung für Funktionen mit einer Variablen. Mathematik für Ingenieure, Naturwissenschaftler, Ökonomen und Landwirte. Band 2. BSG Teubner Verlagsgesellschaft. Leipzig 1986.
- [59] Rauh, K.: Aufbaulehre der Verarbeitungsmaschinen. Verlag Giradet Essen 1950.
- [60] Reuter, M., Zacher, S.: Regelungstechnik für Ingenieure. 11. Auflage. Vieweg u. Sohn Verlag, GWV Fachverlage Wiesbaden 2004. ISBN 3-528-05004-7.
- [61] Rexroth IndraDrive C Antriebsregelgeräte HCS02.1, HCS03.1. Betriebsanleitung R911314904, Ausgabe 06. Bosch Rexroth AG. <http://www.boschrexroth.com/various/utilities/mediadirectory/>.
- [62] Richtlinie VDI 2143 Teil 1: Bewegungsgesetze für Kurvengetriebe. VDI-Verlag 1980.
- [63] Richtlinie VDI 2149 Teil 1: Getriebedynamik, Starrkörper-Mechanismen. VDI-Verlag 1999.
- [64] Richtlinie VDI 2149 Teil 2: Getriebedynamik, Schwingungsfähige Mechanismen. VDI-Verlag 2004.
- [65] Richtlinie VDI 2221: Methodik zum Entwickeln und Konstruieren technischer Systeme und Produkte. VDI-Verlag 1993.
- [66] Richtlinie VDI 2222: Methodisches Entwickeln von Lösungsprinzipien. VDI-Verlag 1997.
- [67] Richtlinie VDI 2727 Teil 1: Konstruktionskataloge. Lösung von Bewegungsaufgaben mit Getrieben. VDI-Verlag 1991.
- [68] Richtlinie VDI 2729: Modulare kinematische Analyse ebener Gelenkgetriebe mit Dreh- und Schubgelenken. VDI-Verlag 1995, Ausgabe 2001.

- [69] Richtlinie VDI 2742: Bewegungsgesteuerte elektromechanische Antriebssysteme mit ungleichmäßig übersetzenden Getrieben mit dem Laufgrad $F=1$. Noch unveröffentlicht!
- [70] Richtlinie VDI/VDE 3547: Gütebewertung für Bewegungssysteme und gesteuerte Bewegungsabläufe. VDI-Verlag 2003.
- [71] Raouf A. Ibrahim, R.A. : Liquid Sloshing Dynamics Theory and Applications. Cambridge University Press. New York 2005. ISBN 978-0-521-83885-6.
- [72] Rieck, R.: Optimierung ungleichmäßig übersetzender Getriebe an einer Verpackungsmaschine. Tagungsband Verarbeitungsmaschinen und Verpackungstechnik VVD 2009, Selbstverlag der TU Dresden, 2009, S. 249-264. ISBN 3-86005-510-0.
- [73] Riedel, M.; Holowenko, O. ; Großmann, K. : Photogrammetrische Bahnvermessung an einer schnelllaufenden Verarbeitungsmaschine. In: Tagungsband der Fachtagung Verarbeitungsmaschinen und Verpackungstechnik VVD 2015 - Praxis trifft Wissenschaft, ISBN: 978-3-86780-430-1, 2015, S. 145-158.
- [74] Riefenstahl, Ulrich: Elektrische Antriebssysteme. Grundlagen, Komponenten, Regelverfahren, Bewegungssteuerung. 2. bearbeitete Auflage. GWV Fachverlage GmbH 2006. ISBN 3-8351-0029-7.
- [75] Roth, Karlheinz: Konstruieren mit Konstruktionskatalogen: Band 1: Konstruktionslehre. Springer Verlag. ISBN-10: 3540671420.
- [76] Roth, Karlheinz: Konstruieren mit Konstruktionskatalogen: Band 2: Kataloge. Springer Verlag. ISBN-10: 3540670262.
- [77] Schiffner, K.: Dynamic Behavior of Liquid Propellant in the Tank of the third Stage of the European ELDO-A-Rocket, International Astronautical Federation-Paper P79, Vol. 3 Propulsion, Re-Entry Physics, Pergamon Press (1970), S. 131-151, Vortrag: XIXth Congress of the International Astronautical Federation, New York, 1968.
- [78] Schmidt, F.J.: Ein Beitrag zur Entwicklung von gesteuerten Packmittelzuführungssystemen für Verpackungsmaschinen. Dissertation Fakultät Maschinenwesen der TU Dresden 1986.
- [79] Schmidt, F.J.: Simulation des Verhaltens von Verarbeitungssystemen. In Tagungsband VVD98. Dresden 1998. S. 87-109. ISBN 3-86005-201-2.
- [80] Schmidt, F.J., Stange, H., Grützner, T.: Vorgangsbestimmte Bewegungsabläufe in Verarbeitungsmaschinen. Tagungsband zur Fachtagung ISOM Chemnitz 2002. ISBN 3-00-007504-6.
- [81] Stange, H.; Förster, K.-H.: Auswirkungen ungleichförmiger Antriebswinkelgeschwindigkeit auf Kurvenmechanismen. Wissenschaftliche Zeitschrift der Technischen Universität Dresden. 1967 Heft 5.

- [82] Stange, H.; Förster, K.-H.: Veränderung symmetrischer Bewegungsgesetze bei ungleichförmiger Antriebswinkelgeschwindigkeit. Wissenschaftliche Zeitschrift der Technischen Universität Dresden. 1968 Heft 1.
- [83] Stange, Helmut: Elektrische Nachbildung von Kurvenmechanismen. Zeitschrift Maschinenbautechnik 1971 Heft 8.
- [84] Stange, Helmut: Elektrische Nachbildung von Antriebssystemen in Verarbeitungsmaschinen. Zeitschrift Maschinenbautechnik 1973 Heft 1.
- [85] Stange, Helmut: Bewegungsanforderungen bei Verarbeitungsmaschinen. Tagungsband zur Tagung SPS/DRIVES94. VDE-Verlag Berlin 1994. ISBN 3-8007-2061-1.
- [86] Tietze, S.; Döring, M.; Majschak, J.-P.: Entwurf und Dimensionierung eines Bewegungssystems mit dem Laufgrad $F=2$ zum schnellen Transport kleiner Produkte in einer Verarbeitungsmaschine. Vortrag zur VDI-Getriebetagung Bewegungstechnik 2008. Tagungsband S. 35-55 (ISBN 978-3-18-092050-4). Fulda 2008.
- [87] Tietze, S.; Hanke, U.; Speicher, T.: Minimierung ungewollter Bewegungen in Verarbeitungs- und Textilmaschinen - Methoden und Beispiele in der Lehre. In Tagungsband zum 12. Kolloquium Getriebetechnik. Dresden 2017.
- [88] Tränkner, G.: Kurventriebe oder Kurbelgetriebe, in: VDI-Berichte, Getriebetechnik : Vorträge der VDI-Tagung Bingen 1955. S. 49 - 54.
- [89] Tränkner, G.: Mechanismentechnik (Getriebetechnik), in: Taschenbuch Maschinenbau, Grundlagen. Verlag Technik, Berlin, 1975. S. 673 - 762.
- [90] Tränkner, G.: Hermann Alt und die Verarbeitungsmaschinen, in: Wissenschaftliche Zeitschrift der Technischen Universität Dresden 1990. S. 39.
- [91] Ullrich, Mathias: Grundlagenuntersuchungen zur produktschonenden Positionierung kleinstückiger Verarbeitungsgüter. Diplomarbeit TU Dresden 2007.
- [92] Unbehauen, H.: Regelungstechnik I. 14. Auflage. Vieweg u. Sohn Verlag, GWV Fachverlage Wiesbaden 2007. ISBN 978-3-8348-0230-9.
- [93] Volmer, Johannes: Getriebetechnik, Kurvengetriebe. 2. Auflage. VEB Verlag Technik, Berlin, 1989. ISBN 3-341-00474-2.
- [94] Winkler, Steffen: Praxisseminar Elektrische Antriebe (Broschüre). Bosch Rexroth AG 2007.
- [95] Winkler, Steffen: Energieeffizienz von Verpackungsanlagen. In: Tagungsband Verarbeitungsmaschinen und Verpackungstechnik VVD 2009, Selbstverlag der TU Dresden, 2009, S. 329 - 341 (ISBN 978-3-86780-110-2).

- [96] ZF Maschinenantriebe GmbH, Ehlersstrasse 50, 88046 Friedrichshafen/Germany. PG-Prospekt dt neu5 (Page 1). https://www.zf.com/corporate/de_de/company/downloadcenter/all.html.
- [97] <http://www.dmg-lib.org>
- [98] <http://www.bine.info>
Projekt Dynastore 11/2003 Kinetische Speicherung von Elektrizität.
- [99] <http://www.3s-software.com>
- [100] <http://www.mathworks.de>
- [101] <http://www.scilab.org>
- [102] <http://www.gnu.org/software/octave>
- [103] <http://www.itisim.com/simulationx/download/simulationx-testversion>
- [104] <http://www.kaltofen-engineering.de/index.php/Software>